

VEKTOR ANLAYIŞININ MƏKTƏB RİYAZİYYAT KURSUNDA ÖYRƏNİLMƏSİNİN MƏQSƏDÜYÜĞUNLUĞU

Kəmalə Abakarova,

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

E-mail: abakarova_k@mail.ru

Rəyçilər: *ped.ü.e.dok., prof. A.S. Adıgözəlov,
ped.ü.fəls.dok., dos.N B. Nəsirov*

Açar sözlər: *vektor, bucaq, koordinat sistemi, triqonometriya, paraleloqram*

Ключевые слова: *вектор, угол, система координат, тригонометрия, параллелограмм*

Key words: *vector, angle, coordinate system, trigonometr, parallelogram*

İlk növbədə nəzərə almaq lazımdır ki, ümumtəhsil məktəblərinin mühüm vəzifəsi şagirdləri müasir elmin əsasları ilə tanış etməkdir. Buna uyğun olaraq müasir riyaziyyatın sadə və bununla belə şübhəsiz ki, çox mühüm anlayışı olan vektor anlayışı məktəb şagirdlərinin mənimlədiyi anlayışlar sırasına daxil edilməlidir. Bununla yanaşı, bir sıra teoremlərin mürəkkəb və uzun-uzadı isbatlarının vektorların xassələri əsasında qurulan sadə və gözəl isbatlarla əvəz edilməsinə imkan verən maraqlı misallar göstərmək olar. Belələrinə üçbucağın meridianlarının kəsilməsi haqqında, kosinuslar teoremi, paraleloqramın diaqonalların kvadratları cəmi və s. haqqında teoremlərin isbatları misal ola bilər.

Vektorlar cəbrinin elementləri şagirdlərə belə inam yaranmasına imkan verir ki, elə obyektlər və onlar üzərində elə əməllər mövcuddur ki, onlar elementar cəbrin obyektləri və əməllərindən mühüm dərəcədə fərqlənirlər və eyni zamanda onların bir sıra xassələri ənənəvi cəbri əməllərlə çox yaxşı analogiyalar əmələ gətirirlər. Müəllim müntəzəm olaraq şagirdlərin diqqətini, məsələn, vektorların toplanması əməlinin ədədlərin toplanmasının hesab əməlinədən mühüm dərəcədə fərqləndiyini yönəltməlidir. Birinci halda, biz müəyyən həndəsi qurmanı yerinə yetiririk, ikinci halda isə sayırıq. Lakin həm birinci, həm də ikinci əməl yerdəyişmə və qruplaşdırma qanunlarına tabedir, bu və digər halda cəminə və iki toplanandan birinə görə digər toplanan birqiymətli təyin edilir. Bu növ faktlar və həndəsi çevrilmələrin kompozisiyalarının məlum xassələri ümumi şəkildə olsa da, müasir

riyaziyyatın ən mühüm anlayışlarından biri olan qrup anlayışı ilə tanış etməyə imkan verir.

Məktəb riyaziyyat kursuna vektorun daxil edilməsinə müxtəlif yanaşmalar var. Riyaziyyat təliminin təkmilləşdirilməsinin zəruriliyi ilə əlaqədar məktəb təliminin məzmununun vektor anlayışının daxil edilməsi məsələsi meydana çıxmışdır. Bu məsələ ilə əlaqədar iki mühüm yanaşma ətrafında qruplaşdırılan müxtəlif fikirlər və təkliflər irəli sürülür:

1. Bu yanaşmalardan bir ondan ibarətdir ki, vektor ideyası məktəb kursunun bazis ideyalarından biri kimi təklif edilir. Bu o deməkdir ki, bütün məktəb həndəsə materialı vektor fəzası ideyasının bazasında ciddi ardıcılıqla qurulmalıdır.

Həndəsənin belə qurulması sxemini hələ 1918-ci ildə tanınmış alman riyaziyyatçısı Qerman Veyl təklif etmişdir. Bu sxemin “Şah yolu” olduğunu təsdiq edən İ. Dyedonne məktəb təlimində (yuxarı siniflərdə) məhz onun reallaşdırılmasını məsləhət bilmişdir. Həmin sxemi L.Feliks özünün “Элементарная математика в современном изложении”. (M., 1967) kitabında reallaşdırmışdır.

Veylin sxemi rasionallığına və gözəl olmasına görə imtina edilməsə də, qəbul etmək lazımdır ki, bu sxem üzrə qurulan həndəsə mahiyyətə cəbrə çevrilir və “həndəsə intuisiya, bizi əhatə edən real fiziki fəzanın “həndəsi görünməsi” ilə əlaqədar səciyyəvi xüsusiyyətini itirir.

