UOT 37.01

Türkan Şirvani qızı Abdullayeva
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

ÜÇBUCAQ VƏ DÖRDBUCAQLILARLA ÇEVRƏNİN QARŞILIQLI ƏLAQƏSİNƏ AİD BƏZİ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ HAQQINDA

Туркан Ширвани гызы Абдуллаева
Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

ВЗАИМОСВЯЗЬ ТРЕУГОЛЬНИКОВ И ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ С ОКРУЖНОСТЬЮ ПРИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ

Turkan Shirvani Abdullayeva
State Pedagogical University of Azerbaijan

EXPLANATION OF SOME SAMPLE QUESTIONS REGARDING THE MUTUAL CONNECTIONS OF THE TRIANGLES AND RECTANGLES WITH RESPECT TO THE CIRCLES

Xülasə: Bu məqalədə üçbucaq və dördbucaqlıların çevrə ilə əlaqələri araşdırılıb .Çevrənin daxilinə və xaricinə çoxbucaqlı çəkməyin mümkün olma şərtləri nəzərdən keçirilib .Üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzinin həndəsi yeri müəyyənləşdirilib. Daxilinə və xaricinə çevrə çəkilmiş üçbucaq və dördbucaqlıların sahələrin ölçülməsinə aid bir neçə məsələ həlli göstərilib.
***Açar sözlər**: fiqur, üçbucaq, dördbucaqlı, trapesiya, çevrə, çoxbucaqlı, sahə*

Резюме: В данной статье исследована связь треугольников и четырехугольников с окружностями. Центр окружности, вписанный в треугольник, и описанный вокруг треугольника имеет свое место. В статье рассмотрены возможные условия рисования внутри и снаружи окружностей, и представлены некоторые решения задач измерения площади многоугольников.
***Ключевые слова**: фигура, треугольник, четырехугольник, трапеция, окружность, многоугольник, площадь*

Summary: In this article, the connections of triangles and rectangles with respect to the circles have been explored. The possibilities of drawing polygonal figures in the inner and outside parts of circle have been reviewed. The geometric centre of the circles drawn in the inner and outside parts of triangle have been defined respectively as well. Moreover, some samples questions regarding the measurement of the areas of the triangles and rectangles with circles drawn in their inner and outside parts have been solved.
***Keywords**: fiqure, triangle, rectangle, trapezoid, circle, polygon, area*

Daxilə və xaricə çəkilmiş çoxbucaqlılarla əlaqədar olaraq məsələlərin öyrədilməsində çevrəyə toxunan haqqında bir sıra teoremlərdən istifadə etmək olduqca əhəmiyyətlidir. Bu mövzuda şagirdlər heç olmasa aşağıdakı teoremləri öyrətmək lazımdır.

1. Radiusun ucunda bu radiusa perpendikulyar olan düz xətt çevrəyə toxunandır.

2. Çevrəyə toxunan düz xətt bu çevrənin toxunma nöqtəsinə çəkilmiş radiusuna perpendikulyardır.

3. Çevrəyə toxunan düz xətt həmin çevrənin vətərinə paraleldirsə, onda toxunma nöqtəsi vətərin gərdiyi qövsü yarıya bölür.

4. Hər hansı bir nöqtədən çevrəyə iki toxunan çəkilərsə, onların verilən nöqtədən toxunma nöqtəsinə qədər olan parçaları bir-birinə bə-

rabərdir və çevrənin mərkəzi, bu toxunanların əmələ gətirdiyi bucağın tənbölənidir.

Şagirdlər həmçinin mərkəzi bucaqlar, onlara uyğun qövslər və onları gərən vətərlər arasındakı münasibətləri də bilməlidirlər.

