UOT 37.01

Gülnar Mübariz qızı Alıyeva
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

STEREOMETRİYADAN OXŞARLIĞA AİD MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ METODİKASI

Гюльнар Мубариз гызы Алыева
Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ВОПРОСОВ, СВЯЗАННЫХ С СТЕРЕОМЕТРИЕЙ

Gulnar Mubariz Aliyeva
State Pedagogical University of Azerbaijan

METHODS OF SOLVING ISSUES RELATED TO STEREOMETRY

Xülasə: Məqalədə fəza fiqurlarına aid məsələlər həllində şagirdlərə planimetriyadan məlum olan oxşarlıq əlamətlərindən istifadə etməklə məsələ həlli metodikası verilmişdir. Məqalədə seçilmiş fəza məsələləri əsasən üçbucaqların oxşarlıq əlamətlərindən istifadə etməklə həll edilir. Üçbucaqların oxşarlığı isə piramidaya aid məsələlər üzərində göstərilib. Üçbucaqların oxşarlığını göstərən üç əlaməti var.

***Açar sözlər**: oxşarlıq, hündürlük, nisbət, fəza.*

Резюме: В статье задачи пространственных фигур представлены студентам с использованием известных из плана траекторий подобия. Выделенные в статье вопросы в основном решаются с помощью треугольника подобия. Схожесть треугольников показаны на примерах о пирамидах. Есть три элемента показывающие схожесть треугольников.

***Ключевые слова:** сходство, высота, соотношение, пространственный.*

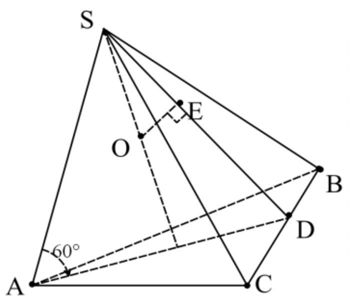
Summary: In the article, the problem solving method has been given to the students using the similarities of planetary in solving problems of spatial figures. In the article, selected spatial issues are mostly solved by using the triangle's similarity. The similarity of the triangles is shown on the pyramidal issues. There are three sings that show the similarity of squares.

***Key words:** similarity, altitude, ratio, space.*

Stereometriya məsələlərin həlli prosesində hər zaman planimetriya materialı təkrarlanır. Belə ki, stereometriyadan hər hansı məsələni həll edərkən, planimetriyadan məlum olan bütün anlayış, təkliflər və s. ilə qarşılaşırıq. Bir çox fəza məsələlərinin həllində fiqurların oxşarlığı xüsusi ilə daha çox üçbucaqların oxşarlıq əlamətlərindən istifadə olunur müəyyənləşdirir.

Fikrimizi aşağıdakı stereometriya məsələlərinin həlli üzərində göstərək.

Məsələ 1. Düzgün üçbucaqlı piramidanın yan tili α, yan tili oturacaq müstəvisi ilə əmələ gətirdiyi bucaq 60° olduğunu bilərək bu piramidanın daxilinə çəkilmiş kürənin radiusunu tapın. Piramidanın hündürlüyü $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, oturacağının hündürlüyü $\frac{3a}{4}$. Piramidanın təpəsindən yan üzə çəkilmiş hündürlük ΔSO_1D -dən: $SD^2 = SO_1^2 + O_1D^2$,



Şəkil 1

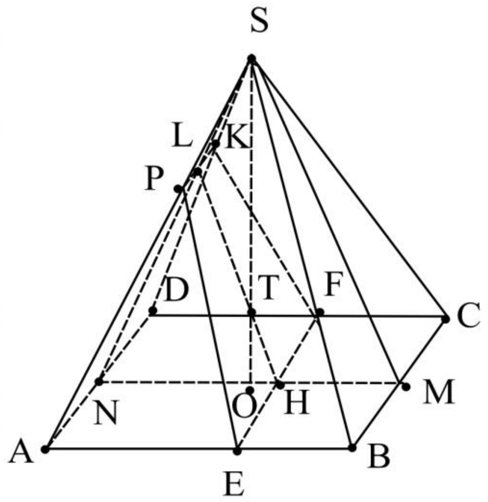
$SD^2 = (\frac{a\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4})^2$, $SD = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$\Delta SOE \sim \Delta SDO_1$ -dən: $(\frac{a\sqrt{3}}{2} - r, r = \frac{a\sqrt{3}}{4} : \frac{a}{4})$. Buradan $r = \frac{a\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{13})}$.

Göründüyü kimi məsələni həll etmək üçün üçbucaqların oxşarlığından istifadə etdik.

Məsələ 2. Düzgün dördbucaqlı piramidanın hündürlüyü h, oturacaq tilindəki ikiüzlü bucağı α-dır, hündürlüyün ortasından yan üzə paralel müstəvi keçirilmişdir. Alınan kəsiyin sahəsini tapın. Şəkil 2.

