

УДК 539.12.01

СТАНДАРТНАЯ МОДЕЛЬ И КВАНТОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА ЛЕПТОНОВ

Б.И.МЕХТИЕВ, Ф.Т.ХАЛИЛ-ЗАДЕ

*Министерство науки и образования, Институт Физики
AZ 1143, Азербайджан, г. Баку, пр. Г.Джавида, 131
bahram.mehdiyev@mail.ru*

Получена: 03.05.2024

Принята к печати: 02.10.2024

РЕФЕРАТ

Рассмотрена возможность получения квантования и фиксации электрического заряда лептонов в стандартной модели. При этом не использовано условие сокращения аномалий и показано, что наличие Хиггсовского поля является необходимым условием для квантования электрического заряда лептонов в стандартной модели.

Ключевые слова: лептонный изомультиплет, гиперзаряд, калибровочные поля, Хиггсовский изодублет, условие квантования

Природа квантования электрического заряда до сих пор остается не выясненной. Исследованию квантования электрического заряда в стандартной модели (СМ) и его расширениях посвящен ряд работ [1-6] (в работе [6] есть ссылки и на другие работы). Во всех этих работах для получения квантования электрического заряда используются все соотношения, вытекающие из условий сокращения аномалий с фиксированием гиперзаряда Хиггсовского изомультиплета.

В случае произвольного значения гиперзаряда Хиггсовского поля с учетом сокращения аномалий показана возможность получения квантования электрического заряда частиц [7,8]. Из условий сокращения аномалий получена пропорциональность гиперзарядов фермионных изомультиплетов гиперзаряду Хиггсовского поля, и это интерпретировано как независимость квантования электрического заряда от гиперзаряда Хиггсовского поля.

В данной работе рассмотрено квантование электрического заряда лептонов в СМ без использования условий сокращения аномалий и фиксации гиперзаряда какого-либо лептонного изомультиплета (кварковая часть будет рассмотрена в следующей работе).

Рассмотрим модель Вайнберга-Салама (ВС) для одного семейства лептонов. Предположим, что нейтрино обладает только левой компонентой, а схемы с правой компонентой нейтрино будут рассмотрены в следующих работах. Таким образом, в этом случае имеем следующие лептонные поля

$$\psi_{eL} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \quad \psi_{eR} = e_R^- \quad (1)$$

и Хиггсовский изодублет

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_+ \\ \varphi_0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

(Отметим, что в данной работе смешивание нейтрино не рассматривается).

Лагранжиан взаимодействия лептонов и Хиггсовского поля с калибровочными полями получаем путем замены

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ig(\vec{t}\vec{b}_\mu) - i\frac{g_1}{2}Ya_\mu \quad (3)$$

в лагранжиане Хиггсовского поля и свободного дираковского поля без массы (т.е. в $i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\mu\psi$), и искомый лагранжиан будет иметь вид

$$L = i\bar{\psi}_{eL}\gamma_\mu D_\mu^L\psi_{eL} + i\bar{\psi}_{eR}\gamma_\mu D_\mu^R\psi_{eR} + (D_\mu^\phi\phi)^\dagger(D_\mu^\phi\phi), \quad (4)$$

здесь \vec{b}_μ – янг-миллсовский изотриплет, a_μ – максвелловский изосинглет, \vec{t} и Y – оператор изоспина и гиперзаряда данного мультиплета; g, g_1 – константы взаимодействия; ψ_{eL} и ψ_{eR} – левые и правые изомультиплеты лептонных полей.

Обычно, когда СМ описывается слабыми гиперзарядами фермионов, они выбираются с самого начала так, чтобы формула Гелл-Манна-Нишиджимы выполнялась для каждого левых и правых фермионов. В данной работе мы не принимаем с самого начала соотношения Гелл-Манна-Нишиджимы для слабых гиперзарядов. Слабые гиперзаряды примем как свободные параметры и попробуем их зафиксировать из физических требований.

