

УДК 517.956

**СУЩЕСТВОВАНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ
ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИЛЬНО ДИССИПАТИВНЫХ
ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ С НЕЛИНЕЙНЫМИ
АКУСТИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ СОПРЯЖЕНИЯ**

С.Э.ИСАЕВА

Бакинский Государственный Университет
isayevasevda@rambler.ru

В данной работе рассматривается смешанная задача для нелинейных сильно диссипативных волновых уравнений с нелинейными акустическими условиями сопряжения. Доказана теорема о существовании и единственности локальных решений для рассматриваемой задачи.

Ключевые слова: Сильно диссипативное волновое уравнение, нелинейные акустические условия сопряжения, локальное решение, теорема о неподвижной точке.

Пусть $\Omega \subset R^n$ ($n \geq 1$) — ограниченная область с гладкой границей

$\Gamma_1, \Omega_2 \subset \Omega$ — подобласть с гладкой границей Γ_2 и $\Omega_1 = \Omega \setminus (\Omega_2 \cup \Gamma_2)$ — подобласть с границей $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, причем $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$. В области Ω рассмотрим следующую нелинейную задачу с акустическими условиями сопряжения:

$$u_{tt} - \Delta u_t - \Delta u + |u_t|^{q_1-1} u_t = f_1(u) \quad \text{в } \Omega_1 \times (0, \infty), \quad (1)$$

$$v_{tt} - \Delta v_t - \Delta v + |v_t|^{q_2-1} v_t = f_2(v) \quad \text{в } \Omega_2 \times (0, \infty), \quad (2)$$

$$M \delta_{tt} + D \delta_t + K \delta = -u_t \quad \text{на } \Gamma_2 \times (0, \infty), \quad (3)$$

$$u = 0 \quad \text{на } \Gamma_1 \times (0, \infty), \quad (4)$$

$$u = v, \quad \delta_t = \frac{\partial u}{\partial \nu} - \frac{\partial v}{\partial \nu} + \frac{\partial u_t}{\partial \nu} - \frac{\partial v_t}{\partial \nu} + \rho(u_t) \quad \text{на } \Gamma_2 \times (0, \infty), \quad (5)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \Omega_1, \quad (6)$$

$$v(x, 0) = v_0(x), \quad v_t(x, 0) = v_0(x), \quad x \in \Omega_2, \quad (7)$$

$$\delta(x, 0) = \delta_0(x), \quad \delta_t(x, 0) = \frac{\partial u_0}{\partial \nu} - \frac{\partial v_0}{\partial \nu} + \frac{\partial u_1}{\partial \nu} - \frac{\partial v_1}{\partial \nu} + \rho(u_1) \equiv \delta_1, \quad x \in \Gamma_2, \quad (8)$$

где ν – внешняя нормаль границы Γ ; $f_1, f_2, \rho: (-\infty; +\infty) \rightarrow (-\infty; +\infty)$,

$$M, D, K: \Gamma_2 \rightarrow (-\infty; +\infty), \quad u_0, u_1: \Omega_1 \rightarrow (-\infty; +\infty), \quad v_0, v_1: \Omega_2 \rightarrow (-\infty; +\infty),$$

$\delta_0: \Gamma_2 \rightarrow (-\infty; +\infty)$ – заданные функции, $q_i \geq 1, i = 1, 2$.

Задачи сопряжения изучены, например, в [1-4]. В [5] авторы сравнили некоторые граничные условия, среди которых имеются и акустические граничные условия. Гиперболические уравнения с акустическими граничными условиями впервые рассмотрены в работе [6] и изучены в работах различных авторов (см., например, [7-11]).

В этой работе доказывается теорема о существовании и единственности локальных решений задачи (1)-(8) для нелинейных сильно диссипативных волновых уравнений с нелинейными акустическими условиями сопряжения.

Введем следующие обозначения.

Скалярное произведение и норма в $L^2(\Omega_i)$ ($i=1, 2$) и $L^2(\Gamma_2)$ обозначаются, соответственно, как

$$(u, v)_i = \int_{\Omega_i} u(x)v(x)dx, \quad \|u\|_i = \left(\int_{\Omega_i} (u(x))^2 dx \right)^{1/2}, \quad i = 1, 2,$$

$$(\delta, \theta)_{\Gamma_2} = \int_{\Gamma_2} \delta(x)\theta(x)d\Gamma_2, \quad \|\delta\|_{\Gamma_2} = \left(\int_{\Gamma_2} (\delta(x))^2 d\Gamma_2 \right)^{1/2}.$$

Введем замкнутое подпространство $H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)$ пространства $H^1(\Omega_1)$, как

$$H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1) = \{ u \in H^1(\Omega_1) : \gamma_0(u) = 0 \text{ п. в. на } \Gamma_1 \},$$

где $\gamma_0: H^1(\Omega_1) \rightarrow H^{1/2}(\Gamma)$ – оператор следа нулевого порядка и $H^{1/2}(\Gamma)$ есть пространство Соболева порядка $\frac{1}{2}$ (см. [12]). Заметим что норма в $H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)$:

$$\|u\|_{H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)} = \left(\sum_{i=1}^n \int_{\Omega_1} \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \right)^2 dx \right)^{1/2}$$

и норма в $H^1(\Omega_1)$ эквивалентны, так как неравенство Пуанкаре удовле-

творяется в $H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)$. Таким образом, рассматриваем $H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)$ с вышеуказанной нормой.