Həndəsənin bu adi ənənəvi aspektini tamamilə məktəb təlimindən çıxarılmasına müəyyən pedaqoji və ya digər mülahizələr bəraət qazandıra bilər.

2. İkinci yanaşma birincidən onunla fərqlənir ki, o, vektor ideyasını bazis kimi nəzərdən keçirmir və məktəb həndəsəsinin hər hansı bölməsinin vektor əsasında ciddi ardıcılıqda qurulmasını nəzərdə tutmur. Bu yanaşma vektor anlayışının daxil edilməsini və vektor cəbrinin zəruri elementar aparatını, bir sıra həndəsi teoremlərin isbatının, məsələlər həllinin, triqonometriya düsturlarının çıxarılmasını sadələşdirmək məqsədilə geniş şəkildə istifadə olunmasını nəzərdə tutur.

3. Məktəb təliminə vektor ideyasının tətbiqi haqqındakı məsələyə aid iki yanaşmanın müqayisəsi belə nəticə çıxarmağa imkan verir ki, ikinci yanaşmanı həyata keçirmək daha asandır, ona görə də o daha realdır. Biz də ikinci yanaşmanı əsas götürəcəyik.

Qarşıya sual çıxır: vektor hesabının hansı anlayışları məktəb kursunda lazımdır? Bu sahədə şagirdlər hansı bilik və bacarıqlar əldə etməlidirlər? Vektor aparatının məktəb həndəsə və triqonometriya materiallarına mümkün məqsədyönlü tətbiqlərinin təhlilindən belə nəticəyə gəlirik ki, ümumtəhsil məktəbin şagirdlərinə aşağıdakılar zəruridir.

1) Vektorların toplanması və çıxılmasını yerinə yetirməyi və toplanmanın kommunikativlik və assoosiativliyini isbat etməyi bacarmaq; 2) vektorun həqiqi ədədə vurulmasını yerinə yetirməyi bacarmaq, onun mahiyyətini başa düşmək və bu əməlin qanunlarını bilmək; 3) vektoru verilmiş iki istiqamət üzrə (müstəvi üzərində, xüsusi halda, koordinat oxları üzrə) ayırmağı bacarmaq və belə ayrılmanın birqiymətli təyin edildiyini bilmək; 4) radius – vektorun köməyi ilə triqonometrik funksiyaların tərifini bilmək; 5) iki vektorun skalyar hasilini tapmağı bacarmaq (müxtəlif formalarda) və skalyar hasilin mühüm xassələrini bilmək (komutativlik və toplanmaya nəzərən distributivlik).

Vektor aparatından istifadə etdikdə aşağıdakı prinsipin gözlənilməsi zəruridir: vektorun tətbiqində yalnız onda haqq qazandırılır ki, digər vasitələrin istifadəsinə nisbətən o məsələlər həllinin və teoremlərin daha sadə və gözəl isbatına imkan versin. Nümunələr göstərək:

Vektorun koordinat oxları üzrə ayrılışından $\vec{r} = r\vec{i} \cos \alpha + r\vec{j} \sin \alpha$

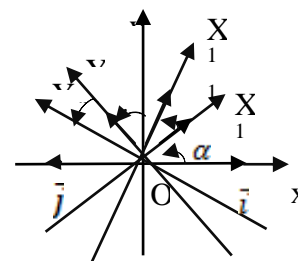
İki bucaq cəminin sinusu və kosinusu düsturlarını çıxarmaq olar. Bu düsturları, triqonometrik funksiyalar arasındakı asılılıqları, ikiqat bucağın triqonometrik funksiyalarını və s. almaq olar.

Koordinat başlanğıcına nəzərən oxları α bucağı qədər döndərək (şəkil 1.)

Bu zaman \vec{i} ort vektor \vec{i}^{-1} ortvektora, \vec{j} ortvektoru \vec{j}^{-1} ortvektora çevriləcək \vec{j}^{-1} vektoru Ox və Oy oxları üzrə ayırıq:

$$\vec{i}^{-1} = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \sin \alpha \quad (1)$$

Qeyd edək ki, YOX¹ koordinat sistemində \vec{j}^{-1} ort vektoru XOY koordinat sistemində \vec{i}^{-1} ort vektorun tutduğu vəziyyət kimidir (\vec{j}^{-1} ort vektoru OY yarımoxu ilə əmələ gətirir). Ona görə (1) ifadəsində \vec{i}^{-1} -ni \vec{j} ilə, \vec{i} -ni $-\vec{i}$ ilə əvəz etsək $\vec{j}^{-1} = \vec{j} \cos \alpha - \vec{i} \sin \alpha$ (2) alırıq.



