RİYAZİYYATIN TƏDRİSİ METODİKASI

BİRDƏYİŞƏNLİ FUNKSİYANIN İNTEQRAL HESABINA AİD KONTRMİSALLAR

Müdafiə Mahmudov,
pedaqogika üzrə elmlər doktoru, professor

Nizami Şıxəliyev,
dosent

Aytən Məmmədli,
baş labarant

Aynur Rəsulzadə
baş labarant
Azərbaycan Texniki Universiteti
E-mail: maxmudov45@mail.ru

Rəyçilər: *ped.ü.fəls.dok., dos.* N. Abbasov,
ped.ü.fəls.dok., dos. R. Şükürov

***Açar sözlər**: funksiya, inteqral hesabı, Riman inteqralı, qeyri-məxsusi inteqrallar, kontrmisallar*
***Ключевые слова:** функция, интегральное исчисление, интеграл Римана, несобственные интегралы, контрпример*
***Keywords:** function, integral calculus, Riemann integral, improper integrals, counterexample*

Ali texniki məktəblərdə riyazi analiz bölməsinin tədrisində kontrmisallardan istifadə bu nəzəriyyənin səmərəliliyinin yüksəldilməsində, təfəkkürün inkişafında, biliyin dərinləşməsində mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Ali texniki məktəblərdə riyazi analiz bölməsindən kifayət qədər kontrmisallardan istifadə həm də professor müəllimlərin bu istiqamətdə peşəkarlığının formalaşmasında rol oynayır və bu bölmənin tədrisi prosesində gələcək mühəndis mütəxəssislərinin müxtəlif iş fəaliyyətində və fasiləsiz təhsildə əhəmiyyət kəsb edir.

Riyazi analiz bölməsində təlimin yaxşılaşdırılması və təhsilin keyfiyyətinin yüksəldilməsində professor-müəllimlərin nəzəri və praktiki istiqamətlərdə kontrmisallardan istifadə etməsi zəruridir. Kontrmisallardan istifadənin bir mahiyyəti də ondan ibarətdir ki, bu bölmənin tədrisinə ayrılan saatlardan səmərəli istifadə etməkdə rol oynayır.

1. *Verilmiş parçada məhdud, bu parçada ibtidai funksiyası olmayan və bu parçada Riman mənada inteqrallanan funksiya*.

$$f(x)=\begin{cases} -1; & x\in[-1;0)\ \text{olduqda},\\ 0; & x=0\ \text{olduqda},\\ 1; & x\in(0;1]\ \text{olduqda}\end{cases}$$

funksiyasına baxaq. Bu funksiya $[-1;1]$ parçasında təyin olunub, bu parçada məhduddur və parçanın $x=0$ nöqtəsindən başqa qalan bütün nöqtələrində kəsilməzdir. Lakin funksiyanın $[-1;1]$ parçasında ibtidai funksiyası yoxdur, belə ki, funksiya -1; 0 və 1 qiymətlərindən ibarət yalnız üç qiymət alır. Bu qiymətlər arasındakı heç bir qiyməti isə ala bilmir. Törəmə funksiyasının birinci növ kəsilmə nöqtəsinə malik ola bilməməsi xassəsinə əsasən bu funksiyanın $[-1;1]$ parçasında ibtidai funksiyası yoxdur (bax [1], səh. 146). Lakin bu funksiyanın $[-1;1]$ parçasında Riman inteqral vardır. Doğrudan da

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx=-\int_{-1}^{0} dx+\int_{0}^{1} dx=0$$

olur.

2. *Verilmiş parçada Riman mənada inteqrallanmayan məhdud funksiya.*

$$D(x)=\lim_{m\to\infty}\left\{\lim_{n\to\infty}\cos^n(\pi\, m!\, x)\right\}=\begin{cases}1; & x \text{ rasional olduqda,}\\ 0; & x \text{ irrasional olduqda}\end{cases}$$

funksiyasına baxaq. Bu funksiya məlum Dirixle funksiyasıdır. Funksiyanın $[0;1]$ parçasında olan aşağıdakı hissəsinə, yəni

$$\varphi(x)=\begin{cases}1; & x\in[0;\,1], \quad x \text{ rasional olduqda,}\\ 0; & x\in[0;\,1], \quad x \text{ irrasional olduqda}\end{cases}$$