Отображение $\gamma_1 : H(\Delta, \Omega_1) \cup H(\Delta, \Omega_2) \rightarrow H^{-1/2}(\Gamma_2)$ - оператор следа Неймана на $H(\Delta, \Omega_1) \cup H(\Delta, \Omega_2)$, где пространства

$$H(\Delta, \Omega_i) = \{ u \in H^1(\Omega_i) : \Delta u \in L^2(\Omega_i) \}, \quad i = 1, 2$$

снабжены нормами

$$\|u\|_{\Delta, \Omega_i} = \left(\|u\|_{H^1(\Omega_i)}^2 + \|\Delta u\|_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2.$$

Определение 1. Тройку функций $(u(x, t), v(x, t), \delta(x, t))$, где $u : \Omega_1 \times [0, T] \rightarrow R$, $v : \Omega_2 \times [0, T] \rightarrow R$, $\delta : \Gamma_2 \times [0, T] \rightarrow R$, назовем слабым решением задачи (1)-(8), если

$$\begin{aligned} u &\in L^\infty(0, T; H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)), \quad v \in L^\infty(0, T; H^1(\Omega_2)), \quad \gamma_0(u) = \gamma_0(v) \text{ п. в. на } \Gamma_2 \times (0, T), \\ u_t &\in L^\infty(0, T; L^2(\Omega_1)) \cap L^{q_1+1}(\Omega_1 \times (0, T)), \quad v_t \in L^\infty(0, T; L^2(\Omega_2)) \cap L^{q_2+1}(\Omega_2 \times (0, T)), \\ \delta, \delta_t &\in L^\infty(0, T; L^2(\Gamma_2)) \end{aligned}$$

и выполнены следующие равенства:

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}(u_t, \Phi)_1 + (\nabla u_t, \nabla \Phi)_1 + (\nabla u, \nabla \Phi)_1 + \left(|u_t|^{q_1-1} u_t, \Phi \right)_1 + \\ &+ \frac{d}{dt}(v_t, \Psi)_2 + (\nabla v_t, \nabla \Psi)_2 + (\nabla v, \nabla \Psi)_2 + \left(|v_t|^{q_2-1} v_t, \Psi \right)_2 + \\ &+ (\rho(\gamma_0(u_t)), \gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2} - (\delta_t, \gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2} = (f_1(u), \Phi)_1 + (f_2(v), \Psi)_2 \end{aligned}$$

для $\forall \Phi \in H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)$, $\forall \Psi \in H^1(\Omega_2)$ таких, что $\Phi = \Psi$ на Γ_2 , в смысле распределений в $D'(0, T)$ и

$$\frac{d}{dt}(\gamma_0(u) + M\delta_t, e)_{\Gamma_2} + (D\delta_t + K\delta, e)_{\Gamma_2} = 0$$

для $\forall e \in L^2(\Gamma_2)$, в смысле распределений в $D'(0, T)$, а также:

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x) \quad \text{п. в. в } \Omega_1,$$

$$v(x, 0) = v_0(x), \quad v_t(x, 0) = v_1(x) \quad \text{п. в. в } \Omega_2,$$

$$\delta(x, 0) = \delta_0(x), \quad \delta_t(x, 0) = \delta_1(x) \quad \text{п. в. на } \Gamma_2.$$

Теорема 1. Пусть

$$M, D, K \in C(\Gamma_2), \quad M > 0, D > 0, K > 0 \quad \text{для } \forall x \in \Gamma_2; \quad (9)$$

$$f_1, f_2 \in C^1(-\infty; +\infty) \text{ и существуют постоянные } c_i > 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

такие, что

$$|f_1(s)| \leq c_1 |s|^p, \quad |f_1'(s)| \leq c_2 |s|^{p-1}, \quad |f_2(s)| \leq c_3 |s|^p, \quad |f_2'(s)| \leq c_4 |s|^{p-1}; \quad (10)$$

$$1 \leq p \leq \frac{n}{n-2}, \text{ если } n \geq 3 \text{ и } p \geq 1, \text{ если } n = 1, 2; \quad (11)$$

$$1 \leq q_i \leq \frac{n+2}{n-2}, \text{ если } n \geq 3, q_i \geq 1, \text{ если } n = 1, 2. \quad (12)$$

$$\rho \in C^1(-\infty; +\infty), |\rho(s)| \leq c_5 |s|^{q_i} \quad (c_5 > 0); \quad (13)$$

$$\rho(s) \text{ — монотонно возрастающая функция на } (-\infty; +\infty). \quad (14)$$

Тогда для $\forall (u_0, v_0, \delta_0) \in H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1) \times H^1(\Omega_2) \times L^2(\Gamma_2)$, $\forall (u_1, v_1, \delta_1) \in L^{2q_1}(\Omega_1) \times L^{2q_2}(\Omega_2) \times L^2(\Gamma_2)$ существует число $T > 0$ такое, что задача (1)-(8) имеет единственное слабое решение (u, v, δ) , удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} u &\in C([0, T]; H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)), \quad u_t \in C([0, T]; L^2(\Omega_1)) \cap L^{q_1+1}(\Omega_1 \times (0, T)), \\ v &\in C([0, T]; H^1(\Omega_2)), \quad v_t \in C([0, T]; L^2(\Omega_2)) \cap L^{q_2+1}(\Omega_2 \times (0, T)), \\ \delta, \delta_t &\in L^\infty(0, T; L^2(\Gamma_2)); \end{aligned}$$

кроме того, если $T_{\max} > 0$ — длина максимального интервала существования решения (u, v, δ) , то справедлива следующая альтернатива:

либо $T_{\max} = +\infty$;

либо $\lim_{t \rightarrow T_{\max} - 0} \left(\|u_t\|_1^2 + \|v_t\|_2^2 + \|\nabla u\|_1^2 + \|\nabla v\|_2^2 + \|\sqrt{M} \delta_t\|_{\Gamma_2}^2 + \|\sqrt{K} \delta\|_{\Gamma_2}^2 \right) = +\infty$.

Доказательство Теоремы 1.

