UOT 37.01

Ramal Vahid oğlu Həsənli
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

PARÇANIN ORTA NÖQTƏSİNİN KOORDİNATLARI VƏ SFERANIN TƏNLİYİNİN ÖYRƏDİLMƏSİ HAQQINDA

Рамал Вахид Гасанлы
Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

ОБ ОБУЧЕНИИ КООРДИНАТЫ ТОЧКИ СЕРЕДИНЫ ОТРЕЗКА И УРАВНЕНИЕ СФЕРЫ

Ramal Vakhid Hasanli
State Pedagogical University of Azerbaijan

THE COORDİNATE OF MİDDLE POİNT OF LİNE SEGMENT AND EQUATİON OF SPHERE LEARNİNG ABOUT

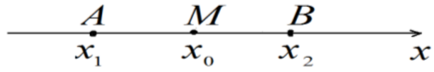
Xülasə: “Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları” və “ Sferanın tənliyi” mövzuları orta məktəbdə tədris olunur. Bu mövzular koordinat metodunun tətbiqlərinə aiddir. “Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları” və “ Sferanın tənliyi” mövzularının öyrənilməsi, bir sıra həndəsi məsələləri yeni üsulla həll etməyə imkan verir.
Açar sözlər: *Nöqtə, koordinat oxu, məsafə, parça, sferanın tənliyi*

Резюме: «Координаты точки середины отрезка» и «уравнение сферы» изучается на школьном курсе математики. Данные темы относятся к изучению методов координат. «Координаты точки середины отрезка» и «уравнение сферы» дают нам возможность решить новым способом ряд задач по геометрии.
Ключевые слова: *Точка, координатная прямая, расстояние, отрезок, уравнение сферы*

Summary: “The coordinate of middle point of line segment” and “equation of sphere” educated in high school. These topics are related do applications of coordinate methods. “The coordinate of middle point of line segment” and “equation of sphere” leads to solve several geometric problems with a new method.
Key words: *Point, coordinates, distance, interval, equation of spheres.*

Məktəb riyaziyyat kursunda həndəsə məzmun xətti üzrə tədris olunan mövzular içərisində koordinat metodunun tətbiqlərinə dair “Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları” və “Sferanın tənliyi” mövzuları da öz əksini tapır. Bu mövzular müxtəlif siniflərdə öyrədilir. Məqalədə əsas məqsədimiz siniflər üzrə “Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları” və “Sferanın tənliyi” mövzularını ayrı-ayrılıqda şərh edərək, sonda alınan nəticələri göstərməkdir.

“Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları” mövzusu 8-ci sinifdə “Dördbucaqlılar” fəslində tədris olunur. Düzbucaqlı koordinat sistemində uc nöqtələrinə görə parçanın orta nöqtəsinin tapılması məsələsi mühüm məsələlərdən biri hesab etmək olar. Əvvəlcə ədəd oxunda, daha sonra müstəvidə parçanın orta nöqtəsi məsələsinə baxılır. Ədəd oxu üzərində parçanın orta nöqtəsinin koordinatının tapılmasını müəllim problem kimi qoyub şagirdlərin bu düsturu almasına istiqamətləndirməlidir.



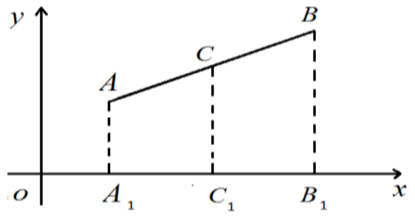
Şəkil 1.

Məsələn, Ədəd oxu üzərində $A(x_1)$ və $B(x_2)$ nöqtələri verilmişdir. AB parçasının orta nöqtəsi $M(x_0)$ olarsa, x_0 koordinatını necə tapa bilərik? (şəkil 1)

Şagirdlər $M(x_0)$ nöqtəsinin AB parçasının orta nöqtəsi olduqda AM=MB və ədəd oxu üzərində iki nöqtə arasında məsafə düsturuna əsasən

$AM = |x_0 - x_1|$ və $MB = |x_2 - x_0|$

olmasını, $x_0 - x_1 = x_2 - x_0$ bərabərliyinə əsasən axtarılan AB parçasının orta nöqtəsinin koordinatının $x_0 = \frac{x_1+x_2}{2}$ olduğunu müəyyənləşdirirlər və belə bir nəticəyə gəlirlər. Ədəd oxu üzərində parçanın orta nöqtəsinin koordinatı parçanın uc nöqtələrinin koordinatlarının cəminin yarısına bərabərdir. Müəllim ədəd oxu üzərində parçanın orta nöqtəsinin koordinatının tapılmasına dair bir neçə tapşırıq verməklə şagirdlərin fəallığını artıra bilər. Məsələn, Mərkəzi ədəd oxu üzərində olan diametrinin uc nöqtələri C(-3) və D(5) olan çevrənin mərkəzi nöqtəsinin koordinatını tapın. Bu tapşırığı yerinə yetirərkən şagirdlər çevrənin tərifinə əsaslanaraq çevrənin mərkəzinin, onun diametrinin orta nöqtəsi olmasına görə alırlar ki, əgər C(-3) və D(5) nöqtələri diametrin uc nöqtələridirsə, onda çevrənin mərkəzini $M(x)$ nöqtəsi qəbul etsək, bu nöqtənin koordinatı $x = (-3+5):2$, yəni $x = 1$ almış olarıq. İndi isə koordinat müstəvisində parçanın orta nöqtəsinin koordinatlarının tapılması məsələsinin necə aparıldığına dair metodik şərh verməyə çalışaq. $A(x_1, y_1)$ və $B(x_2, y_2)$ müstəvi üzərində verilmiş ixtiyari iki nöqtədir. Şagirdlər bu nöqtələri birləşdirib AB parçası alırlar və $C(x; y)$ bu parçanın orta nöqtəsi olsun. $A_1(x_1, 0)$, $C_1(x, 0)$, $B_1(x_2, 0)$ olar. Fales teoreminə əsasən C_1 nöqtəsi A_1B_1 parçasının orta nöqtəsidir.