funksiyasına baxaq. $\varphi(x)$ funksiyası $[0;1]$ parçasında təyin olunmuş məhdud funksiyadır. Lakin $\varphi(x)$ funksiyası $[0;1]$ parçasında Riman mənada inteqrallanan deyil. Çünki $[0;1]$ parçasına daxil olan istənilən nöqtənin istənilən ətrafında həm rasional, həm də irrasional ədədlər olduğundan

$$\sigma=\sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta x_k \qquad (\Delta x_k=x_k-x_{k-1}, \quad 0=x_0<x_1<\ldots<x_n=1)$$

.

Riman inteqral cəmindəki c_k nöqtələrinin seçilməsi hesabına σ cəmini həm 1-ə, həm də 0-a bərabər etmək olar ki, belə inteqral cəminin də limiti olmaz. Yəni $\varphi(x)$ funksiyasının $[0;1]$ parçasında Riman inteqralı olmaz.

3. *Verimiş parçada ibtidai funksiyası olan, lakin bu parçada Riman inteqralı olmayan funksiya.*

$$f(x)=\begin{cases}x^2\cdot\sin\dfrac{1}{x^2}, & x\in[-1;0)\cup(0;1],\\ 0, & x=0\end{cases}$$

funksiyasına baxaq. $x\in[-1;0)\cup(0;1]$ olduqda bu funksiyanın sonlu $f'(x)=2x\cdot\sin\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}\cdot\cos\dfrac{1}{x^2}$ törəməsinin olduğu məlumdur. $x=0$ nöqtəsində isə törəmə

$$f'(0)=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x^2\cdot\sin\dfrac{1}{x^2}}{x}=\lim_{x\to0}\left(x\cdot\sin\frac{1}{x^2}\right)=0$$

olur. Deməli,

$$f'(x)=\begin{cases}2x\cdot\sin\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}\cdot\cos\dfrac{1}{x^2}, & x\in[-1;0)\cup(0;1],\\ 0, & x=0\end{cases}$$

törəməsi var və bu törəmə $[-1;1]$ parçasının istənilən nöqtəsində sonludur. Yəni $f'(x)$ funksiyasının $[-1;1]$ parçasında ibtidai funksiyası var, lakin $f'(x)$ funksiyası $[-1;1]$ parçasında qeyri-məhdud funksiya olduğundan onun bu parçada Riman inteqralı yoxdur.

4. *Verilmiş parçada sonsuz sayda kəsilmə nöqtəsinə malik olan, lakin bu pardaça inteqrallanan funksiya.*

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{n}, & \text{əgər } x \text{ rasional ədəddirsə } (x=m/n,\ m\in Z,\ n\in N) \text{ və } m/n \text{ kəsri ixtisar olunmayandır;}\\ 0, & \text{əgər } x \text{ irrasional ədəddirsə}\end{cases}$$

Riman funksiyasına baxaq (bax [2], səh. 77).

Əvvəlcə göstərək ki, bu Riman funksiyası ədəd oxunun bütün rasional nöqtələrində kəsilən, bütün irrasional nöqtələrində isə kəsilməzdir.

Tutaq ki, $x_0=\dfrac{p}{q}$ istənilən rasional ədəddir, yəni $x_0\in Q$, onda $f(x_0)=\dfrac{1}{q}$. Riman funksiyasının tərifinə əsasən $\left\{\dfrac{p\cdot n+1}{q\cdot n}\right\}$ rasional ədədlər ardıcıllığı $n\to\infty$ olduqda həmişə $\dfrac{p}{q}=x_0$ rasional ədədinə yığılacaq. Lakin bu halda $\lim\limits_{n\to\infty} f\left(\dfrac{pn+1}{qn}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{qn}=0\neq f(x_0)$ olduğundan istənilən $x_0=\dfrac{p}{q}$ nöqtəsi bu funksiya üçün kəsilmə nöqtəsi olacaq.