Рассмотрим следующую задачу:

$$U_{tt} - \Delta U_t - \Delta U + |U_t|^{q_1-1} U_t = F_1 \quad \text{в } \Omega_1 \times (0, T), \quad (15)$$

$$V_{tt} - \Delta V_t - \Delta V + |V_t|^{q_2-1} V_t = F_2 \quad \text{в } \Omega_2 \times (0, T), \quad (16)$$

$$M \delta_{tt} + D \delta_t + K \delta = -U_t \quad \text{на } \Gamma_2 \times (0, T), \quad (17)$$

$$U = 0 \quad \text{на } \Gamma_1 \times (0, T), \quad (18)$$

$$U = V, \quad \delta_t = \frac{\partial U}{\partial \nu} - \frac{\partial V}{\partial \nu} + \frac{\partial U_t}{\partial \nu} - \frac{\partial V_t}{\partial \nu} + \rho(U_t) \quad \text{на } \Gamma_2 \times (0, T), \quad (19)$$

$$U(x, 0) = u_0(x), \quad U_t(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \Omega_1, \quad (20)$$

$$V(x, 0) = v_0(x), \quad V_t(x, 0) = v_1(x), \quad x \in \Omega_2, \quad (21)$$

$$\delta(x, 0) = \delta_0(x), \quad \delta_t(x, 0) = \delta_1(x), \quad x \in \Gamma_2; \quad (22)$$

где $T > 0$; $F_1 = F_1(x, t)$ и $F_2 = F_2(x, t)$ - некоторые фиксированные функции, определенные на $\Omega_1 \times (0, T)$ и $\Omega_2 \times (0, T)$, соответственно.

Чтобы доказать Теорему 1, нам понадобятся две леммы: Лемма 1 и Лемма 2.

Лемма 1. Пусть выполнены условия (9), (12)-(14) и

$$F_1 \in H^1(0, T; L^2(\Omega_1)), F_2 \in H^1(0, T; L^2(\Omega_2)), \quad (23)$$

$$u_0 \in H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1) \cap H^2(\Omega_1), u_1 \in H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1) \cap H^2(\Omega_1) \cap L^{2q_1}(\Omega_1), \quad (24)$$

$$v_0 \in H^2(\Omega_2), v_1 \in H^2(\Omega_2) \cap L^{2q_2}(\Omega_2), \quad (25)$$

$$\delta_0, \delta_1 \in L^2(\Gamma_2). \quad (26)$$

Тогда задача (15)-(22) имеет единственное слабое решение (U, V, δ) , удовлетворяющее условиям

$$U \in L^\infty(0, T; H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)), U_t \in L^\infty(0, T; H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)) \cap L^{q_1+1}(\Omega_1 \times (0, T)), \quad (27)$$

$$U_{tt} \in L^\infty(0, T; L^2(\Omega_1)),$$

$$V \in L^\infty(0, T; H^1(\Omega_2)), V_t \in L^\infty(0, T; H^1(\Omega_2)) \cap L^{q_2+1}(\Omega_2 \times (0, T)), \quad (28)$$

$$V_{tt} \in L^\infty(0, T; L^2(\Omega_2)),$$

$$(-\Delta U + |U_t|^{q_1-1} U_t)(t) \in L^2(\Omega_1), (-\Delta V + |V_t|^{q_2-1} V_t)(t) \in L^2(\Omega_2) \text{ п. в. на } (0, T), \quad (29)$$

$$\delta, \delta_t, \delta_{tt} \in L^\infty(0, T; L^2(\Gamma_2)). \quad (30)$$

Доказательство Леммы 1. *Аппроксимации Фаздо-Галеркина.* Пусть $\{(\Phi_j, \Psi_j)\}$ и $\{e_j\}$ ($j \in N$) линейно независимые, полные системы в пространствах

$$W = \{(u, v) \in (H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1) \cap H^2(\Omega_1)) \times H^2(\Omega_2), \gamma_0(u) = \gamma_0(v) \text{ п.в. на } \Gamma_2\} \text{ и } L^2(\Gamma_2),$$

соответственно. Так как Γ_1 и Γ_2 являются достаточно гладкими, то $\Phi_j \in H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1) \cap H^2(\Omega_1) \cap L^\infty(\Omega_1)$ и $\Psi_j \in H^2(\Omega_2) \cap L^\infty(\Omega_2)$ для любого $j \in N$. Будем искать “приближенное” решение рассматриваемой задачи в виде

$$(U_m(x, t), V_m(x, t)) = \sum_{i=1}^m \alpha_{im}(t) (\Phi_i, \Psi_i), \quad \delta_m(x, t) = \sum_{i=1}^m \beta_{im}(t) e_i, \quad m \in N,$$

где $\alpha_{im}(t)$ и $\beta_{im}(t)$ определяются из равенств:

$$\begin{aligned} & (U_{mtt}, \Phi_j)_1 + (\nabla U_{mt}, \nabla \Phi_j)_1 + (\nabla U_m, \nabla \Phi_j)_1 + (|U_{mt}|^{q_1-1} U_{mt}, \Phi_j)_1 + \\ & + (V_{mtt}, \Psi_j)_2 + (\nabla V_{mt}, \nabla \Psi_j)_2 + (\nabla V_m, \nabla \Psi_j)_2 + (|V_{mt}|^{q_2-1} V_{mt}, \Psi_j)_2 - \\ & - (\delta_{mt}, \gamma_0(\Phi_j))_{\Gamma_2} + (\rho(U_{mt}), \gamma_0(\Phi_j))_{\Gamma_2} = (F_1, \Phi_j)_1 + (F_2, \Psi_j)_2, \end{aligned} \quad (31)$$

$$(M\delta_{mtt} + D\delta_{mt} + K\delta_m, e_j)_{\Gamma_2} = -(\gamma_0(U_{mt}), e_j)_{\Gamma_2}, \quad 1 \leq j \leq m, \quad (32)$$

$$\delta_{mt} = \frac{\partial U_m}{\partial \nu} - \frac{\partial V_m}{\partial \nu} + \frac{\partial U_{mt}}{\partial \nu} - \frac{\partial V_{mt}}{\partial \nu} + \rho(U_{mt}), \quad x \in \Gamma_2, \quad (33)$$

$$(U_m(x, 0), V_m(x, 0)) = (U_{0m}, V_{0m}) = \sum_{i=1}^m a_{im}(\Phi_i, \Psi_i) \rightarrow (u_0, v_0) \text{ в } W, \quad (34)$$

$$(U_{mt}(x, 0), V_{mt}(x, 0)) = (U_{1m}, V_{1m}) = \sum_{i=1}^m b_{im}(\Phi_i, \Psi_i) \rightarrow (u_1, v_1) \text{ в } (H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1) \cap L^{2q_1}(\Omega_1)) \times (H^1(\Omega_2) \cap L^{2q_2}(\Omega_2)), \quad (35)$$

$$\delta_m(x, 0) = \delta_{0m} = \sum_{i=1}^m c_{im} e_i \rightarrow \delta_0 \text{ в } L^2(\Gamma_2), \quad (36)$$

$$\delta_{mt}(x, 0) = \gamma_1(U_{0m} - V_{0m} + U_{1m} - V_{1m}) + \gamma_0(\rho(U_{1m})) = \sum_{i=1}^m d_{im} e_i \rightarrow \delta_1 \text{ в } L^2(\Gamma_2) \quad (37)$$