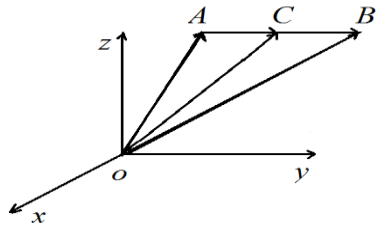


Şəkil 2.

Buradan, $x - x_1 = x_2 - x$ və $\boldsymbol{x} = \frac{x_1+x_2}{2}$, oxşar mühakimələrdən, $\boldsymbol{y} = \frac{y_1+y_2}{2}$ alınır. Beləliklə, şagirdlər müstəvidə yerləşən parçanın orta nöqtəsinin koordinatlarını tapır və konkret tapşırıqlar yerinə yetirməklə mövzu möhkəmləndirilir. (Şəkil 2) Fəzada "Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları" mövzusu 11-ci sinifdə tədris edilir. "Həndəsə 11" dərsliyində fəzada verilmiş iki A (x_1, y_1, z_1) və B (x_2, y_2, z_2) nöqtələri üçün AB parçasının $C(x; y; z)$ orta nöqtəsinin koordinatlarının düsturu müstəvi üçün göstərdiyimiz düstura analoji olaraq alınır:

$$\boldsymbol{x} = \frac{x_1+x_2}{2}\ \boldsymbol{y} = \frac{y_1+y_2}{2}\ \boldsymbol{z} = \frac{z_1+z_2}{2}$$

Burada fərq ondadır ki, müstəvi üzərində nöqtə iki, fəzada isə üç koordinatı ilə müəyyən olunur. Ona görə də Parçanın orta nöqtəsinin koordinatlarını ümumi şəkildə belə ifadə edə bilərik: Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları bu nöqtələrin uyğun koordinatları cəminin yarısına bərabər olan nöqtənin koordinatlarına deyilir. (şəkil 3.)



Şəkil 3.

Buradan belə nəticə çıxır ki, bu düsturların köməkliyi ilə parçanın uc nöqtələrdən birinin və orta nöqtəsinin koordinatları məlum olduqda digər uc nöqtəsinin koordinatlarını da tapmaq olar. Burada daha ümumi məsələyə də baxmaq olar. Yəni C nöqtəsi AB parçasının daxilində yerləşən, amma orta nöqtəsi olmayan ixtiyari bir nöqtədir. Onda C nöqtəsini necə tapa bilərik? İlk öncə C nöqtəsinin AB parçasını hansı nisbətdə böldüyü müəyyənləşdirilir. Yəni tutaq ki, C nöqtəsi AB parçasını k : n nisbətində bölür. C nöqtəsinin koordinatları tapılır. AC: CB=k:n olduğundan, $n \cdot AC = k \cdot CB$ olur.

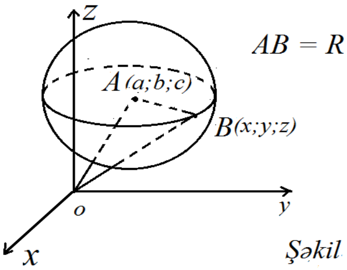
$$n \cdot (x - x_1;\ y - y_1;\ z - z_1) = k \cdot (x_2 - x;\ y_2 - y; z_2 - z)$$

Vektorların bərabərliyinə görə

$n \cdot (x - x_1) = k \cdot (x_2 - x)$; $n \cdot (y - y_1) = k \cdot (y_2 - y)$; $n \cdot (z - z_1) = k \cdot (z_2 - z)$ olar.

Onda isə $C(x; y; z)$ nöqtəsinin koordinatları $x = \frac{nx_1+kx_2}{n+k}$; $y = \frac{ny_1+ky_2}{n+k}$; $z = \frac{nz_1+kz_2}{n+k}$ olur. Burada xüsusi halda əgər $k = n$ -dirsə, onda parçanın orta nöqtəsinin koordinatı alınır.

***Sferanın tənliyi*:** Şagirdlərə "Sfera və kürə. Sferanın tənliyi" mövzusu 11-ci sinifdə tədris olunur. "Həndəsə 11" dərsliyində əvvəlcə sfera və kürə haqqında məlumatlar verilir və bu fəza fiqurları haqqında şagirdlərdə təsəvvür yaradıldıqdan sonra, müəllim sferanın tənliyini şagirdlərə öyrədir.