Для гиперзаряда Y лептонных полей (1) и Хиггсовского поля (2) примем следующие обозначения

$$Y(\psi_{eL}) = y_L, \quad Y(\psi_{eR}) = y_{eR}, \quad Y(\phi) = y_\phi. \quad (5)$$

Будем считать, что гиперзаряды (5) вещественны. Как нам известно, для изоскалярных полей $\vec{t} = 0$, а для изоспинорных полей ϕ и ψ_{eL} – $\vec{t} = \vec{\tau}/2$ ($\vec{\tau}$ – матрицы Паули). Преобразование полей b_μ^3 и a_μ в физические поля A_μ и Z_μ запишем в виде

$$\begin{aligned} b_\mu^3 &= A_\mu \sin \theta + Z_\mu \cos \theta, \\ a_\mu &= A_\mu \cos \theta - Z_\mu \sin \theta, \end{aligned} \quad (6a)$$

где

$$\sin \theta = \frac{g_1}{\sqrt{g^2 + g_1^2}}, \quad \cos \theta = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g_1^2}}. \quad (6b)$$

Рассмотрим взаимодействие лептонов с калибровочными полями. Учитывая (5) и (6a) в (4), получаем

$$\begin{aligned} L_l &= \bar{\psi}_{eL}(i\gamma_\mu D_\mu^L)\psi_{eL} + \bar{\psi}_{eR}(i\gamma_\mu D_\mu^R)\psi_{eR} = \bar{\psi}_{eL}\gamma_\mu[i\partial_\mu + \frac{1}{2}(g\vec{\tau}\vec{b}_\mu + g_1 y_L a_\mu)]\psi_{eL} + \bar{\psi}_{eR}\gamma_\mu(i\partial_\mu + \frac{1}{2}g_1 y_{eR} a_\mu)\psi_{eR} = \\ &= (\bar{\nu}_{eL}, \bar{e}_L^-)\gamma_\mu\partial_\mu\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix} + (\bar{\nu}_{eL}, \bar{e}_L^-)\gamma_\mu \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(gb_\mu^3 + g_1 y_L a_\mu) & \frac{g}{\sqrt{2}}W_\mu^+ \\ \frac{g}{\sqrt{2}}W_\mu^- & \frac{1}{2}(-gb_\mu^3 + g_1 y_L a_\mu) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix} + \bar{e}_R^- i\gamma_\mu\partial_\mu e_R^- + \bar{e}_R^- \frac{g_1}{2} y_{eR} \gamma_\mu a_\mu e_R^- = \\ &= L_{KIN} + L_{CC} + L_{NC}, \end{aligned} \quad (7a)$$

здесь $L_{KIN} = i\bar{\nu}_{eL}\hat{\partial}\nu_{eL} + i\bar{e}_L^-\hat{\partial}e_L^- + i\bar{e}_R^-\hat{\partial}e_R^-$ – кинетическая часть лагранжиана,

$$L_{CC} = \frac{g}{2\sqrt{2}}(\bar{\nu}_e O_\mu e^- W_\mu^+ + \bar{e}^- O_\mu \nu_e W_\mu^-) - \quad (7b)$$

лагранжиан взаимодействия заряженных токов (CC),

$$\begin{aligned} L_{NC} &= \bar{\nu}_e \gamma_\mu (Q_\nu + Q'_\nu \gamma_5) \cdot \nu_e A_\mu + \bar{e} \gamma_\mu (Q_{eS} + Q'_{eS} \gamma_5) e \cdot A_\mu + \bar{\nu}_e \gamma_\mu (g_V + g_A \gamma_5) \nu_e \cdot Z_\mu \\ &\quad + \bar{e} \gamma_\mu (g_V + g_A \gamma_5) e \cdot Z_\mu - \end{aligned}$$

лагранжиан взаимодействия нейтральных токов (NC), где

$$O_\mu = \gamma_\mu (1 + \gamma_5), \quad W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (b_\mu^1 \mp i b_\mu^2), \quad \hat{\partial} = \gamma_\mu \partial_\mu.$$

$$Q_\nu = \frac{1}{4} (g \sin \theta + g_1 y_L \cos \theta), \quad Q_{oe} = \frac{1}{4} (-g \sin \theta + g_1 y_L \cos \theta + g_1 y_{eR} \cos \theta), \quad (8a)$$

$$Q'_\nu = \frac{1}{4} (g \sin \theta + g_1 y_L \cos \theta), \quad Q'_{oe} = \frac{1}{4} (-g \sin \theta + g_1 y_L \cos \theta - g_1 y_{eR} \cos \theta),$$

$$g_V = \frac{1}{4} (g \cos \theta - g_1 y_L \sin \theta), \quad G_V = \frac{1}{4} (-g \cos \theta - g_1 y_L \sin \theta - g_1 y_{eR} \sin \theta), \quad (8b)$$

$$g_A = \frac{1}{4} (g \cos \theta - g_1 y_L \sin \theta), \quad G_A = \frac{1}{4} (-g \cos \theta - g_1 y_L \sin \theta + g_1 y_{eR} \sin \theta).$$

Как видно из (8a), для нейтрино Р инвариантность электромагнитного взаимодействия и условие равенства нулю электрического заряда эквивалентны.