при $m \rightarrow \infty$. Общие результаты о нелинейных системах гарантируют существование решения (U_m, V_m, δ_m) ($m \in N$) задачи (31)-(37) на интервале $[0, T_m]$ (оценка 1 показывает, что $T_m = T$). Из (1.5.31), (32) имеем

$$(U_{mtt}, \Phi)_1 + (\nabla U_{mt}, \nabla \Phi)_1 + (\nabla U_m, \nabla \Phi)_1 + (|U_{mt}|^{q_1-1} U_{mt}, \Phi)_1 + (V_{mtt}, \Psi)_2 + (\nabla V_{mt}, \nabla \Psi)_2 + (\nabla V_m, \nabla \Psi)_2 + (|V_{mt}|^{q_2-1} V_{mt}, \Psi)_2 - (\delta_{mt}, \gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2} + \quad (38)$$

$$+ (\rho(U_{mt}), \gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2} = (F_1, \Phi)_1 + (F_2, \Psi)_2, \\ (M\delta_{mtt} + D\delta_{mt} + K\delta_m, e)_{\Gamma_2} = -(\gamma_0(U_{mt}), e)_{\Gamma_2}, \quad (39)$$

для $\forall \Phi \in \text{Span}\{\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_m, \dots\}$, $\forall \Psi \in \text{Span}\{\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_m, \dots\}$, $\forall e \in \text{Span}\{e_1, e_2, \dots, e_m, \dots\}$.

Оценка 1. Полагая $\Phi = 2U_{mt}$, $\Psi = 2V_{mt}$ в (38) и $e = 2\delta_{mt}$ в (39), получаем равенства

$$\frac{d}{dt} \|U_{mt}\|_1^2 + 2 \|\nabla U_{mt}\|_1^2 + \frac{d}{dt} \|\nabla U_m\|_1^2 + 2 (|U_{mt}|^{q_1-1} U_{mt}, U_{mt})_1 + \\ + \frac{d}{dt} \|V_{mt}\|_2^2 + 2 \|\nabla V_{mt}\|_2^2 + \frac{d}{dt} \|\nabla V_m\|_2^2 + 2 (|V_{mt}|^{q_2-1} V_{mt}, V_{mt})_2 - (\delta_{mt}, \gamma_0(2U_{mt}))_{\Gamma_2} + \\ + 2 (\rho(U_{mt}), \gamma_0(U_{mt}))_{\Gamma_2} = 2 (F_1, U_{mt})_1 + 2 (F_2, V_{mt})_2, \\ \frac{d}{dt} \|\sqrt{M} \delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + 2 \|\sqrt{D} \delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + \frac{d}{dt} \|\sqrt{K} \delta_m\|_{\Gamma_2}^2 + (\gamma_0(U_{mt}), 2\delta_{mt})_{\Gamma_2} = 0,$$

складывая которых и используя (33), имеем

$$\left(\frac{d}{dt} (\|U_{mt}\|_1^2 + \|\nabla U_m\|_1^2 + \|V_{mt}\|_2^2 + \|\nabla V_m\|_2^2 + \|\sqrt{M} \delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + \|\sqrt{K} \delta_m\|_{\Gamma_2}^2) + 2 \|\nabla U_{mt}\|_1^2 + 2 \|\nabla V_{mt}\|_2^2 + \right. \\ \left. + 2 (\rho(U_{mt}), U_{mt})_{\Gamma_2} + 2 \|\sqrt{D} \delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + 2 (|U_{mt}|^{q_1+1}, 1)_1 + 2 (|V_{mt}|^{q_2+1}, 1)_2 \right) = 2 (F_1, U_{mt})_1 + 2 (F_2, V_{mt})_2.$$

или так как в силу (13): $\rho(s)s \geq 0, \forall s \in (-\infty, +\infty)$, получаем

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left(\|U_{mt}\|_1^2 + \|\nabla U_m\|_1^2 + \|V_{mt}\|_2^2 + \|\nabla V_m\|_2^2 + \|\sqrt{M}\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + \|\sqrt{K}\delta_m\|_{\Gamma_2}^2 \right) + 2\|\nabla U_{mt}\|_1^2 + \\ & + 2\|\nabla V_{mt}\|_2^2 + 2\|\sqrt{D}\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + 2\left(|U_{mt}|^{q_1+1}, 1\right)_1 + 2\left(|V_{mt}|^{q_2+1}, 1\right)_2 = 2(F_1, U_{mt})_1 + 2(F_2, V_{mt})_2. \end{aligned} \quad (40)$$

Интегрируя равенство (40) от 0 до t ($t \leq T_m$), используя (34)-(37) и неравенство Юнга, получаем

$$\begin{aligned} & \|U_{mt}\|_1^2 + \|\nabla U_m\|_1^2 + \|V_{mt}\|_2^2 + \|\nabla V_m\|_2^2 + \|\sqrt{M}\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + \|\sqrt{K}\delta_m\|_{\Gamma_2}^2 + \\ & + 2\int_0^t \left(\|\nabla U_{mt}\|_1^2 + \|\nabla V_{mt}\|_2^2 + \|\sqrt{D}\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 \right) ds + 2\int_0^t \left[\left(|U_{mt}|^{q_1+1}, 1\right)_1 + \left(|V_{mt}|^{q_2+1}, 1\right)_2 \right] ds \leq \\ & \leq \|U_{1m}\|_1^2 + \|\nabla U_{0m}\|_1^2 + \|V_{1m}\|_2^2 + \|\nabla V_{0m}\|_2^2 + \|\sqrt{M}\gamma_1(U_{0m} - V_{0m} + U_{1m} - V_{1m}) + \gamma_0(\rho(U_{1m}))\|_{\Gamma_2}^2 + \\ & + \|\sqrt{K}\delta_{0m}\|_{\Gamma_2}^2 + \int_0^t \|F_1\|_1^2 ds + \int_0^t \|F_2\|_2^2 ds + \int_0^t \left(\|U_{mt}\|_1^2 + \|V_{mt}\|_2^2 \right) ds, \end{aligned}$$