İndi fərz edək ki, α istənilən irrasional ədəddir, $x_n=r_n=\dfrac{p_n}{q_n}$ $(n=1,2,\ldots)$ ardıcıllığı isə α irrasional ədədinə yığılan istənilən rasional ədədlər ardıcıllığıdır. Aydındır ki, bu zaman $\lim\limits_{n\to\infty} q_n=\infty$ olar və

$$\lim_{n\to\infty} f(r_n) = \lim_{n\to\infty} f\left(\frac{p_n}{q_n}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{q_n} = 0 = f(x)$$

olar. Digər tərəfdən isə α-ya yığılan istənilən $\{x_n\}$ ardıcıllığı (rasional və ya irrasional ədədlərdən düzələn) üçün $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(\alpha) = 0$ olar, yəni α irrasional ədədinə yığılan istənilən $\{x_n\}$ ardıcıllığı üçün $(n\to\infty,\ x_n\to\alpha)$ $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(\alpha) = 0$ şərti ödəniləcək. Bu isə ardcıllıqların köməyilə funksiyanın nöqtədə kəsilməzliyinin tərifinə əsasən $f(x)$ funksiyasının istənilən irrasional α nöqtəsində kəsilməz olduğunu göstərir.

5. *Elə $f(x)$ funksiyası vardır ki, bu funksiya üçün $g(x) \equiv \int_0^x f(t)\,dt$ funksiyası hər yerdə diferensiallanandır, lakin $g'(x) \neq f(x)$ münasibəti hər yerdə sıx çoxluqda ödənilmir.*

Doğrudan da, yuxarıda qeyd etdiyimiz Riman funksiyasına baxaq.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{n}, & \text{əgər } x=m/n \ (m\in Z,\ n\in N) \text{ şəklində rasional ədəddirsə } (m/n \text{ kəsri ixtisar olunmur}); \\ 0, & \text{əgər } x \text{ irrasional ədəddirsə.} \end{cases}$$

İstənilən $x\in(-\infty;+\infty)$ üçün $\int_0^x f(t)\,dt \equiv 0$ və deməli, $(g(x))' \equiv \left(\int_0^x f(t)\,dt\right)' \equiv 0$ olur.

Lakin istənilən rasional $x = \dfrac{m}{n} \in Q$ ədədi üçün $0 \equiv g'(x) \neq f(x) = \dfrac{1}{n}$ olacaq. Deməli, R həqiqi ədədlər çoxluğunda hər yerdə sıx olan Q rasional ədədlər çoxluğunda $g'(x) \neq f(x)$, yəni $g'(x) = f(x)$ bərabərliyi doğru olmayacaq.

6. *Elə iki inteqrallanan funksiya vardır ki, onların superpozisiyası (yəni mürəkkəb funksiyası) inteqrallanan deyil.*

Aşağıdakı funksiyalara baxaq:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x < 1 \ olduqda, \\ 0, & x = 0 \ olduqda; \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{n}, & \text{əgər } x=m/n\in[0;1] \ (m\in Z,\ n\in N), \ m \text{ və } n \text{ qarşılıqlı sadə ədədlərdirsə;} \\ 0, & \text{əgər } x\in[0;1] \text{ və } x \text{ irrasional ədəddirsə} \end{cases}$$

Onda

$$f(g(x)) = \begin{cases} 1, & \text{əgər } x\in[0;1] \text{ və } x \text{ rasional ədəddirsə;} \\ 0, & \text{əgər } x\in[0;1] \text{ və } x \text{ irrasional ədəddirsə} \end{cases}$$

olar.

Deməli, $f(x)$ və $g(x)$ funksiyalarının [0;1] parçasında inteqrallanan funksiyalar olduğuna baxmayaraq, bu funksiyaların superpozisiyası olan $f(g(x))$ funksiyası [0;1] parçasında inteqrallanan deyil (2-si misala bax).

7. *[a;b] parçasında mütləq inteqrallanan elə $f(x)$ funksiyası var ki, bu funksiyanın özü [a;b] parçasında inteqrallanan deyil.*

Aşağıdakı funksiyaya baxaq:

$$f(x) = \begin{cases} 1; & x\in[-1;1], \ x \text{ rasional olduqda,} \\ -1; & x\in[-1;1], \ x \text{ irrasional olduqda.} \end{cases}$$

$\int_{-1}^{1} |f(x)|\,dx = \int_{-1}^{1} dx = x\Big|_{-1}^{1} = 2$, yəni $|f(x)|$ funksiyası [−1;1] parçasında inteqrallanandır. Lakin $f(x)$ funksiyasının özü [−1;1] parçasında inteqrallanan deyil, çünki [−1;1] parçasının istənilən nöqtəsi bu funksiya üçün ikinci növ kəsilmə nöqtəsidir.

