DÖRDBUCAQLILARIN SAHƏSİNİN HESABLANMASINA AİD MƏSƏLƏLƏR HƏLLİ

Türkan Abdullayeva,
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
E-mail: rufanabdullayev10@gmail.com

Rəyçilər: *ped.ü.elm.dok*., prof. A.S. Adıgözəlov,
dos. A. Cəfərov

Açar sözlər: *müstəvi, fiqur, çoxbucaqlı, dördbucaqlı, sahə, paraleloqram, düzbucaqlı, romb, trapesiya*
Ключевые слова: *плоскость, фигура, многоугольник, четырехугольник, площадь, параллелограмм прямоугольный, ромб, трапеция*
Keywords: *plane,fiqure,polygon,rectangle,area,parallelogram,rectangular,rhomb,trapezoid*

Ətrafımızdan və gündəlik həyatımızdan sahə anlayışı bizə məlumdur. Həyətin sahəsini, otağın sahəsi buna misal ola bilər. Bunlar hamı tərəfindən başa düşülən sahə anlayışlarıdır. Məlumdur ki, bir mətbəxin döşəməsinə kafel döşəmək istəyiriksə, kafellərin sayı həm döşəmənin ölçüsündən həm də kafellərin ölçüsündən asılıdır. Həm də bizə məlumdur ki, iki müxtəlif mətbəxin döşəmək üçün eyni sayda kafel lazım ola bilər. Bu tip məsələlərin hamısı fiqurun sahəsi anlayışı ilə bağlıdır. Fiqur dedikdə sadə fiqurlar başa düşülür.

Sonlu sayda ortaq daxili nöqtələri olmayan üçbucaqlara bölünə bilən fiqurlara sadə fiqurlar deyəcəyik.

Sadə fiqurların sahəsi mənfi olmayan kəmiyyətdir və ədədi qiymətinin aşağıdakı xassələri vardır:

1. Bərabər fiqurların sahələri bərabərdir.
2. Verilmiş fiqur sadə fiqurlara ayrılarsa, onun sahəsi həmin sadə fiqurların sahələrinə bərabərdir.
3. Tərəfi uzunluq vahidinə bərabər olan kvadratın sahəsi vahidə bərabərdir.

Sahə anlayışı şagirdlərə IV-V siniflərdən başlayaraq öyrədilir. Bəzi fiqurların sahə düsturları da elə bu siniflərdə tədris olunur. Yuxarı siniflərdə sahə anlayışı ilə tanış olduqca, aşağı sinifdən onlara məlum olan sahə düsturlarının mahiyyətini, sahələrin ölçülməsinə dair məsələlərin həllinə düsturların tətbiqini dərindən mənimsəyirlər.

Fiqurların sahəsini tədris edərkən, əvvəlcə hər bir fiqura aid onun xassələri və sahəsinin hesablamasına aid bütün mümkün düsturları da yada salmaq lazımdır. Xüsusilə kəmiyyət çevrilmələrini yada salmaq lazımdır. Sahə vahidlərini birindən digərinə çevrilməsi, məsələn m^2, sm^2, dm^2 və s. ilə ifadə etmək bacarığı şagirdlərdə formalaşmalıdır. Bəzən məsələ həlli zamanı fiqurun bu və ya digər elementləri müxtəlif uzunluq vahidləri ilə ifadə etmək, sahədəki məsəlinin tələbinə uyğun zəruri sahə vahidləri ilə tapmaq tələb olunur. Buna görə də şagirdlərdə kəmiyyət çevrilmələri vərdişlərini inkişaf etdirmək lazımdır.

Düzbucaqlının sahəsi

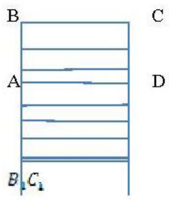
Tərəfləri a, b olan düzbucaqlının sahəsinin hesablanması metodikasına baxaq. Bunun üçün əvvəlcə isbat etməliyik ki, oturacaqları bərabər olan iki düzbucaqlının hündürlükləri nisbəti onun sahələri nisbətinə bərabərdir.