İndi isə daxilinə və xaricinə çevrə çəkilmiş üçbucaqlara baxaq. Bu məsələyə həm qurma məsələsi kimi baxmaq olar həm də teorem şəklində də göstərmək olar: İstənilən üçbucağın xaricinə və daxilinə çevrə çəkmək olar həm də ancaq bir çevrə çəkmək olar. Üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi üçbucağın tərəflərinin orta nöqtələrindən qaldırılmış orta perpendikulyarların kəsişmə nöqtəsindədir. Üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi isə üçbucaqların daxili bucaqlarının tənbölənləri bir nöqtədə kəsişmə nöqtəsidir.

Daxilinə və xaricinə çevrə çəkilmiş üçbucaqların sahələrinin tapılmasına aid aşağıdakı məsələləri nəzərdən keçirək.

Məsələ 1. Tərəfi 3 sm olan bərabərtərəfli üçbucağın daxilinə çevrə çəkilmişdir. O nöqtəsi çevrənin mərkəzidir. Ştrixlənmiş hissənin sahəsini tapın.

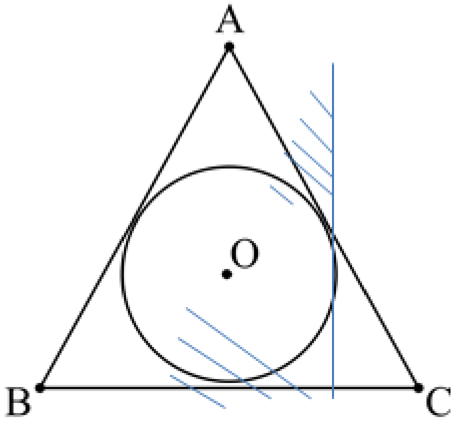
Həlli: Ştrixlənmiş hissənin sahəsini tapmaq üçün bərabəryanlı üçbucağın sahəsinin yarısı ilə daxilə çəkilmiş çevrənin sahəsi yarısının fərqini tapmaq lazımdır.

Şərtə görə məlumdur ki, AB=AC=BC=3sm

Bərabəryanlı üçbucağın sahəsini S_1ilə işarə edək.

Onda $S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4} sm^2$ alarıq.

Yarısı isə $\frac{S_1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4} \div 2 = \frac{9\sqrt{3}}{8} sm^2$ −dır.



Çevrənin sahəsini isə S_2ilə işarə edək. Çevrənin sahəsini tapmaq üçün radiusunu bilmək lazımdır. Bunun üçün bərabəryanlı üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusu düsturundan istifadə etmək lazımdır.

$r = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} sm$ olacaqdır. Deməli,

$S_2 = \pi r^2 = (\frac{\sqrt{3}}{2})^2\pi = \frac{3}{4}\pi sm^2$ −dir. Yarısı isə

$\frac{S_2}{2} = \frac{3}{4}\pi \div 2 = \frac{3}{8}\pi\ sm^2$ olar.

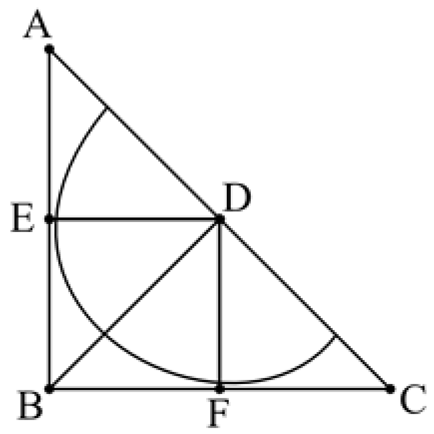
Ştrixlənmiş hissənin sahəsi

$S = \frac{S_1}{2} - \frac{S_2}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{8} - \frac{3}{8}\pi = \frac{9\sqrt{3}-3\pi}{8} sm^2$ olacaqdır.

Cavab.$S = \frac{9\sqrt{3}-3\pi}{3} sm^2$.