откуда, согласно (9), (12), (23)-(26) и неравенству Гронуолла, получаем Оценку 1:

$$\begin{aligned} & \|U_{mt}\|_1^2 + \|\nabla U_m\|_1^2 + \|V_{mt}\|_2^2 + \|\nabla V_m\|_2^2 + \|\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + \|\delta_m\|_{\Gamma_2}^2 + \\ & + \int_0^t \left(\|\nabla U_{mt}\|_1^2 + \|\nabla V_{mt}\|_2^2 + \|\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 \right) d\tau + \int_0^t \left[\left(|U_{mt}|^{q_1+1}, 1\right)_1 + \left(|V_{mt}|^{q_2+1}, 1\right)_2 \right] ds \leq C_1, \end{aligned}$$

где C_1 - положительная константа, не зависящая от m . Отсюда следует, что $T_m = T$.

Оценка 2. Оценим нормы $\|U_{mt}(0)\|_1^2$, $\|V_{mt}(0)\|_2^2$ и $\|\delta_{mt}(0)\|_{\Gamma_2}^2$. Используя (33) в (38) имеем

$$\begin{aligned} & (U_{mt}, \Phi)_1 + (\nabla U_{mt}, \nabla \Phi)_1 + (\nabla U_m, \nabla \Phi)_1 - \left(\frac{\partial U_{mt}}{\partial \nu}, \gamma_0(\Phi) \right)_{\Gamma_2} - \left(\frac{\partial U_m}{\partial \nu}, \gamma_0(\Phi) \right)_{\Gamma_2} + \\ & + \left(|U_{mt}|^{q_1-1} U_{mt}, \Phi \right)_1 + (V_{mt}, \Psi)_2 + (\nabla V_{mt}, \nabla \Psi)_2 + (\nabla V_m, \nabla \Psi)_2 + \left(\frac{\partial V_{mt}}{\partial \nu}, \gamma_0(\Psi) \right)_{\Gamma_2} + \\ & + \left(\frac{\partial V_m}{\partial \nu}, \gamma_0(\Psi) \right)_{\Gamma_2} + \left(|V_{mt}|^{q_2-1} V_{mt}, \Psi \right)_2 = (F_1, \Phi)_1 + (F_2, \Psi)_2, \end{aligned} \quad (41)$$

Полагая $\Phi = U_{mt}$ и $\Psi = V_{mt}$ в (41), $e = \delta_{mt}$ в (39) и $t = 0$ в полученных равенствах, получаем

$$\begin{aligned} & \|U_{mt}(0)\|_1^2 + \|V_{mt}(0)\|_2^2 = \left(\Delta U_{1m} + \Delta U_{0m} - |U_{1m}|^{q_1-1} U_{1m} + F_1(x, 0), U_{mt}(0) \right)_1 + \\ & + \left(\Delta V_{1m} + \Delta V_{0m} - |V_{1m}|^{q_2-1} V_{1m} + F_2(x, 0), V_{mt}(0) \right)_2 \leq \\ & \leq \left(\left\| \Delta U_{1m} + \Delta U_{0m} - |U_{1m}|^{q_1-1} U_{1m} + F_1(x, 0) \right\|_1 + \right. \\ & \left. + \left\| \Delta V_{1m} + \Delta V_{0m} - |V_{1m}|^{q_2-1} V_{1m} + F_2(x, 0) \right\|_2 \right) \left(\|U_{mt}(0)\|_1 + \|V_{mt}(0)\|_2 \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\| \sqrt{M} \delta_{mtt}(0) \right\|_{\Gamma_2}^2 &= \left(-D \left(\gamma_1 (U_{0m} - V_{0m} + U_{1m} - V_{1m}) + \gamma_0 (\rho(U_{1m})) \right) - K \delta_{0m} - \gamma_0 (U_{1m}), \delta_{mtt}(0) \right)_{\Gamma_2} \leq \\ &\leq \left\| -D \left(\gamma_1 (U_{0m} - V_{0m} + U_{1m} - V_{1m}) + \gamma_0 (\rho(U_{1m})) \right) - K \delta_{0m} - \gamma_0 (U_{1m}) \right\|_{\Gamma_2} \left\| \delta_{mtt}(0) \right\|_{\Gamma_2}, \end{aligned}$$

откуда, согласно (9), (12), (23)-(26), имеем

$$\left\| U_{mtt}(0) \right\|_1^2 + \left\| V_{mtt}(0) \right\|_2^2 + \left\| \delta_{mtt}(0) \right\|_{\Gamma_2}^2 \leq C_2, \quad (42)$$

где C_2 - положительная константа, не зависящая от m .

Дифференцируя равенства (38), (39) и полагая $\Phi = 2U_{mtt}$, $\Psi = 2V_{mtt}$, $e = 2\delta_{mtt}$, получаем

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt} \left(\left\| U_{mtt} \right\|_1^2 + \left\| \nabla U_{mtt} \right\|_1^2 + \left\| V_{mtt} \right\|_2^2 + \left\| \nabla V_{mtt} \right\|_2^2 + \left\| \sqrt{M} \delta_{mtt} \right\|_{\Gamma_2}^2 + \left\| \sqrt{K} \delta_{mtt} \right\|_{\Gamma_2}^2 \right) + \\ &+ 2 \left\| \nabla U_{mtt} \right\|_1^2 + 2 \left\| \nabla V_{mtt} \right\|_2^2 + 2 \left\| \sqrt{D} \delta_{mtt} \right\|_{\Gamma_2}^2 + (\rho'(U_{mt}) U_{mtt}, \gamma_0(2U_{mtt}))_{\Gamma_2} + \\ &+ 2q_1 \int_{\Omega_1} |U_{mt}|^{q_1-1} U_{mtt}^2 dx + 2q_2 \int_{\Omega_2} |V_{mt}|^{q_2-1} V_{mtt}^2 dx = 2(F_{1t}, U_{mtt})_1 + 2(F_{2t}, V_{mtt})_2, \end{aligned} \quad (43)$$