Tutaq ki, bizə$ABCD$ vəAB_1C_1D oturacaqları ortaq olan iki düzbucaqlı verilmişdir. (şəkil 1)

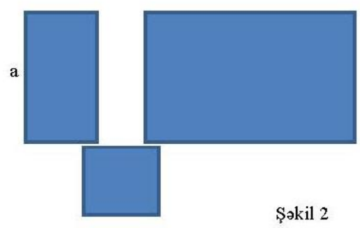
Bu düzbucaqların sahələrini uyğun olaraq S $və$ S_1 qəbul edək.

İsbat edək ki, $\frac{S}{S_1} = \frac{AB}{AB_1}$

Düzbucaqlının AB tərəfi böyük ədəd olmaqla n bərabər hissəyə bölək. Onlardan hər biri $\frac{AB}{n}$ – ə bərabər olacaqdır. AB_1 tərəfi üzərindəki bölgü nöqtələrinin sayı isə m olsun.



Şəkil 1



Şəkil 2

Onda $\left(\frac{AB}{n}\right)\cdot m \le AB_1 \le \left(\frac{AB}{n}\right)\cdot(m+1)$ olar. Hər tərəfi AB –yə bölsək, aşağıdakını alarıq.

$\frac{m}{n} \le \frac{AB_1}{AB} \le \frac{m}{n}+\frac{1}{n}$ və yaxud da belə yaza bilərik $\frac{1}{n}+\frac{m}{n} \le \frac{AB_1}{AB} \le \frac{m}{n}$ (1)

Bölgü nöqtələrindən AD oturacağına paralel düz xətlər çəkək. Onların hər birinin sahəsi $\frac{S}{n}$ olar. Aşağıdakı hesablamaları apararaq, ilk m düzbucaqlı AB_1C_1D düzbucaqlısına daxildir. AB_1C_1D düzbucaqlısı isə $m+1$ düzbucaqlısına daxildir. Buna görə $\left(\frac{S}{n}\right)\cdot m \le S_1 \le \left(\frac{S}{n}\right)\cdot(m+1)$. Buradan da alınır ki, $\frac{m}{n} \le \frac{S_1}{S} \le \frac{m}{n}+1$ (2). (1) və (2) bərabərsizliklərini tərəf-tərəfə toplayaraq, alarıq $\frac{1}{n} \le \frac{S_1}{S}\cdot\frac{AB_1}{AB} \le \frac{1}{n}$

n ədədini istənilən qədər böyük götürmək olar. Bu yalnız $\frac{S}{S_1}=\frac{AB}{AB_1}$ olduqda mümkün olar. Bunu da isbat etmək bizdən tələb olunurdu.

İndi isə sahə vahidi a olan kvadrat, tərəfləri l, a və tərəfləri a, b olan düzbucaqlı götürək. (şəkil 2).

İsbat etdiyimizə əsasən onların sahələrini müqayisə etsək alarıq ki, $\frac{S^1}{1}=\frac{a}{1}$ və $\frac{S}{S^1}=\frac{b}{1}$

Bu bərabərlikləri tərəf-tərəfə vursaq aşağıdakını alarıq

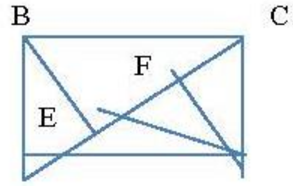
$S=ab$

Beləliklə tərəfləri a, b olan düzbucaqlının sahəsini tapmış olduq: $S=ab$.

Düzbucaqlının sahəsinin hesablanmasına aid aşağıdakı məsələyə baxaq.

Məsələ 1.