Рассмотрим третий член в лагранжиане (4). Учитывая ковариантную производную D_μ^ϕ из (3) и переходя к вакуумным средним полям (2)

$$\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \langle \phi_0 \rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix},$$

получим следующее выражение для части лагранжиана, ответственного за массы векторных бозонов

$$\begin{aligned} (D_\mu^\phi)^\dagger (D_\mu^\phi) &= \frac{g^2 \langle \phi_0 \rangle^2}{2} W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{\langle \phi_0 \rangle^2}{4} (g \sin \theta - g_1 y_\phi \cos \theta)^2 \cdot A_\mu^2 + \frac{\langle \phi_0 \rangle^2}{4} (g \cos \theta + g_1 y_\phi \sin \theta)^2 \cdot Z_\mu^2 + \\ &+ \frac{\langle \phi_0 \rangle^2}{2} (g \sin \theta - g_1 y_\phi \cos \theta) (g \cos \theta + g_1 y_\phi \sin \theta) A_\mu Z_\mu = M_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu^2 + \frac{1}{2} M_A^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2} M_Z M_A \cdot A_\mu Z_\mu, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{здесь } M_W = \frac{g \langle \phi_0 \rangle}{\sqrt{2}}, \quad M_Z = \frac{\langle \phi_0 \rangle}{\sqrt{2}} (g \cos \theta + g_1 y_\phi \sin \theta), \quad M_A = \frac{\langle \phi_0 \rangle}{\sqrt{2}} (g \sin \theta - g_1 y_\phi \cos \theta), \quad (10a)$$

массовые члены полей W_μ^\pm , Z_μ и A_μ .

Условие того, что масса поля A_μ обращается в нуль, имеет вид

$$g \sin \theta - g_1 y_\phi \cos \theta = 0. \quad (10b)$$

Учитывая (10b) в выражении (8a), получаем

$$\begin{aligned} Q_\nu = Q'_\nu &= \frac{g}{4} \left(1 + \frac{y_L}{y_\phi} \right) \sin \theta, \quad Q'_{oe} = -\frac{g}{4} \left(1 - \frac{y_L - y_{eR}}{y_\phi} \right) \sin \theta, \\ Q_{oe} &= -\frac{g}{4} \left(1 - \frac{y_L + y_{eR}}{y_\phi} \right) \sin \theta. \end{aligned} \quad (11)$$

Если учесть Р-инвариантность электромагнитного взаимодействия для электрона (т.е. $Q'_{oe} = 0$), между гиперзарядами лептонных изомультиплетов и Хиггсовского изодублета получаем следующее соотношение

$$y_L - y_{eR} = y_\phi. \quad (12)$$

Учитывая (12) в (11), т.е. исключая гиперзаряд правого лептонного изомультиплета, получаем

$$Q_\nu = Q'_\nu = \frac{Q_e}{4} \left(1 + \frac{y_L}{y_\varphi} \right), \quad Q_{oe} = -\frac{Q_e}{2} \left(1 - \frac{y_L}{y_\varphi} \right), \quad (13)$$

где $Q_e = |e| = g \sin \theta$ - модуль заряда электрона.

Выражения (13) для зарядов лептонов, которые зависят от гиперзаряда Хиггсовского поля можно рассматривать как свидетельство квантования электрического заряда лептонов. Но эти выражения не определяют численных значений зарядов лептонов.

Учитывая Р-инвариантность электромагнитного взаимодействия нейтрино (т.е. $Q'_\nu = 0$), из (13) имеем

$$y_L = -y_\varphi. \quad (14a)$$

Отметим, что авторы работы [5,6] для углов смешивания нейтральных полей при лептонной, кварковой и Хиггсовой части лагранжиана взаимодействия взяли различные значения. Из требования равенства этих углов получено соотношение (14a). Если учесть соотношение $y_L = -y_\varphi$ в (12), получим

$$y_{eR} = 2y_L = -2y_\varphi. \quad (14б)$$

Отсюда можно заключить, что поле A_μ будет соответствовать полю фотона, т.е. будет безмассовым и будет иметь правильные электромагнитные взаимодействия с лептонами только тогда, когда гиперзаряды поля бозона Хиггса и лептонного дублета равны по модулю и противоположны по знаку.