Fərz edək ki, kəsik $EFKP$ dördbucaqlısıdır. EF və BC düz xətləri, iki paralel müstəvisinin üçüncü ABC müstəvisi ilə kəsişmə xətləridir və $EF \| BC$. Deməli, $EF \| SAD$. Aydındır ki, $EFKP$ dördbucaqlısı bərabəryanlı trapesiyadır. SO hündürlüyündən BC tilinə perpendikulyar olan SMN müstəvisini keçirək; onda SMO bucağı oturacaq tilindəki ikiüzlü bucağın xətti bucağıdır. EFKdördbucaqlısıdır. EF və BC düz xətləri, iki paralel müstəvisinin üçüncü ABC müstəvisi ilə kəsişmə xətləridir və $EF \| BC$. Deməli, $EF \| SAD$. Aydındır ki, $EFKP$ dördbucaqlısı bərabəryanlı trapesiyadır. SO hündürlüyündən BC tilinə perpendikulyar olan SMN müstəvisini keçirək; onda SMO bucağı oturacaq tilindəki ikiüzlü bucağın xəti bucağıdır Fərz edək ki, kəsik $EFKP$ dördbucaqlısıdır. EF və BC düz xətləri, iki paralel



$BC \perp (SMN)$ $AD \| BC, EF \| BC$ olduğundan bu müstəvi EF və AD -yə də perpendikulyar olacaqdır. Deməli, LH trapesiyanın hündürlüyüdür, $LH \| SM$. Ona görə $\angle HLO = \angle SMO = \alpha$, $OM = SOctg\alpha = hctg\alpha$

Buradan $MN = 2MO = 2hctg\alpha$. ΔMOS-dən : $SM = \frac{h}{\sin\alpha}$. $\Delta OTH \sim \Delta OSM$ olduğundan

$$\frac{OL}{OT} = \frac{OM}{SO}, OL = OT \times \frac{OM}{SO} = \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{ctg\alpha}; \; NL = NO + OL = hctg\alpha + \frac{hctg\alpha}{2}$$

ΔNLH -dan:

$$\frac{LH}{\sin\alpha} = \frac{NL}{\sin(180° - 2\alpha)}, LH = NL \times \frac{\sin\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{3hctg\alpha}{2}. \; \frac{\sin\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{3h}{4\sin\alpha}, \; NH = LH = \frac{3h}{4\sin\alpha}.$$

$\Delta PKC \sim \Delta ASD$ olduğu üçün:

$$\frac{PK}{AD} = \frac{SL}{SN}, \; PK = AD \cdot SL \cdot \frac{1}{SN} = 2\,hctg\alpha \times \frac{h}{4\sin\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha}{h} = \frac{h}{2} ctg\alpha.$$

Kəsiyin sahəsi:

$$S = \frac{2hctg\alpha + \frac{1hctg\alpha}{2}}{2} \cdot \frac{3h}{4\sin\alpha} = \frac{5hctg\alpha}{4} \cdot \frac{3h}{4\sin\alpha} = \frac{15h^2}{16\sin\alpha} ctg\alpha$$

Məsələ 3. Düzgün dördbucaqlı piramidada oturacağın tili a olub, yan til oturacaq müstəvisi ilə α bucağı əmələ gətirir. Oturacağın bir təpəsindən onun qarşısındakı yan tilə perpendikulyar müstəvi keçirilmişdir. Kəsiyin sahəsini tapmalı.

Həlli: Piramidanın oturacağı kvadrat olduğundan $AC = BD = a\sqrt{2}$ alırıq (Şəkil 3). $\Delta ANC -$ dən:

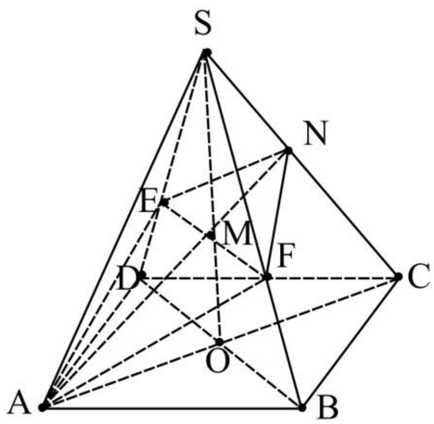
$$AN = AC\sin\alpha, \;\; AN = a\sqrt{2}\sin\alpha, CN = AC\cos\alpha = a\sqrt{2}\cos\alpha. \; \Delta SOC - də: \; SO = OC\,tg\,\alpha$$

$$SO = \frac{a\sqrt{2}}{2} tg\alpha, SC = \frac{OC}{\cos\alpha} = \frac{a\sqrt{2}}{2\cos\alpha} \cdot SN = SC - CN = \frac{a\sqrt{2}}{2\cos\alpha} - a\sqrt{2}\cos\alpha = -\frac{a\sqrt{2}}{\cos\alpha}\cos 2\alpha.$$