$BE\perp AC, DF\perp AC,\ ED=\sqrt{208}\,sm$ və $EF=12\,sm$ olarsa, ABCD düzbucaqlısının sahəsini tapın. şəkil (3)



Həlli: Verilənlərə görə biz $\triangle EFD$ – düzbucaqlı üçbucağının FD katetini tapaq. Pifaqor teoreminə görə aşağıdakını yaza bilərik:

$ED^2=EF^2+FD^2$ buradan alınır ki,

$$FD^2=ED^2-EF^2=\left(\sqrt{208}\right)^2-12^2=64$$

Deməli alırıq ki, $FD=8$

AC diaqonalı ABCD düzbucaqlısını bir birinə oxşar iki üçbucağa ayırır. Buna görə də BE=FD yaza bilərik. BE və FD düz xətləri AC-yə perpendikulyar olduqlarına görə uyğun olaraq ABC və ADC üçbucaqlarının hündürlükləri olacaqdır. AE və FC=x parçalarının da bir-birilərinə bərabər olduqlarını nəzərə alaraq hər birini x qəbul edə bilərik. AE=x. Onda üçbucaq hündürlüklərinin xassələrindən istifadə edərək aşağıdakı bərabərlikləri yaza bilərik:

$BE^2=AE(AE+EC)$ və $BE=\frac{BA\times BC}{AC}$

$8^2=x(x+12)$ buradan x-i tapa bilərik. $x_1=-16, x_2=4$. Məsafə mənfi olmadığı üçün $x=4$ götürəcəyik. Aldıq ki, AE=FC=4. İndi isə ikinci bərabərlikdən BA×BC hasilini tapaq.

$8=\frac{BA\times BC}{12+4+4}=\frac{BA\times BC}{20}$

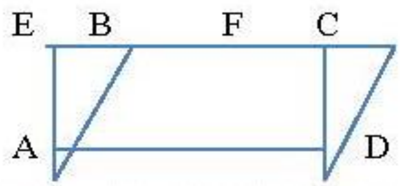
$BA\times BC=8\times 20=160\ sm^2$

Məlum olduğu kimi ABCD düzbucaqlısının sahəsi elə BA×BC hasilinə bərabərdir.

Cavab: $160sm^2$.

Paraleloqramın sahəsi

ABCD verilmiş paraleloqramdır. Paraleloqram düzbucaqlı deyilsə, onda bucaqlarından biri A və ya D bucağı itidir. Müəyyənlik üçün tutaq ki, şəkildə (4) təsvir olunduğu üçün A iti bucaqdır



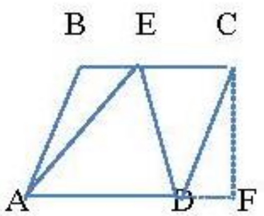
A və D təpələrindən BC düz xəttinə AE və DF perpendikulyarları qaldıraq. Üçbucaq oxşarlığına görə ABE və DCF düzbucaqlı üçbucaqları bərabərdir, çünki onların AB və CD hipotenuzları və AE və DF katetləri bərabərdir. Buradan da, alınır ki, ABCD paraleloqramının sahəsi ADFE düzbucaqlısının sahəsinə bərabərdir. Aşağıdakını yazmaq olar.

$$S_{ABCD} = S_{ABFD} + S_{DCF} = S_{ABFD} + S_{ABE} = S_{ADFE} = AD \times DF$$

Beləliklə, alınır ki, paraleloqramın sahəsi, onun tərəfi ilə həmin tərəfə çəkilmiş hündürlüyün hasilinə bərabərdir.

Paraleloqramın həlli metodikasına aid aşağıdakı məsələyə baxaq;

Məsələ 2. ABCD paraleloqramında AE tənbölən, $CF \perp AF$,AB=5 sm,AD=12 sm,AF=15 sm-dir. ABCD paraleloqramının sahəsini tapın. Şəkil (5)



Həlli: Bizə məlumdur ki, ABCD paraleloqramının sahəsi onun AD tərəfi ilə həmin tərəfə çəkilmiş hündürlüyün hasilinə bərabər olacaqdır. Şəkil (5)-dən göründüyü kimi, Ad tərəfinə çəkilən hündürlük CF ilə bərabər olacaqdır və AB=CD. CF-ın uzunluğunu isə CFD üçbucağından Pifaqor teoreminə görə tapacağıq.