İndi tutaq ki, X¹OY¹ koordinat sistemi \vec{i}^{-1} və \vec{j}^{-1} ortvektorları ilə daha β bucağı qədər çevrilmiş və orta vektorlar yeni \vec{i}^{-11} və \vec{j}^{-11} vəziyyətini almışlar. Artıq tapılmış (1) və (2) düsturlarından istifadə edərək.

$$\vec{i}^{-11} = \vec{i}^{-1} \cos \beta + \vec{j}^{-1} \sin \beta \quad (3)$$

$$\vec{j}^{-11} = \vec{i}^{-1} \sin \beta - \vec{j}^{-1} \cos \beta \quad (4)$$

Digər tərəfdən, həmin bu \vec{i}^{-11} və \vec{j}^{-11} ortvektorları birinci koordinat sistemini bir dəfəyə $\alpha + \beta$ bucağı qədər çevirməklə almaq olar:

$$\vec{i}^{-11} = \vec{i} \cos(\alpha + \beta) + \vec{j} \sin(\alpha + \beta) \quad (5)$$

$$\vec{j}^{-11} = \vec{i} \sin(\alpha + \beta) - \vec{j} \cos(\alpha + \beta) \quad (6)$$

(3) və (5) düsturlarının sağ tərəfini bərabərləşdirərək

$$\vec{i} \cos(\alpha + \beta) + \vec{j} \sin(\alpha + \beta) = \vec{i}^{-11} \cos \beta + \vec{j}^{-11} \sin \beta \quad (7)$$

Vektor anlayışının məktəb riyaziyyat kursunda öyrənilməsinin məqsəduyğunluğu

Bu düsturun sağ tərəfindən \bar{i}^1 və \bar{j}^{11} -ni (1) və (2) düsturlarındakı \bar{i} və \bar{j} ilə ifadəsini nəzərə alsaq:

$$\bar{i} \cos(\alpha + \beta) + \bar{j} \sin(\alpha + \beta) = (\bar{i}^1 \cos \alpha + \bar{j}^1 \sin \alpha) \cos \beta + (\bar{j} \cos \alpha - \bar{i} \sin \alpha) \sin \beta = \bar{i}(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) + \bar{j}(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) \quad (8)$$

\bar{i} və \bar{j} -nin sol və sağ tərəflərindəki əmsalları müqayisə edərək $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ tapırıq.

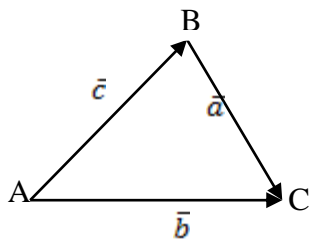
Göstərilən bu isbat ənənəvi isbatla müqayisədə daha sadə və daha ümumidir. Burada həm kəmiyyət həm də α və β bucaqlarının işarələri üçün heç bir məhdudiyət yoxdur.

Vektorun daha bir neçə tətbiqlərini göstərik.

1. Kosinuslar teoremi. Üçbucağın bir tərəfinin kvadratı qalan iki tərəfin kvadratları cəmi ilə bu tərəflərin iki misli ilə onlar arasındakı bucağın kosinusu hasilinin fərqi bərabərdir.

Tutaq ki, $\triangle ABC$ -də $\overline{AB} = \bar{c}$, $\overline{BC} = \bar{a}$, $\overline{AC} = \bar{b}$ -dir. Buradan $\bar{a} = \bar{b} - \bar{c}$ alırıq.

Bu bərabərliyin hər tərəfini özünə skalyar vuraq $(\bar{a})^2 = (\bar{b} - \bar{c})^2 = (\bar{b})^2 - 2\bar{b}\bar{c} + (\bar{c})^2$ və ya $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ (1) $\angle A = 90^\circ$ olarsa, onda $a^2 = b^2 + c^2$ Pifaqor teoremini alırıq.



2. Paraleloqramın diaqonalları ilə tərəfləri arasındakı münasibət haqqında teorem:

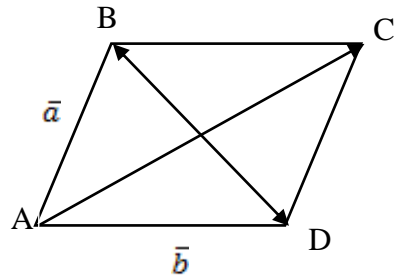
Paraleloqramın diaqonallarının kvadratları cəmi onun tərəflərinin kvadratları cəminin iki mislinə bərabərdir. Tutaq ki, ABCD paraleloqramında

$$\overline{AB} = \bar{a}, \overline{AD} = \bar{b} \text{ olsun. Onda } \overline{AB} = \bar{a}, \overline{DB} = \bar{a} - \bar{b} \text{ olar. Buradan}$$

$$\overline{AC}^2 = \bar{a}^2 + \bar{b}^2 + 2\bar{a}\bar{b},$$

$$\overline{DB}^2 = \bar{a}^2 + \bar{b}^2 - 2\bar{a}\bar{b} \text{ yazıb onları tərəf -}$$

tərəfə toplasaq $AC^2 + BD^2 = 2a^2 + 2b^2$ tapırıq.