8. *Koşinin baş qiyməti mənada yığılan, lakin özü dağılan qeyri-məxsusi inteqral.*

$f(x)=x$ funksiyasının (−∞;+∞) aralığında qeyri-məxsusi inteqralı dağıdır. Lakin bu funksiyanın (−∞;+∞) aralığındakı Koşinin baş qiyməti mənasında qeyri-məxsusi inteqralı

$$\text{v.p.} \int_{-\infty}^{+\infty} x\,dx = \lim_{a\to\infty} \int_{-a}^{a} x dx = \lim_{a\to\infty} \frac{x^2}{2}\Big|_{-a}^{a} = \lim_{a\to\infty}\left(\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2}\right) = 0$$

yığılır.

Əvvəlcə qeyri-məxsusi inteqralların aşağıdakı yığılma əlamətini söyləyək (bax [1], səh. 375).

Teorem. ***Əgər istənilən $x\in[a;+\infty)$ üçün $0\le f(x)\le g(x)$ şərti ödənilərsə, onda:***

1) $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ ***inteqralı yığılarsa,*** $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ ***inteqralı da yığılar;***

2) $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ ***inteqralı dağılarsa,*** $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ ***inteqralı da dağılar.***

Bu teoremin hökmünə əsasən istənilən $x\in[a;+\infty)$ üçün $0\le f(x)\le g(x)$ *şərti ödənildikdə və* $\int_0^{+\infty} g(x)dx$ inteqralı dağılan olduqda, $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ inteqralının yığılan və ya dağılan olması haqqında heç nə söyləmək olmaz.

9. İstənilən $x\in[3;+\infty)$ üçün $\frac{1}{x\cdot\ln^2 x}<\frac{1}{x\cdot\ln x}$ bərabərsizliyi ödənilir. Lakin $\int_3^{+\infty}\frac{dx}{x\ln x}dx=\ln(\ln x)\Big|_3^{+\infty}=+\infty$ inteqralı dağılır, $\int_3^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^2 x}dx=-\frac{1}{\ln x}\Big|_3^{+\infty}=\frac{1}{\ln 3}$ inteqralı isə yığılır.

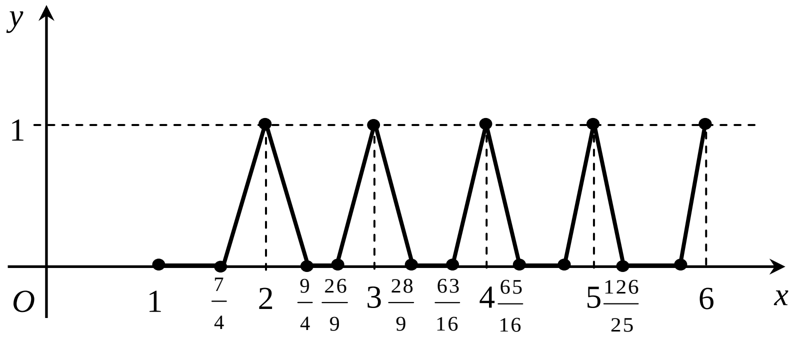
10. İstənilən $x\in[3;+\infty)$ üçün $\frac{1}{x\cdot\ln x}<\frac{1}{x}$ bərabərsizliyi ödənilir. Lakin $\int_3^{+\infty}\frac{dx}{x}dx=\ln x\Big|_3^{+\infty}=+\infty$ və $\int_3^{+\infty}\frac{dx}{x\ln x}dx=\ln(\ln x)\Big|_3^{+\infty}=+\infty$ inteqrallarının hər ikisi dağılır.

9-cu və 10-cu misal yuxarıda söylənilən fikrimizi sübut edir.

11. *Elə yığılan* $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ *qeyri-məxsusi inteqralı var ki, bu qeyri-məxsusi inteqral yığılandır, inteqralaltı* $f(x)$ *funksiyası* $[1;+\infty)$ *aralığında kəsilməzdir, müsbətdir, məhduddur, lakin* $x\to+\infty$*-da bu inteqralaltı funksiya* 0*-a yaxınlaşmır*.

