OXŞARLIQ ÇEVİRMƏSİ VƏ HOMOTETİYANIN TƏLİMİ HAQQINDA

Leyla İsrəfilova,
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
E-mail: leyla.iva.1994@gmail.com

Rəyçilər: *ped.ü.elm.dok., prof.* A.S. Adıgözəlov,
r.ü.elm.dok., prof. İ.C. Mərdanov

***Açar sözlər**: oxşarlıq, homotetiya, çevirmə, fiqur, bucaq, üçbucaq*
***Ключевые слова:** подобие, гомотетия, преобразование, фигура, угол, треугольники*
***Key words:** similarity, homothetics, rotation, fig, angle, triangle*

Müstəvi və ya fəza nöqtələrinin ixtiyari çoxluğu həndəsi fiqur adlanır. Həndəsi fiqurun bütün nöqtələri bir müstəvi üzərində olarsa, belə fiqur müstəvi fiqur adlanır.

Tutaq ki, F və F_1 həndəsi fiqurlardır. F fiqurunun hər bir M nöqtəsinə müəyyən qayda ilə F_1 fiqurunun yeganə M_1 nöqtəsini qarşı qoyan uyğunluq varsa, belə uyğunluq F fiqurunun F_1 fiquruna inikası adlanır. M_1 nöqtəsinə M nöqtəsinin obrazı, M-ə isə M_1-in proobrazı deyilir. F fiqurunun müxtəlif nöqtələrinə F_1 fiqurunun müxtəlif nöqtələrini və tərsinə qarşı qoyan inikas qarşılıqlı birqiymətli inikas adlanır. Müstəvinin özünün özünə qarşılıqlı birqiymətli inikasına müstəvi çevirməsi deyilir. Ən sadə müstəvi çevirmələri aşağıdakılardır:

1. Müstəvinin ixtiyari iki nöqtəsi arasındakı məsafəni saxlayan müstəvi çevirmələri. Belə çevirmələr hərəkət adlanır.

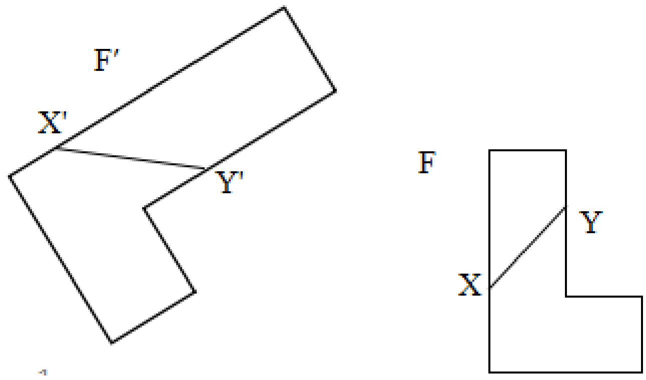
2. Müstəvinin ixtiyari iki nöqtəsi arasındakı məsafəni eyni bir $k>0$ nisbətində dəyişən müstəvi çevirmələri. Belə müstəvi çevirmələri oxşarlıq çevirmələri adlanır.

Hərəkət oxşarlıq çevirməsinin xüsusi halıdır.

$k=1$ olduqda oxşarlıq çevirməsi hərəkətdir.

F fiqurunun F' fiquruna *oxşarlıq çevirməsi* elə çevirməyə deyilir ki, bu çevirmədə nöqtələr arasındakı məsafə eyni ədəd dəfə dəyişir.

Bu o deməkdir ki, əgər oxşarlıq çevirməsində F fiqurunun ixtiyari X,Y nöqtələri F' fiqurunun X',Y' nöqtələrinə keçərsə, onda $X'Y'=k\cdot XY$. k ədədi bütün X,Y nöqtələri üçün eynidir. k ədədi *oxşarlıq əmsalı* adlanır. $k=1$ olduqda aydındır ki, oxşarlıq çevirməsi hərəkət olur.