Problemin aktualığı. Əgər komplanar olmayan vektorlar üçün skalyar hasilin distributivliyi düz xətt və müstəvinin perpendikulyarlıq əlamətinə istinad edilmədən müəyyən olunarsa, onda bu əlamət vektor aparatının köməyi ilə asanlıqla tamamilə sadəşəkildə isbat oluna bilər.

Tutaq ki, $AO \perp OB$; $AO \perp OC$; $OB, OC, OD \subset \alpha$ $AO \perp OD$ olduğunu isbat edək. \overline{OD} vektorunu iki kollinear olmayan OB və OC istiqamətləri üzrə yeganə qayda ilə ayırmaq olar:

$$\overline{OD} = m\overline{OB} + n\overline{OC}$$

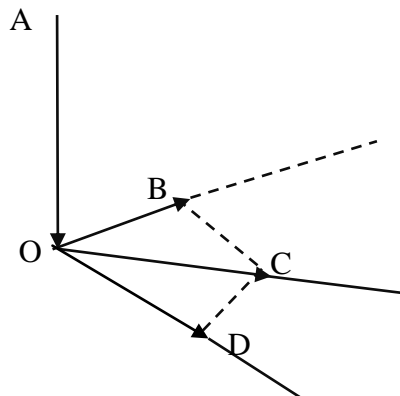
$$(AO \perp OB) \Leftrightarrow (\overline{AO} \cdot \overline{OB}) = 0$$

$$(AO \perp OC) \Leftrightarrow (\overline{AO} \cdot \overline{OC}) = 0$$

Olduğundan, isbat edək ki, $\overline{AO} \cdot \overline{OD} = 0$

$$\overline{AO} \cdot \overline{OD} = \overline{AO} \cdot (m\overline{OB} + n\overline{OC})$$

$$= m(\overline{AO} \cdot \overline{OB}) + n(\overline{AO} \cdot \overline{OC}) = m \cdot 0 + n \cdot 0 = 0$$



Problemin praktik əhəmiyyəti. Məktəb həndəsə materialı vektor ideyası bazasında ciddi ardıcılıqda qurulmadığı halda da vektor aparatı bu materialın öyrənilməsinə səmərəli tətbiq oluna bilər.

Problemin elmi yeniliyi. Vektor əməllərin daha əyani olması və buradan alınan xassələr və qanunauyğunluqların əsaslandırılmasının asan olması bu məsələlərin şərh olunmasında hər hansı metodik çətinliklərin yaranmayacağını göstərir.

ƏDƏBİYYAT

1. Mərdanov M.C. və b. Həndəsə: Ümumtəhsil məktəblərinin 9-cu sinfi üçün dərslik. B.akı: Çarşıoğlu, 2004.
2. Həndəsə: 9-10 –cu sinflər üçün dərs vəsaiti / Z.A. Skopetsin red. ilə B.akı: Maarif, 1982.
3. Погорелов А.В. Həndəsə: Orta məktəbin 7-11-ci sinfləri üçün dərslik. Bakı: Maarif, 1991.
4. Преподавание геометрии в 6-8 классах: Сб.статей. / Сост. В.А. Гусев.М.: Просвещение, 1979.

К. Абакарова

ЦЕЛЕНАПРАВЛЕННОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ ВЕКТОРА НА ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

РЕЗЮМЕ

Важной задачей общеобразовательной школы является ознакомление учеников с основами современной науки. Следовательно, в изучении математики должно быть включено и понятие вектора. В статье отражены различные подходы к понятию вектора. Раскрыта необходимость учитывания ряда принципов. Автор отмечает важность включения понятия вектора в совершенствование курса математики.

К. Abakarova

CELENAPRAVLENNOSTY IZZHENIYA PONYATIYA VECTORA SHKOLNOM COURSE MATHEMATICS

SUMMARY

The important task of the general education school is to focus on the excellence of modern science education with modern science. So, in the study of mathematics, this should be incorporated into the vector. In the vestigate, the distinctive features are vectorized. Highlight the inability of the teaching of the principles of ryad. The author ignores the importance of inclusion in the vector of the theory of mathematics.

Redaksiyaya daxil olub: 09.01.2018