Используя неравенство Юнга в (43), имеем

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt} \left(\left\| U_{mtt} \right\|_1^2 + \left\| \nabla U_{mtt} \right\|_1^2 + \left\| V_{mtt} \right\|_2^2 + \left\| \nabla V_{mtt} \right\|_2^2 + \left\| \sqrt{M} \delta_{mtt} \right\|_{\Gamma_2}^2 + \left\| \sqrt{K} \delta_{mtt} \right\|_{\Gamma_2}^2 \right) + \\ &+ 2 \left\| \nabla U_{mtt} \right\|_1^2 + 2 \left\| \nabla V_{mtt} \right\|_2^2 + 2 \left\| \sqrt{D} \delta_{mtt} \right\|_{\Gamma_2}^2 + (\rho'(U_{mt}) U_{mtt}, \gamma_0(2U_{mtt}))_{\Gamma_2} + \\ &+ \frac{8q_1}{(q_1+1)^2} \int_{\Omega_1} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(|U_{mt}|^{\frac{q_1-1}{2}} U_{mt} \right) \right)^2 dx + \frac{8q_2}{(q_2+1)^2} \int_{\Omega_2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(|V_{mt}|^{\frac{q_2-1}{2}} V_{mt} \right) \right)^2 dx \leq \\ &\leq \|F_{1t}\|_1^2 + \|F_{2t}\|_2^2 + \|U_{mtt}\|_1^2 + \|V_{mtt}\|_2^2. \end{aligned}$$

интегрируя последнее неравенство вдоль $(0, t)$ и используя тот факт, что в силу (13): $\rho'(s) \geq 0, \forall s \in (-\infty, +\infty)$, имеем

$$\begin{aligned} &\left\| U_{mtt} \right\|_1^2 + \left\| \nabla U_{mtt} \right\|_1^2 + \left\| V_{mtt} \right\|_2^2 + \left\| \nabla V_{mtt} \right\|_2^2 + \left\| \sqrt{M} \delta_{mtt} \right\|_{\Gamma_2}^2 + \left\| \sqrt{K} \delta_{mtt} \right\|_{\Gamma_2}^2 + \\ &+ 2 \int_0^t \left(\left\| \nabla U_{mtt} \right\|_1^2 + \left\| \nabla V_{mtt} \right\|_2^2 + \left\| \sqrt{D} \delta_{mtt} \right\|_{\Gamma_2}^2 \right) ds + \\ &+ \frac{8q_1}{(q_1+1)^2} \int_0^t \int_{\Omega_1} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(|U_{mt}|^{\frac{q_1-1}{2}} U_{mt} \right) \right)^2 dx ds + \frac{8q_2}{(q_2+1)^2} \int_0^t \int_{\Omega_2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(|V_{mt}|^{\frac{q_2-1}{2}} V_{mt} \right) \right)^2 dx ds \leq \\ &\leq \left\| U_{mtt}(0) \right\|_1^2 + \left\| \nabla U_{1m} \right\|_1^2 + \left\| V_{mtt}(0) \right\|_2^2 + \left\| \nabla V_{1m} \right\|_2^2 + \left\| \sqrt{M} \delta_{mtt}(0) \right\|_{\Gamma_2}^2 + \\ &+ \left\| \sqrt{K} \left(\gamma_1 (U_{0m} - V_{0m} + U_{1m} - V_{1m}) + \gamma_0 (\rho(U_{1m})) \right) \right\|_{\Gamma_2}^2 + \\ &+ \int_0^t \left(\|F_{1t}\|_1^2 + \|F_{2t}\|_2^2 \right) ds + \int_0^t \left(\|U_{mtt}\|_1^2 + \|V_{mtt}\|_2^2 \right) ds, \end{aligned}$$

откуда, используя (23)-(26) и (42), согласно неравенству Гронуолла получаем Оценку 2:

$$\begin{aligned} & \|U_{mt}\|_1^2 + \|\nabla U_{mt}\|_1^2 + \|V_{mt}\|_2^2 + \|\nabla V_{mt}\|_2^2 + \|\sqrt{M}\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + \|\sqrt{K}\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 + \\ & + 2 \int_0^t \left(\|\nabla U_{mt}\|_1^2 + \|\nabla V_{mt}\|_2^2 + \|\sqrt{D}\delta_{mt}\|_{\Gamma_2}^2 \right) ds + \frac{8q_1}{(q_1+1)^2} \int_0^t \int_{\Omega_1} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(|U_{mt}|^{\frac{q_1-1}{2}} U_{mt} \right) \right)^2 dx ds + \\ & + \frac{8q_2}{(q_2+1)^2} \int_0^t \int_{\Omega_2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(|V_{mt}|^{\frac{q_2-1}{2}} V_{mt} \right) \right)^2 dx ds \leq C_3, \end{aligned}$$

где C_3 - положительная константа, не зависящая от m .

Доказательство существования решений завершается таким же образом, как в Теореме 2.1 из [13].