Tutaq ki, F verilmiş fiqur, O qeyd olunmuş nöqtədir. F fiqurunun istənilən X nöqtəsindən keçən OX şüası çəkib bu şüa üzərində $OX_1=k\cdot OX$ şərtini ödəyən X_1 nöqtəsi götürək. F fiqurunun hər bir X nöqtəsini göstərilən üsulla qurulmuş X_1 nöqtəsinə keçirən çevirməyə O mərkəzinə nəzərən homotetiya deyilir. k ədədinə homotetiya əmsalı, F və F_1 fiqurlarına homotetik fiqurlar deyilir.

Homotetiyanın bəzi xassələrini qeyd edək.

1. Homotetiya mərkəzi özünə inikas olunur.

2. $k>0$ olduqda X və X_1 nöqtələri OX düz xətti üzərində homotetiya mərkəzindən bir tərəfdə yerləşirlər, yəni X_1 nöqtəsi OX şüası üzərində yerləşir. $k<0$ olduqda X və X_1 nöqtələri OX düz xətti üzərində homotetiya mərkəzinin müxtəlif tərəflərində yerləşirlər, yəni X_1 nöqtəsi başlanğıcı O nöqtəsində, istiqaməti OX şüasına əks olan şüa yerləşir.

3. k əmsallı homotetiya zamanı X və Y nöqtələri, X_1 və Y_1 nöqtələrinə uyğun olarsa, bu nöqtələr arasındakı məsafə $|k|$ dəfə dəyişər.

$X_1Y_1=|k|\cdot XY$

4. $k=1$ olan homotetiya zamanı hər bir nöqtə özü-özünə çevrilər.

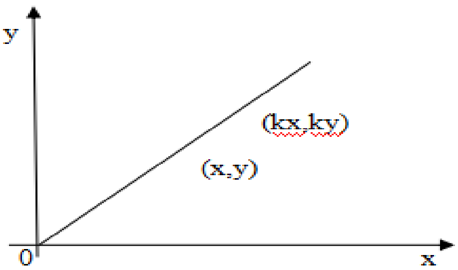
5. Mərkəzi O nöqtəsi və $k=-1$ əmsalı olan homotetiya zamanı hər bir X nöqtəsi $OX_1=-OX$ şərtini ödəyən, yəni X nöqtəsi ilə mərkəzi simmetrik olan X_1 nöqtəsinə keçir. Ona görə də $k=-1$ əmsallı homotetiyaya mərkəzi simmetriya deyilir.

6. k əmsallı homotetiyanın tərsi həmin mərkəzli $k'=\frac{1}{k}$ əmsallı homotetiyadır.

Müstəvidə və fəzada homotetiyanın tərifi eynidir.

TEOREM: Homotetiya oxşarlıq çevirməsidir.

İ s b a t ı: O homotetiya mərkəzi, k isə homotetiya əmsalı olsun. O nöqtəsini koordinat başlanğıcı qəbul edərək və x,y dekart koordinatlarını daxil edək.İstənilən (x,y) nöqtəsini (kx,ky) nöqtəsinə çevirən çevirməni nəzərdən keçirək. Bu isə verilmiş homotetiyadır.



$A(x_1,y_1)$ verilmiş fiqurun ixtiyari nöqtəsi olsun. Bu nöqtə $A'(kx_1,ky_1)$ nöqtəsinə çevrilər. OA düz xətti koordinat başlanğıcından keçir. Onda deməli, onun tənliyi $ax+by=0$ şəklindədir.

$akx_1+bky_1 = k(ax_1 + by_1) = 0$ olduğundan A' nöqtəsinin koordinatları bu tənliyi ödəyir. Deməli A' nöqtəsi OA düz xətti üzərində yerləşir.x_1 və kx_1,y_1 və ky_1 eyni işarəli olduğundan, A' nöqtəsi OA şüası üzərində yerləşir.

Buradan alırıq:

$OA=\sqrt{x1^2+y_1}^2$,

$OA'=\sqrt{(kx1^2)+(ky_1}^2)=k\sqrt{x1^2+y_1}^2$

Deməli, $OA'=k\cdot OA$. Beləliklə, bu çevirmə doğrudan da, O mərkəzinə nəzərən əmsalı k olan homotetiyadır.