$DF = AF - AD = 15\ sm - 12\ sm = 3\ sm$ və

$= CD^2 - DF^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2 \rightarrow CF = 4\ sm.$

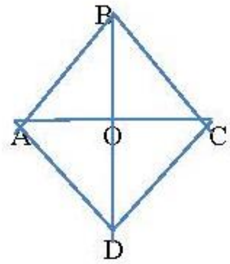
Beləliklə

$S_{ABCD} = CF \times AD = 4 \times 12 = 48\ sm^2.$

Cavab: $48\ sm^2$.

Rombun sahəsi. Tutaq ki, ABCD rombu verilmişdir şəkil(6). Onun sahəsinin tapılması metodikasına baxaq. Rombun diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyar olur. Bu diaqonallardan kiçiyi yəni AC diaqonallı rombu iki bərabər üçbucağa ayırır. Onda bu rombun sahəsi bu üçbucaqların sahələri cəminə bərabər olacaqdır.

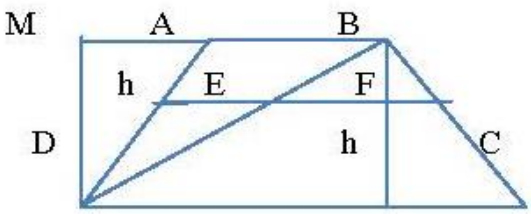
Buna görə üçbucağın sahə düsturlarına əsasən B yaza bilərik ki, $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BO$ və $S_{ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot DO$. Buradan da sahələrin A O C toplanması aksiomu nəzərə alaraq aşağıdakı D şəkil (6) şəkildə yaza bilərik:



$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot BO + \frac{1}{2} AC \cdot DO = \frac{1}{2} AC(BO + DO) = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$

Beləliklə biz alırıq ki, rombun sahə düsturu onun diaqonalları hasilinin yarısına bərabərdir.

Trapesiyanın sahəsi. Tutaq ki, bizə ixtiyari ABCD trapesiyası verilmişdir şəkil (7).



Verilmiş trapesiyanın BD diaqonalı onu iki üçbucağa ayırır, ABD və BCD üçbucaqlarına. Sahələrin toplanması aksiomuna əsasən trapesiyanın sahəsi bu üçbucaqların sahələri cəminə bərabər olacaqdır. Buna görə üçbucaqların sahələrini tapaq. Məlum olduğu kimi üçbucağın sahəsi onun tərəfi ilə həmin tərəfə endirilmiş hündürlüyün hasilinin yarısına bərabərdir. Buna görə də şəkil (8)-da üçbucaqların hündürlüklərini qeyd edək. Şəkildən də məlum olduğu kimi bu hündürlüklər bir-birinə bərabər olacaqdır. MD=BL=h. Beləliklə, üçbucaqların hündürlüklərini tapa bilərik. $S_{ABD} = \frac{1}{2} BD \cdot h$ və $S_{BCD} = \frac{1}{2} CD \cdot h$. Buradan da alırıq ki,

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{BCD} = \frac{1}{2} BD \cdot h + \frac{1}{2} CD \cdot h = \frac{1}{2}(BD + CD)h$$

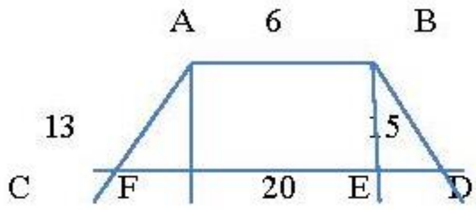
Deməli trapesiyanın sahəsi onun oturacaqları cəminin yarısının hündürlüklə hasilinə bərabərdir.

Buradan aşağıdakı nəticəni çıxara bilərik.