Şəkil1-də bu funksiyanın qrfikinin [0;6] parçasında yerləşən hissəsi verilmişdir.

İstənilən natural $n>1$ ədədi üçün $g(n)\equiv 1$ qəbul edək. $n>1$ ədədi üçün $\left[n-\frac{1}{n^2};\,n\right]$ və $\left[n;\,n+\frac{1}{n^2}\right]$ parçalarının tam olmayan $n-\frac{1}{n^2}$ və $n+\frac{1}{n^2}$ nöqtələrində $g(x)$ funksiyasını sıfra bərabər götürməklə, parçanın qalan nöqtələrində xətti funksiya qəbul edək. x-ın $x\ge 1$ şərtini ödəyən və $g(x)$-in təyin olunmadığı bütün nöqtələrdə isə $g(x)\equiv 0$ qəbul edək (şəkil 1).



Şəkil 1.

$f(x)\equiv g(x)+\frac{1}{x^2}$ funksiyası $x\ge 1$ qiymətlərində ($x\in[1;+\infty)$) yuxarıdakı şərtləri ödəyən funksiya olar. Doğrudan da $g(x)$ və $\frac{1}{x^2}$ funksiyaları $[1;+\infty)$ aralığında kəsilməz, müsbət və məhdud funksiyalardır.

İstənilən $x\in[1;+\infty)$ üçün $0\le g(x)\le 1$, $0<\frac{1}{x^2}\le 1$ olduğundan $f(x)\equiv g(x)+\frac{1}{x^2}$ funksiyası istənilən $x\in[1;+\infty)$ üçün $1\le f(x)<2$ şərtini ödəyər ki, bu da $f(x)$-in $[1;+\infty)$ aralığında müsbət və məhdud funksiya olduğunu göstərir. Həmçinin iki kəsilməz funksiyanın cəmi kimi

$f(x)$ funksiyasının $[1;+\infty)$ aralığında kəsilməz funksiya olduğu da aydındır.

Qeyri-məxsusi inteqralın həndəsi olaraq sonsuz fiqurun təşkil olunduğu üçbucaqların sahələri cəmi olduğunu nəzərə alsaq (şəkil 1),

$$\int_1^{+\infty} g(x)\,dx = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{4}-\frac{7}{4}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{28}{9}-\frac{26}{9}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{126}{25}-\frac{124}{25}\right)+\ldots=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2}$$

ədədi sırası yığılan olduğundan $\int_1^{+\infty} g(x)\,dx$ qeyri-məxsusi inteqralı da yığılan olar. Digər tərəfdən, $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}\Big|_1^{+\infty} = 1$ olduğundan alırıq ki, $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ qeyri-məxsusi inteqralı iki yığılan qeyri-məxsusi inteqralın

$$\int_1^{+\infty} f(x)\,dx = \int_1^{+\infty} g(x)\,dx + \int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^2}$$

cəmi kimi yığılandır. Lakin $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ şərti ödənilmir. Çünki sonsuz uzaqlaşmış nöqtənin istənilən ətrafında $g(x)$ funksiyası həm 0-a, həm də 1-ə bərabər qiymətlər aldığından $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ limiti olmayacaq. Deməli, doğrudan da $x\to+\infty$ yaxınlaşdıqda $f(x)$ funksiyası 0-a yaxınlaşmayacaq. Bu kontrmisala səbəb $f(x)$-in $[1;+\infty)$ aralığında artmayan olmamasıdır.

Qeyd edək ki, $f(x)$ funksiyasının kəsilməzlik və məhdudluq şərtini saxlamaqla müsbətlik şərtini tələb etməsək, belə misalın qurulması kifayət qədər asanlaşar. Bu məqsədlə aşağıdakı misala baxaq.

12. $f(x)=\sin x^2$ funksiyasına baxaq. Bu funksiya $[0;+\infty)$ aralığında kəsilməzdir, məhduddur. Funksiyanın məlum $\int_0^{+\infty}\sin x^2 dx$ Frenel inteqralı isə yığılandır, lakin $x\to+\infty$ yaxınlaşdıqda $f(x)=\sin x^2$ funksiyasının limiti yoxdur, yəni $x\to+\infty$-da $f(x)=\sin x^2$ funksiyası 0-a yaxınlaşmır (bax [4], səh. 569).