Единственность. Пусть (U_1, V_1, δ_1) и (U_2, V_2, δ_2) - два решения задачи (15)-(22). Тогда для $U_1 - U_2 = \tilde{U}$, $V_1 - V_2 = \tilde{V}$, $\delta_1 - \delta_2 = \tilde{\delta}$ имеем

$$\begin{aligned} & (\tilde{U}_t, \Phi)_1 + (\nabla \tilde{U}_t, \nabla \Phi)_1 - \left(\frac{\partial \tilde{U}_t}{\partial \nu}, \gamma_0(\Phi) \right)_{\Gamma_2} + (\nabla \tilde{U}, \nabla \Phi)_1 - \left(\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \nu}, \gamma_0(\Phi) \right)_{\Gamma_2} + \\ & + (\tilde{V}_t, \Psi)_2 + (\nabla \tilde{V}_t, \nabla \Psi)_2 + \left(\frac{\partial \tilde{V}_t}{\partial \nu}, \gamma_0(\Psi) \right)_{\Gamma_2} + (\nabla \tilde{V}, \nabla \Psi)_2 + \left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \nu}, \gamma_0(\Psi) \right)_{\Gamma_2} + \\ & + \int_{\Omega_1} (|U_{1t}|^{q_1-1} U_{1t} - |U_{2t}|^{q_1-1} U_{2t}) \Phi dx + \int_{\Omega_2} (|V_{1t}|^{q_2-1} V_{1t} - |V_{2t}|^{q_2-1} V_{2t}) \Psi dx = 0, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & (\tilde{U}_t, \Phi)_1 + (\nabla \tilde{U}_t, \nabla \Phi)_1 + (\nabla \tilde{U}, \nabla \Phi)_1 + (\tilde{V}_t, \Psi)_2 + (\nabla \tilde{V}_t, \nabla \Psi)_2 + (\nabla \tilde{V}, \nabla \Psi)_2 + \\ & + \int_{\Omega_1} (|U_{1t}|^{q_1-1} U_{1t} - |U_{2t}|^{q_1-1} U_{2t}) \Phi dx + \int_{\Omega_2} (|V_{1t}|^{q_2-1} V_{1t} - |V_{2t}|^{q_2-1} V_{2t}) \Psi dx - \end{aligned} \quad (44)$$

$$- (\tilde{\delta}_t + \rho(U_{1t}) - \rho(U_{2t}), \gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2} = 0,$$

$$(M\tilde{\delta}_t + D\tilde{\delta}_t + K\tilde{\delta}, e)_{\Gamma_2} = -(\gamma_0(\tilde{U}_t), e)_{\Gamma_2}, \quad (45)$$

для любого $(\Phi, \Psi, e) \in W$, п. в. на $(0, T)$;

$$\tilde{U} = 0 \text{ п. в. в } \Gamma_1 \times (0, T), \quad (46)$$

$$\tilde{U} = \tilde{V}, \quad \tilde{\delta}_t = \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \nu} - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \nu} + \frac{\partial \tilde{U}_t}{\partial \nu} - \frac{\partial \tilde{V}_t}{\partial \nu} + \rho(U_{1t}) - \rho(U_{2t}) \text{ п. в. в } \Gamma_2 \times (0, T), \quad (47)$$

$$\tilde{U}(x, 0) = 0, \quad \tilde{U}_t(x, 0) = 0 \quad x \in \Omega_1, \quad (48)$$

$$\tilde{V}(x, 0) = 0, \quad \tilde{V}_t(x, 0) = 0 \quad x \in \Omega_2, \quad (49)$$

$$\tilde{\delta}(x, 0) = 0, \quad \tilde{\delta}_t(x, 0) = 0 \quad x \in \Gamma_2. \quad (50)$$

Полагая $\Phi = 2\tilde{U}_t$, $\Psi = 2\tilde{V}_t$ в (44) и $e = 2\tilde{\delta}_t$ в (45) получаем

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left(\|\tilde{U}_t\|_1^2 + \|\nabla \tilde{U}\|_1^2 + \|\tilde{V}_t\|_2^2 + \|\nabla \tilde{V}\|_2^2 + \|\sqrt{M}\tilde{\delta}_t\|_{\Gamma_2}^2 + \|\sqrt{K}\tilde{\delta}\|_{\Gamma_2}^2 \right) + 2\|\nabla \tilde{U}_t\|_1^2 + 2\|\nabla \tilde{V}_t\|_2^2 + \\ & + 2\|\sqrt{D}\tilde{\delta}_t\|_{\Gamma_2}^2 + 2(\rho(U_{1t}) - \rho(U_{2t}), U_{1t} - U_{2t})_{\Gamma_2} + 2(|U_{1t}|^{q_1-1}U_{1t} - |U_{2t}|^{q_1-1}U_{2t}, U_{1t} - U_{2t})_1 + \\ & + 2(|V_{1t}|^{q_2-1}V_{1t} - |V_{2t}|^{q_2-1}V_{2t}, V_{1t} - V_{2t})_2 = 0. \end{aligned} \quad (51)$$

Так как

$$(|U_{1t}|^{q_1-1}U_{1t} - |U_{2t}|^{q_1-1}U_{2t}, U_{1t} - U_{2t})_1 \geq 0, \quad (|V_{1t}|^{q_2-1}V_{1t} - |V_{2t}|^{q_2-1}V_{2t}, V_{1t} - V_{2t})_2 \geq 0$$

и в силу (13):

$$(\rho(U_{1t}) - \rho(U_{2t}), U_{1t} - U_{2t})_{\Gamma_2} \geq 0,$$

то из (51) имеем

$$\frac{d}{dt} \left(\|\tilde{U}_t\|_1^2 + \|\nabla \tilde{U}\|_1^2 + \|\tilde{V}_t\|_2^2 + \|\nabla \tilde{V}\|_2^2 + \|\sqrt{M}\tilde{\delta}_t\|_{\Gamma_2}^2 + \|\sqrt{K}\tilde{\delta}\|_{\Gamma_2}^2 \right) \leq 0.$$

Используя (48)-(50) в последнем неравенстве, получаем

$$\|\tilde{U}_t\|_1^2 + \|\nabla \tilde{U}\|_1^2 + \|\tilde{V}_t\|_2^2 + \|\nabla \tilde{V}\|_2^2 + \|\sqrt{M}\tilde{\delta}_t\|_{\Gamma_2}^2 + \|\sqrt{K}\tilde{\delta}\|_{\Gamma_2}^2 \leq 0.$$

Отсюда имеем $\tilde{U} = 0$, $\tilde{V} = 0$, $\tilde{\delta} = 0$.

Лемма 1 доказана.