İndi isə ixtiyari iki $A(x_1,y_1)$ və $B(x_2,y_2)$ nöqtələrini götürək. Onlar $A'(kx_1,ky_1)$, $B'(kx_2,ky_2)$ nöqtələrinə çevrilər. Buradan alarıq ki,

$AB^2=(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2$

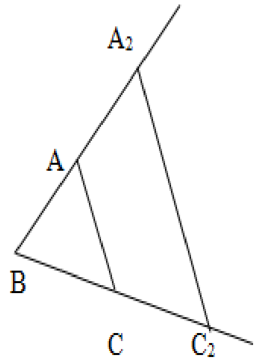
$A'B'^2=(kx_2-kx_1)^2 + (ky_2-ky_1)^2=k[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2] =k^2AB^2$

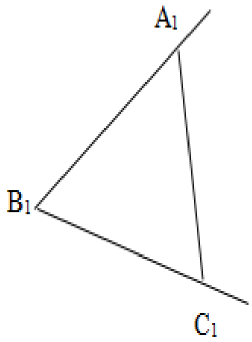
Buradan $A'B'=k\cdot AB$.Bu isə o deməkdir ki, baxılan çevirmə oxşarlıq çevirməsidir. Teorem isbat olundu.

Qeyd edək ki, heç də hər bir oxşarlıq çevirməsi homotetiya deyil. F fiqurunu əvvəlcə homotetiya çevirməsi ilə çevirib, alınmış F' fiqurunu isə ixtiyari hərəkətlə çevirsək nəticədə hər hansı F'' fiqurunu alarıq. F fiqurunun F'' fiquruna çevrilməsi aydındır ki, oxşarlıq çevrilməsidir. Lakin ümumiyyətlə homotetiya deyil.

Hərəkət üçün isbat edildiyi kimi oxşarlıq çevirməsi üçün də bir düz xətt üzərində yerləşən üç A,B,C nöqtəsinin bir düz xətt üzərində yerləşən üç A_1,B_1,C_1 nöqtələrinə keçdiyi göstərilir. B nöqtəsi A və C nöqtələri arasında yerləşirsə, B_1 nöqtəsi də A_1 və C_1 nöqtələri arasında yerləşir. Buradan alınır ki, oxşarlıq çevirməsi düz xətti düz xəttə, yarım düz xətti yarım düz xəttə, parçanı parçaya çevirir.

İsbat edək ki, oxşarlıq çevirməsində şüalar arasındakı bucaq saxlanılır.





Doğrudan da, ABC bucağının k oxşarlıq əmsalı olan oxşarlıq çevirməsi ilə $A_1B_1C_1$ bucağına çevrildiyini fərz edək. ABC bucağının onun B təpəsinə nəzərən k homotetiya əmsallı homotetiya çevirməsi ilə çevirsək, bu zaman A və C nöqtələri A_2 və C_2 nöqtələrinə çevrilər. Üçbucaqların bərabərliyinin üçüncü əlamətinə görə A_2BC_2 və $A_1B_1C_1$ üçbucaqları bərabərdir. Üçbucaqların bərabərliyindən A_2BC_2 və $A_1B_1C_1$ bucaqlarının bərabərliyi alınar. Deməli, ABC və $A_1B_1C_1$ bucaqları da bərabərdir. Bunun isbatı tələb olunurdu və teoremi isbat etdik.

Fiqurların oxşarlığı: İki fiqur oxşarlıq çevirməsi ilə bir-birinə keçərsə, bu fiqurlara oxşar fiqurlar deyilir. Fiqurların oxşarlığını işarə etmək üçün xüsusi olaraq ∞ işarəsindən istifadə olunur. F∞F\` yazılışı belə oxunar: F fiquru oxşardır F\` fiquruna. Üçbucaqların oxşarlığının $\Delta ABC \infty \Delta A_1B_1C_1$ yazılışında fərz edilir ki, oxşarlıq çevirməsi ilə üst-üstə gətirilən təpələr uyğun yerlərdə durur, yəni A nöqtəsi A_1-ə,B nöqtəsi B_1-ə,C nöqtəsi isə C_1-ə keçir.