Учитывая соотношение (14a) в выражениях (13), для заряда лептонов имеем

$$Q_\nu = 0, \quad Q_{oe} = -Q_e = -|e|. \quad (15)$$

Таким образом, приходим к выводу что, соотношение (14a) приводит к квантованию электрического заряда лептонов и это свидетельствует о влиянии Хиггсовского поля на квантование электрического заряда.

В модели ВС масса электрона генерируется с помощью Юкавского массового лагранжиана

$$L_{mass} = \frac{m_e}{\langle \varphi_0 \rangle} (\bar{\psi}_{eL} \psi_{eR} \varphi + h.c.). \quad (16)$$

Учитывая сохранение гиперзаряда, из (16) имеем

$$y_L = y_{eR} + y_\varphi. \quad (17)$$

Из (12) и (17) видно, что в рассматриваемом случае Р-инвариантность электромагнитного взаимодействия электрона ($Q'_{oe} = 0$) и требование сохранения гиперзаряда приводят к одинаковым выражениям.

Если учесть условие (14) в выражениях (10a) для массы W^\pm и Z бозонов, то получим известное соотношение

$$M_W = M_Z \cdot \cos \theta.$$

Учитывая соотношение (10б) в выражениях (8б), получаем

$$g_v = g_A = \frac{g}{4\cos\theta}, \quad G_v = \frac{g}{4\cos\theta}(-1 + 4\sin^2\theta), \quad G_A = -\frac{g}{4\cos\theta}. \quad (18)$$

Отметим, что при получении выражения (18) для $g_v(g_A), G_v(G_A)$, которые совпадают с моделью ВС, для гиперзаряда частиц конкретные числа не были взяты, как это делается в модели ВС.

Таким образом, приходим к выводу что, зависимость заряда лептонов от гиперзаряда Хиггсовского поля и фиксация гиперзаряда лептонного дублета гиперзарядом Хиггсовского поля (т.е. соотношение $y_L = -y_\phi$, приводящее в СМ к квантованию электрического заряда лептонов) может быть интерпретирована как влияние Хиггсовского поля на квантование электрического заряда. Значит можно предположить, что Хиггсовские поля ответственны не только за возникновение массы частиц, но и еще за квантование электрического заряда частиц.

1. K.S.Babu, R.N.Mohapatra. *Why does electromagnetism conserve parity?* *Phys.Rev. D*, **42** (1990) 3866-3869.
2. C.Q.Geng. *Remarks on charge quantization of fermions and bosons*, *Phys. Rev. D*, **41** (1990) 1292-1295.
3. S.Rudaz. *Electric-charge quantization in the standard model*, *Phys. Rev. D*, **41** (1990) 2619-2621
4. J.Sadkowski, M.Zraek. *Charge quantization in the standard model with three generations of fermions*, *Phys. Rev. D*, **45** (1992) 1701-1707.
5. O.B.Abdinov, F.T.Khalil-zade, S.S.Rzaeva. *SU(3)xSU(3)xU(1)xU(1) model of electroweak interaction and electric charge quantization*, *AJP Fizika*, **XV** (2009) 24-33.
6. О.Б.Абдинов, Ф.Т.Халил-заде, С.С.Рзаева. *Квантование электрического заряда в калибровочных теориях*, *Письма в ЭЧАЯ*, **7** (2010) 516-535.
7. A.Abbas. *Anomalies and charge quantization in the standard model with arbitrary number of colours*, *Phys. Lett. B*, **238** (1990) 344-347.
8. A.Abbas. *On charge quantization in the standard model and its various extensions*, *Indian J. Phys. A*, **67** (1993) 541-550.

STANDART MODEL VƏ LEPTONLARIN ELEKTRİK YÜKLƏRİNİN KVANTLANMASI

Б.І.МЕХДИЕВ, Ф.Т.ХƏЛİL-ЗƏДƏ

Standart modeldə leptonların elektrik yüklərinin kvantlanması imkanları araşdırılıb. Bu zaman anomaliyaların yox olması şərtlərindən istifadə olunmayıb və göstərilib ki, standart modeldə elektrik yükünün kvantlanması üçün Higgs sahəsinin mövcud olması zəruri şərtidir.

STANDARD MODEL AND ELECTRIC CHARGE QUANTIZATION OF LEPTONS

Б.І.МЕХДИЕВ, Ф.Т.ХАЛИЛ-ЗАДЕ

The possibility of obtaining quantization and fixation of the electric charge of leptons in the standard model was considered. In this case, conditions for cancellation anomalies were not used and it was shown that the presence of the Higgs fields was a necessary condition for the quantization of electric charge of leptons in the standard model.