Для заданных $u \in C([0, T]; H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)) \cap C^1([0, T]; L^2(\Omega_1))$, $v \in C([0, T]; H^1(\Omega_2)) \cap C^1([0, T]; L^2(\Omega_2))$, которые удовлетворяют условию $u|_{\Gamma_2} = v|_{\Gamma_2}$, рассмотрим следующую задачу

$$\begin{cases} U_{tt} - \Delta U_t - \Delta U + |U_t|^{q_1-1}U_t = f_1(u) & \text{в } \Omega_1 \times (0, T), \\ V_{tt} - \Delta V_t - \Delta V + |V_t|^{q_2-1}V_t = f_2(v) & \text{в } \Omega_2 \times (0, T), \\ M\delta_{tt} + D\delta_t + K\delta = -U_t & \text{на } \Gamma_2 \times (0, T), \\ U = 0 & \text{на } \Gamma_1 \times (0, T), \\ U = V, \delta_t = \frac{\partial U}{\partial \nu} - \frac{\partial V}{\partial \nu} + \frac{\partial U_t}{\partial \nu} - \frac{\partial V_t}{\partial \nu} + \rho(U_t) & \text{на } \Gamma_2, \\ U(x, 0) = u_0(x), U_t(x, 0) = u_1(x), & x \in \Omega_1, \\ V(x, 0) = v_0(x), V_t(x, 0) = v_1(x), & x \in \Omega_2, \\ \delta(x, 0) = \delta_0(x), \delta_t(x, 0) = \delta_1(x), & x \in \Gamma_2. \end{cases} \quad (52)$$

Лемма 2. Пусть выполнены условия (9)-(13) и $u_0 \in H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)$, $u_1 \in L^{2q_1}(\Omega_1)$, $v_0 \in H^1(\Omega_2)$, $v_1 \in L^{2q_2}(\Omega_2)$, $\delta_0 \in L^2(\Gamma_2)$, $\delta_1 \in L^2(\Gamma_2)$. Тогда существует число $T > 0$ такое, что задача (52) имеет единственное слабое ре-

шение (U, V, δ) , удовлетворяющее условиям
 $U \in C([0, T]; H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1))$, $U_t \in C([0, T]; L^2(\Omega_1)) \cap L^{q_1+1}(\Omega_1 \times (0, T))$,
 $V \in C([0, T]; H^1(\Omega_2))$, $V_t \in C([0, T]; L^2(\Omega_2)) \cap L^{q_2+1}(\Omega_2 \times (0, T))$,
 $\delta, \delta_t \in L^\infty(0, T; L^2(\Gamma_2))$.

Доказательство Леммы 2 и завершение доказательства Теоремы 1 осуществляем таким же образом, как в теореме 2.1 из [13].

Теорема 1 доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.Dautray, J.L.Lions; Analyse et Calcul Numerique pour les Sciences et les Techniques, Vol. 1, Masson, Paris, 1984.
2. J.E.Muñoz Rivera, H.Portillo Oquendo; The transmission problem of viscoelastic waves, Acta Applicandae Mathematicae, 60 (2000), 1-21.
3. J.J.Bae; Nonlinear transmission problem for wave equation with boundary condition of memory type, Acta, Appl. Math. 110 (2010), n. 2, 907-919.
4. A.B.Aliev, E.H.Mammadhasanov, Well-posedness of initial boundary value problem on longitudinal impact on a composite linear viscoelastic bar, Mathematical Methods in the Applied Sciences, v. 40, n. 14, 2017, pp.5380-5390.
5. C.G.Gal, G.R.Goldstein, J.A. Goldstein, Oscillatory boundary conditions for acoustic wave equations, J. Evol. Equ. 3(4) (2003), 623-635.
6. J.T.Beale, S. I. Rosencrans; Acoustic boundary conditions, Bull. Amer. Math.Soc., 80, n.6 (1974), 1276-1278.
7. J.T.Beale; Acoustic scattering from locally reacting surfaces, Indiana Univ. Math. J. 26 (1977), 199-222.
8. C.L.Frota, A.Vicente; A hyperbolic system of Klein-Gordon type with acoustic boundary conditions, Int. J.Pure Appl. Math., 47, n.2 (2008), 185-198.
9. D.Mugnolo; Abstract wave equations with acoustic boundary conditions, Math. Nachr., 279 (2006), n. 3, 299-318.
10. A. Vicente, Wave equation with acoustic/memory boundary conditions, Bol. Soc. Parana. Mat. (3) 27 (1) (2009), 29-39.
11. Y. Boukhatem, B.Benabderrahmane, Existence and decay of solutions for a viscoelastic wave equation with acoustic boundary conditions, Nonlinear Analysis 97 (2014), 191-209.
12. Ж.Л.Лионс, Э.Мадженес, Неоднородные граничные задачи и их приложения, М.1971.
13. S.E.Isayeva, Nonlinear wave equations with nonlinear transmission acoustic condition, Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, 2021, v. 47, n. 2, 232-249.

**QEYRİ-XƏTTİ AKUSTİK QOŞMALIQ ŞƏRTLİ
QEYRİ-XƏTTİ GÜCLÜ DİSSIPATİV DALĞA TƏNLİKLƏRİ ÜÇÜN
LOKAL HƏLLƏRİN VARLIĞI**

S.E.İSAYEVA

XÜLASƏ

Baxılan işdə qeyri-xətti akustik qoşmalığ şərtli qeyri-xətti güclü dissipativ dalğa tənlikləri üçün qarışıq məsələyə baxılıb. Həmin məsələ üçün lokal həllin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem isbat olunub.

Açar sözlər. Güclü dissipativ dalğa tənliyi, qeyri-xətti akustik qoşmalığ şərtlər, lokal həll, tərpənməz nöqtə haqqında teorem.

**EXISTENCE OF LOCAL SOLUTIONS FOR NONLINEAR STRONGLY
DISSIPATIVE WAVE EQUATIONS WITH NONLINEAR TRANSMISSION
ACOUSTIC CONDITIONS**

S.E.ISAYEVA

SUMMARY

In this work we consider the mixed problem for nonlinear strongly dissipative wave equations with nonlinear transmission acoustic conditions. We prove the existence and uniqueness of local solutions for this problem.

Keywords. Strongly dissipative wave equation, nonlinear transmission acoustic condition, local solution, fixed point theorem.