Nəticə. Əgər MN düz xəttini trapesiyanın orta xətti qəbul etsək, onda $EF = \frac{1}{2}(AB + CD)$ düsturu doğrudur. Bunu üçbucaqların orta xəttinə əsasən isbat etmək olar. Buna əsasən trapesiyanın sahəsi düsturunu aşağıdakı kimi kimidə yaza bilərik. $S = EF \cdot h$ Yəni ki, trapesiyanın sahəsi onun orta xətti ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir.

Trapesiyanın sahəsinin tapılmasına aid aşağıdakı məsələyə baxaq.

Məsələ 3. Trapesiyanın oturacaqları 6 sm və 20 sm-dir. Onun yan tərəfləri 13 sm və 15 sm olarsa, sahəsini tapın. A 6 B



Həlli: Tutaq ki, oturacaqları AB və CD olan trapesiya verilmişdir. Bu trapesiyada AB=6 sm, BD=15 sm, CD=20 sm, AC=13 sm-dir şəkil (8). Bu trapesiyanın sahəsini tapmaq tələb olunur. Trapesiyanın AF və BE hündürlüklərini çəkək. AFC düzbucaqlı üçbucağının CF kateti x olsun. Onda BED düzbucaqlı üçbucağının ED kateti

$$ED = CD - (CF + FE) = CD - (CF + AB) = 20 - (x + 6) = 14 - x$$

olar.

ACF düzbucaqlı üçbucağında Pifaqor teoreminə əsasən AF katetini tapa bilərik.

$$AF^2 = AC^2 - CF^2 = 13^2 - x^2$$

BED düzbucaqlı üçbucağında Pifaqor teoreminə görə BE katetini tapa bilərik.

$$BE^2 = BD^2 - ED^2 = 15^2 - (14 - x)^2$$

Hündürlüklər bir-birinə bərabər olduğuna görə AF=BE yaza bilərik.

$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2$ Buradan da $x = 9\ sm$ alırıq. Onda $BE = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12(sm)$.

Trapesiyanın sahə düsturuna görə

$$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot BE = \frac{20\ sm + 6\ sm}{2} \cdot 12\ sm = 156\ sm^2$$

Beləliklə verilən trapesiyanın sahəsi $156\ sm^2$ –dir.

Problemin aktuallığı. Həyatda, praktikada sahələrin ölçülməsi ilə bağlı problemlər yaranır. Bunun üçün şagirdləri sahələrin hesablanması probleminə məktəbdə hazırlamaq lazımdır.

Problemin yeniliyi. Sahənin xassələrinə aid məsələlərlə, bəzi dördbucaqlıların sahələrinin hesablanmasına aid məsələ nümunələri seçilmiş və onların həlli nümunələri göstərilmişdir.

Problemin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqaləni orta məktəb şagirdləri və ali məktəb tələbələri istifadə edə bilər.

ƏDƏBİYYAT

1. A.V. Poqorelov. Həndəsə. Bakı, 2001.
2. M.C. Mərdanov,S.S. Mirzəyev, Ş.M. Sadıqov. Həndəsə -8. Bakı, 2003.
3. M.H. Yaqubov və b.Riyaziyyat. Bakı: TQDK-nın_nəşri, 2007
4. Ə.A. Quliyev.Həndəsə məsələləri. Bakı: Elm, 2010.

T. Abdullayeva

SOLVING THE PROBLEMS CONCERNING THE CALCULATION OF THE FOUR-SQUARE AREA

SUMMARY

A Brief information is given to us and shown its properties in this aticle.Later it is given samples of problems about to calculate of areas of some quadrangulars.

Т. Абдуллаева

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОТНОСИТЕЛЬНО ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

РЕЗЮМЕ

В данной статье подана короткая информация о площади и ее свойствах. Рассмотрены некоторые примеры на вычисление площади четырехугольника**.**

Redaksiyaya daxil olub: 07.11.2017