Şəkil 4.

Fəzada ixtiyari bir A nöqtəsi və ixtiyari AB parçası götürülür. A nöqtəsi verilmiş nöqtə, AB parçası verilmiş parçadır. Fəzanın verilmiş A nöqtəsindən verilmiş AB məsafədə olan bütün nöqtələrinin həndəsi yerinə sfera deyilməsi şagirdlərə tədris olunur. Sferanın yuvarlaq cisimlərə aid fəza fiquru olması, bu xüsusiyyətinə görə həm də yarımçevrənin öz diametri ətrafında fırlanmasından alınan cisim kimi də tərif verilməsi şagirdlərə çatdırılır. Sferanın mərkəzi ilə ixtiyari bir nöqtəsini birləşdirən parça sferanın radiusu adlanması və AB = R olması göstərilir. Sferanın daxili nöqtələri və sfera səthindən xaricdə yerləşən nöqtələr sferaya aid olmaması, yəni sfera üçün $AB^{|} < R$ və $AB^{||} > R$ şərtlərinin ödənməməsi şagirdlərə çatdırılır. Fəzada $AB^{|} \leq R$ şərtini ödəyən fəza fiquru və ya yuvarlaq cisim kürə olması və onun səthinin sfera ilə örtülməsi şagirdlərə öyrədilir. Sfera haqqında məlumat verildikdən sonra, sferanın tənliyi öyrədilir. Sfera tənliyinin öyrədilməsində ilk addım Dekart koordinat sisteminin seçilməsidir. Fəzada Dekart koordinat sistemində qurulmuş sferanın tənliyinin alınması prosesi, müstəvidə Dekart koordinat sistemində qurulmuş çevrənin tənliyinə analoji qaydada aparılır. Müəllim üçölçülü fəzada qurulmuş Dekart koordinat sistemində sferanın mərkəzini $A(a; b; c)$ nöqtəsi və radiusunu R qəbul edərək, sferanın ixtiyari $A(x; y; z)$ nöqtəsini götürüb sferanın tərifinə görə: $AB = R$ və ya $AB^2 = R^2$; Üç ölçülü fəzada iki nöqtə arasındakı məsafə düsturuna görə:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

olduğunu şagirdlərə öyrədir. (şəkil 4) Əgər sferanın mərkəzi A nöqtəsi koordinat başlanğıcı olsa, onda $a = b = c = 0$ olur. Onda sfera tənliyini aşağıdakı kimi olar.

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Müəllim fəzada düzbucaqlı koordinat sistemində sfera tənliyinə dair bir neçə tapşırıq verməklə şagirdlərdə yaranmış bu anlayışın möhkəmlənərək biliyə çevrilməsinə nail ola bilər. “Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları”, “Sfera tənliyi” bu mövzuların orta məktəb riyaziyyat kursunda tədris olunması və şagirdlərə müxtəlif siniflərdə sistematik olaraq öyrədilməsi haqqında müəyyən məlumat verməklə yanaşı, həmçinin metodik şərh verməyə çalışdıq.

Problemin aktuallığı. Bu mövzuların öyrənilməsində şagirdlərin yaradıcı fəallığının inkişaf etdirilməsi yolları araşdırılmışdır.

Problemin elmi yeniliyi. Məqalədə bu mövzuların tədrisi zamanı şagirdlərin qarşısına çıxan çətinlikləri azaltmaq üçün müxtəlif priyomlardan istifadə edilmişdir.

Problemin praktik əhəmiyyəti. Orta məktəb riyaziyyat kursunda “Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları” və “Sfera tənliyi” müasir elmlə birbaşa bağlı olduğundan praktiki əhəmiyyəti böyükdür.

Ədəbiyyat

1) Ağayev B., İbrahimov Ə., Kreymer A. Səkkizillik məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. II hissə. Bakı: Maarif, 1972.
2) Poqorelov A.V. Həndəsə 7-11. Bakı: Maarif, 1991.
3) İsmayılova S. Riyaziyyat: 7-ci sinif üçün dərslik. Bakı: Şərq-Qərb, 2016.
4) Nayma Qəhrəmanova və b. Riyaziyyat: 8-ci sinif üçün dərslik. Bakı: Radius, 2017.
5) Nayma Qəhrəmanova və b Riyaziyyat: 9cu sinif üçün dərslik. Bakı: Radius, 2016.
6) Mərdanov M. və b. “Həndəsə. 9-cu sinif üçün dərslik. Bakı: Çaşıoğlu, 2014.
7) Mərdanov M. və b. “Həndəsə. 11-ci sinif üçün dərslik. Bakı: Çaşıoğlu, 2014.

E-mail: ramalhesenli395@gmail.com

Rəyçilər: *ped.ü.elm.dok., prof.* **A.S. Adıgözəlov,** *ped. elm.ü.fəls.dok., dos.* **T.M. Əliyeva**

Redaksiyaya daxil olub: 22.02.2018