$\Delta MSN - dən$: $\angle MSN = 90° - \alpha$,

$$\frac{SN}{SM} = \cos(90° - \alpha), \quad SM = \frac{SN}{\sin\alpha} = -\frac{a\sqrt{2}}{2\cos\alpha\sin\alpha}\cos 2\alpha = -\frac{a\sqrt{2}}{\sin 2\alpha}\cos 2\alpha.$$

$$\frac{SN}{SM} = \cos(90° - \alpha), \; SM = \frac{SN}{\sin\alpha} = -\frac{a\sqrt{2}}{2\cos\alpha\sin\alpha}\cos 2\alpha = -\frac{a\sqrt{2}}{\sin 2\alpha}\cos 2\alpha.$$



Şəkil 3

$\Delta ESF \sim \Delta DSB$; $\frac{EF}{BD} = \frac{SM}{SO}$, $EF = BD \cdot SM \cdot \frac{1}{SO} = -\frac{a\sqrt{2}}{\sin^2\alpha}\cos 2\alpha.$

Kəsiyin sahəsi:

$S = \frac{1}{2}AN \cdot EF = \frac{1}{2}\sqrt{2}a\sin\alpha\left(-\frac{\sqrt{2}}{\sin^2\alpha}\cos 2\alpha\right) = -\frac{a^2}{\sin\alpha}\cos 2\alpha.$

Məsələ 4. Düzgün üçbucaqlı piramidanın oturacaq tərəfi a, oturacaq tilindəki ikiüzlü bucaq α-dır. Oturacağın iki tərəfinin ortasından oturacaq müstəvisinə çəkilmiş perpendikulyar kəsik piramidanı iki hissəyə bölür. Bu hissələrdən kiçiyinin həcmini tapın.

Həlli: $MN = \frac{1}{2}BC$, $MN \| BC$ (Şəkil 4), $AE \perp BC$, $\measuredangle SEA = \alpha$.

ASE müstəvisi BC tilinə perpendikulyar və $MN \| BC$ olduğundan həmin müstəvi MN parçasına perpendikulyar olur. $\measuredangle KFA = 90°$. $KAMN$ üçbucaqlı piramida, KF onun hündürlüyüdür. $KF \perp AE$ və $SO \perp AE$ olduğu üçün $KF \| SO$ və $\Delta AKF \sim \Delta ASO$.

$$V_{KAMN} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}AF \cdot MN\right) \cdot KF$$

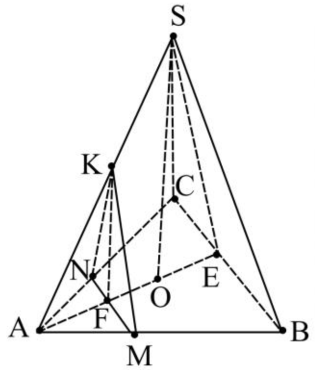
ΔAEB -də:

$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

$MN = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$.

ΔAMF-də: $AF = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$,

$AO = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $OE = \frac{1}{2}AO = \frac{a}{2\sqrt{3}}$



Şəkil 4

ΔSOE –də: $SO = OE\,\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2\sqrt{3}}$.

$\Delta AKF \sim \Delta ASO$ olduğuna görə $\frac{KF}{AF} = \frac{SO}{AO}$ və ya $KF = AF \cdot \frac{SO}{AO} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{a}$.

Nəticədə:

$$V_{KAMN} = \frac{a^3}{128}\mathrm{tg}\,\alpha.$$

Problemin aktuallığı. Şagirdlərin fəza təsəvvürlərinin , fəza fiqurlarının müstəvi üzərindəki təsviri planimetriya materiallarından istifadə etməklə məsələ həlli bacarığı şagirdlərdə formalaşdırılır.

Problemin elmi yeniliyi. Fəza məsələlərinin həlli prosesində oxşarlıq metodlarından istifadə etməklə məsələ həllərinin metodikası sistemləşdirilmişdir.

Problemin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqalədən ali və orta ixtisas məktəblərinin müəllimləri, tələbələr və magistrantlar istifadə edə bilər.

Ədəbiyyat

1. Ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat kurikulumu
2. Həndəsə məsələləri. Abdullayev M., Əliskəndərov İ. Bakı, 1985.
3. N. Qəhrəmanova, M. Kərimov, İ. Hüseynov. Riyaziyyat: Ümumtəhsil məktəblərinin 10-cu sinfi üçün dərslik. Bakı, 2017.
4. M. Mərdanov, S. Mirzəyev və b. Həndəsə: Ümumtəhsil məktəblərinin 11-ci sinfi üçün dərslik. Bakı: Çaşıoğlu, 2012.

E-mail: alizadehgulnar1995@gmail.com

Rəyçilər: *ped.ü.elm.dok., prof.* **A.S. Adıgözəlov,** *ped.ü.elm.dok., dos.* **N.B. Nəsirov**

Redaksiyaya daxil olub: 28.03.2018