İndi isə aşağıda oxşarlıq çevirməsinin bəzi xassələrini verək;

1. Oxşarlıq əmsalları k_1 və k_2 olan iki oxşarlıq çevirməsinin kompozisiyası, oxşarlıq əmsalı k_1 k_2 olan oxşarlıq çevirməsidir. Xüsusi halda, homotetiya və hərəkətin kompozisiyası oxşarlıq çevirməsidir.

2. Hər bir oxşarlıq çevirməsi homotetiya və hərəkətin kompozisiyasıdır.

3. Hər bir homotetiya oxşarlıq çevirməsidir.

4. Hər bir hərəkət, oxşarlıq əmsalı vahidə bərabər olan oxşarlıq çevirməsidir.

Oxşarlıq çevirməsinin xassələrindən alınır ki, oxşar fiqurların uyğun bucaqları bərabərdir, uyğun parçaları isə mütənasibdir. Xüsusi halda, oxşar ABC və $A_1B_1C_1$ üçbucaqlarında

$\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$,$\angle C=\angle C_1$

$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B1C1}=\frac{AC}{A_1C_1}$

Məsələ 1. ABC üçbucağı BCA üçbucağına oxşardırsa, Δ ABC-nin bucaqlarını tapaq.

Həlli: $\Delta ABC \sim \Delta BCA$ olduğundan, $\angle A=\angle B, \angle B=\angle C, \angle C=\angle A$,yəni $\angle A=\angle B=\angle C$.Və deməli, $\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$

Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri üçün aşağıdakı teoremi verək:

TEOREM:

1) Bir üçbucağın iki bucağı uyğun olaraq o biri üçbucağın iki bucağına bərabərdirsə bu üçbucaqlar oxşardır.

2) Bir üçbucağın iki tərəfi və onlar arasında qalan bucaq uyğun olaraq o biri üçbucağın iki tərəfi və onlar arasında qalan bucağa bərabərdirsə bu üçbucaqlar oxşardır.

3) Bir üçbucağın üç tərəfi uyğun olaraq o biri üçbucağın üç tərəfinə bərabərdisə, deməli bu üçbucaqlar oxşardır.

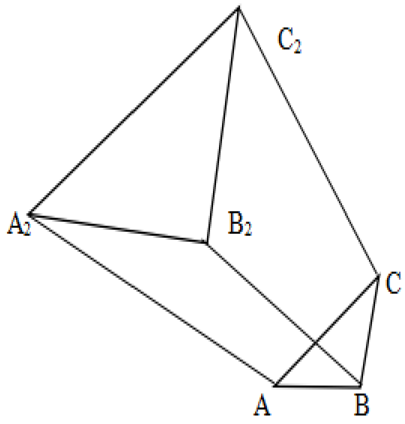
İsbatı: Fərz edək ki, ABC və $A_1B_1C_1$ üçbucaqları üçün aşağıdakı üç şərtdən biri ödənir:

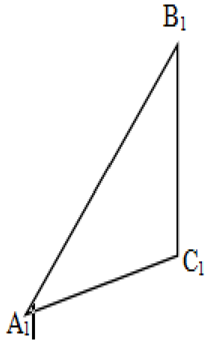
1) $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$

2) $\angle A=\angle A_1$, $\frac{AB}{A1B1}=\frac{AC}{A1C1}$

3) $\frac{AB}{A1B1}=\frac{AC}{A1C1}=\frac{BC}{B1C1}$

İsbat edək ki,bu üçbucaqlar oxşardır. $k=\frac{AB}{A1B1}$ olsun. $A_1B_1C_1$ üçbucağını k əmsallı hər hansı oxşarlıq çevirməsilə məsələn homotetiya ilə çevirək.





Bu zaman ABC üçbucağına bərabər olan hər hansı bir $A_2B_2C_2$ üçbucağı alırıq.