13. *Elə $f(x)$ funksiyası var ki, $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ qeyri-məxsusi inteqralı yığılır, lakin $f(x)$ funksiyası $x\to+\infty$ yaxınlaşdıqda qeyri-məhdud funksiya olur.*

Doğrudan da, $f(x)=x\cdot\sin x^4$ funksiyası $x\to+\infty$-da qeyri-məhduddur, lakin $J=\int_0^{+\infty} x\cdot\sin x^4 dx$ qeyri-məxsusi inteqralı yığılır. Doğrudan da, bu inteqralda $x^2=t$ əvəzləməsi aparsaq, $J=\int_0^{+\infty} x\cdot\sin x^4 dx=\frac{1}{2}\int_0^{+\infty}\sin t^2 dt$ olduğunu alarıq. Sonuncu $\int_0^{+\infty}\sin t^2 dt$ inteqralı Frenel inteqralı olduğu üçün yığılandır.

14. *$[a;+\infty)$ aralığında təyin olunmuş elə $f(x)$ və $\varphi(x)$ funksiyaları var ki, $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ qeyri-məxsusi inteqralı yığılandır, $\varphi(x)$ funksiyası isə $[a;+\infty)$ aralığında məhduddur, lakin*

a) $\int_a^{+\infty} f(x)\varphi(x)dx$ qeyri-məxsusi inteqralı dağılandır;

b) $\int_a^{+\infty} f(x)\varphi(x)dx$ qeyri-məxsusi inteqralı isə yığılandır.

a) $f(x)=\frac{\sin x}{x}$; $\varphi(x)=\sin x$ funksiyalarına baxaq ($f(0)=0$ qəbul edirik).

Məlumdur ki, $\int_0^{+\infty}\frac{\sin x}{x}dx$ qeyri-məxsusi inteqralı yığılır, lakin $\int_0^{+\infty}\frac{\sin^2 x}{x}dx$ qeyri-məxsusi inteqralı isə dağılır (bax [2], səh. 207).

b) $f(x)=\frac{\sin x}{x}$; $\varphi(x)=2\cos x$ olarsa, $\int_0^{+\infty} f(x)dx=\int_0^{+\infty}\frac{\sin x}{x}dx$ qeyri-məxsusi inteqralı yığılır ($f(0)=0$ qəbul edirik), $\varphi(x)$ funksiyası isə $[0;+\infty)$ aralığında məhduddur. Istənilən $x\in[0;+\infty)$ üçün

$$\int_0^{+\infty} f(x)\,\varphi(x)\,dx=\int_0^{+\infty}\frac{\sin 2x}{x}dx$$

inteqralı isə yığılır.

ƏDƏBİYYAT

1. A.N. Əlizadə, N.İ. Şıxəliyev, Ə.A. Məmmədov, A.D .Zamanov. Riyaziyyat: II hissə. Bakı: Azərbaycan nəşriyyatı, 2006.
2. Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1971.
3. И.П. Натансон. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974.
4. И.И. Ляшко, А.К.Боярчук, Я.Г. Гай, Г.П. Головач. Математический анализ в примерах и задачах. Том 1, Киев: Высшая школа, 1974.

М.Дж. Махмудов, Н.Шихалиев, А.Маммедли, А.Расулзаде

КОНТРПРИМЕРЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

РЕЗЮМЕ

В статье представлены некоторые контрпримеры интегрального исчисления функций одной переменной. Эти контрпримеры играют важную роль в процессе изучения курса математического анализа, в также вспомогательную роль для глубокого усвоения тем исследовательского характера указанного раздела.

M.J. Makhmudov, N. Shikhaliyev, A. Mammadli, A. Rasulzadeh

INTEGRAL CALCULATION OF FUNCTIONS ONE VARIABLE

SUMMARY

In this paper some counterexamples of the integral calculus of functions of one variable are presented. This counterexamples play an important role in the course of studying the course of mathematical analysis, and also a supporting role for the profound assimilation of the research topics of this section.

Redaksiyaya daxil olub: 15.11.2017