Doğrudan da, birinci halda alırıq:

$\angle A=\angle A_1=\angle A_2$, $\angle B=\angle B_1=\angle B_2$, $A_2B_2=kA_1B_1=AB$

Üçbucaqların bərabərliklərinin ikinci əlamətinə əsasən ABC və $A_2B_2C_2$ üçbucaqları bərabərdir.

İkinci halda

$\angle A=\angle A_2$, $A_2B_2=AB$, $A_2C_2=AC$

Üçbucaqların bərabərliyinin birinci əlamətinə görə üçbucaqlar bərabərdir.

Üçüncü halda

$A_2B_2=AB$, $B_2C_2=BC$, $A_2C_2=AC$

Üçbucaqların bərabərliyinin üçüncü əlamətinə görə üçbucaqlar bərabərdir. $A_2B_2C_2$ üçbucağı ABC üçbucağına bərabərdir. Beləliklə, $A_2B_2C_2$ üçbucağı ABC üçbucağına çevrilir. Deməli, $A_1B_1C_1$ oxşarlıq çevirməsinin və hərəkətin ardıcıl yerinə yetirilməsi ilə ABC üçbucağına çevrilir, bu isə oxşarlıq çevirməsidir. Deməli, üçbucaqların oxşarlıq çevirməsini isbat etmiş olduq.

Həm də k əmsallı oxşarlıq çevirməsində birinci üçbucağın h_a , h_b , h_c hündürlükləri ikinci üçbucağın h_a' ,h_b', h_c' hündürlüklərinə çevrilər..$h_a'=k\,h_a$,$h_b'=k\,h_b$, $h_c'=k\,h_c$

Beləliklə, bu üçbucaqların sahələrini S və S'-lə işarə etsək yazarıq:

$$S'=\frac{1}{2}a'h_a'=\frac{1}{2}ka$$

$$kh_a=k^2\frac{1}{2}ah=k^2S$$

Buradan isə, $\frac{S'}{S}=k^2$

Yəni, oxşar üçbucaqların sahələri nisbəti oxşarlıq əmsalının kvadratına bərabərdir.

Problemin aktuallığı. Onu qeyd etmək olar ki, homotetiya və oxşarlıq şagirdlərdə müəyyən çətinliklər doğura bilər. Yazdığım məqalə isə həmin problemlərin aradan qaldırılmasına yardımçı ola bilər.

Problemin elmi yeniliyi. MRK-da homotetiya və oxşarlıq əyani-illüstrativ yollarla, müxtəlif proyektorlarla dərinləşdirilib, beyin həmləsi, ziq-zaq və sair digər üsullarla əsaslandırıla bilər.

Problemin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Bu mövzu ən əsas orta məktəb kursunda həmçinin elmi tədqiqat universitetlərində istifadə edilir.

ƏDƏBİYYAT

1. Ağayev B.Ə., İbrahimov Ə.Y., Kreymer.A.Y. Səkkizillik məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. II hissə.- B: Maarif, 1972- 228 s.

2 А. Н. Колмогоров, «Математика – наука и профессия». М.: Наука, 1988 г., 288 с.

3.Mərdanov M..C və b. Həndəsə: Ümumtəhsil məktəblərinin 7-ci sinfi üçün dərslik. Bakı, Çaşıoğlu, 2007. 160 s

4.Abdullayev M. Həndəsə məsələləri: Bakı: maarif, 1975. 87 s.

5.Ağayev B.A., Riyaziyyatın tədrisi metodikası , B., Azərnəşr,1961.

Л. Исрафилова

ПРИОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ. ГОМОТЕТИЯ

РЕЗЮМЕ

В статье отражены эквивалентность однородности и пространственных фигур в области транслитерации сходства и гомотатизации. Автор статьи рассматривает, в первую очередь, форму фигур: треугольники, многоугольники и т. д. Гомотетия - аналогичное преобразование.

L. Israfilova

CONVERSION AND ITS PROPERTIES. HOMOTHETICS

SUMMARY

The similarity and equivalence of the plane and spatial fiqures on the homotecy of transliteration are reflected.We are mainly looking at the shape of the figures, triangles, polygons andso on.Homotecy is a similar transformation.

Redaksiyaya daxil olub: 19.02.2018