Məsələ 2. D mərkəzli AC hipetonuzu üzərində olan yarımçevrə ABC düzbucaqlı üçbucağının katetlərinə toxunur. BD parçası üçbucağın sahəsini $24sm^2$ və$36sm^2$ −ə bərabər hissələrə ayırarsa, tərəfi AC olan kvadratın sahəsini tapın.

Həlli: Yarımçevrə ABC düzbucaqlı üçbucağın katetlərinə toxunduğu üçün DE və DF radiusları uyğun olaraq ΔADB və ΔBDC üçbucaqlarının hündürlükləridir.



AB=a və BC=b işarə edək.
Onda ΔADB −nin sahəsi

$\frac{DE\times AB}{2} = \frac{DE\times a}{2} = 24 \rightarrow DE \times a = 48$ −dir
.

ΔBDC −nin sahəsi isə
$\frac{DF\times BC}{2} = \frac{DF\times b}{2} = 35 \rightarrow DF \times b = 72$ −dir.

BD düz xətti ABC düzbucaqlı üçbucağını iki hissəyə ayırdığı üçün ABC üçbucağının sahəsi bu hissələrin cəminə bərabər olacaqdır.

Deməli

$S_{ABC} = S_{ADB} + S_{BDC} = 24 + 36 = 60sm^2$. Digər tərəfdən ABC üçbucağının sahəsi $\frac{AB\times BC}{2} = \frac{a\times b}{2} = 60 \rightarrow a \times b = 120$ olar.

DE=DF=h işarə etsək onda aşağıdakı sistemi yaza bilərik.

$\begin{cases} h \times a = 48 \\ h \times b = 72 \end{cases}$ tərəf-tərəfə vursaq, $h^2 \times a \times b = 48 \times 72$ alarıq.

$$h^2 \times 120 = 48 \times 72 \to h = \frac{12}{\sqrt{5}} sm$$

Beləliklə a və b- ni tapa bilərik. $\frac{12}{\sqrt{5}} \times a = 48 \to a = 4\sqrt{5}$, $\frac{12}{\sqrt{5}} \times b = 72 \to b = 6\sqrt{5}$

İndi isə Pifaqor teoreminə görə AC –ni tapa bilərik.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4\sqrt{5}^2 + 6\sqrt{5}^2} = \sqrt{80 + 180} = \sqrt{260} sm$$

Tərəfi AC olan kvadratın sahəsi isə $S = AC^2 = \sqrt{260}^2 = 260 sm^2$ –na bərabərdir.

Cavab: $S = 260 sm^2$.

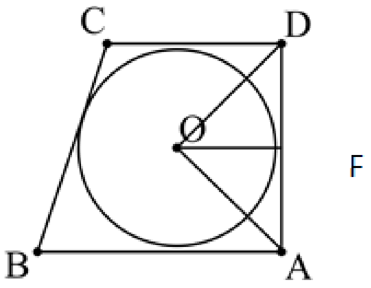
Daxilinə və xaricinə çevrə çəkilmiş dördbucaqlıları nəzərdən keçirərkən əvvəlcə bu dördbucaqlıların tərifini vermək və şagirdlərə çevrənin daxilinə və xaricinə dördbucaqlı çəkməyin mümkün olması şərtlərini öyrətmək lazımdır. Yuvarlaq cisimlərin coxüzlülərlə kombinasiyalarını öyrənilərkən hansı dördbucaqlının daxilinə, hansıların xaricinə çevrə çəkməyin mümkün olmasını bilmək zəruridir. Əgər dördbucaqlılarının qarşı tərəflərinin cəmi bərabərdirsə, onda onun daxilinə çevrə çəkmək olar. Əgər dördbucaqlının xaricinə çevrə çəkilmişsə, onda dördbucaqlının qarşı bucaqlarının cəmi $180°$ –yə bərabərdir.

İndi isə daxilinə və xaricinə çevrə çəkilmiş dördbucaqlılara aid məsələlərə baxaq.

Məsələ 3. Oturacaqları 4 sm və 10 sm olan $ABCD$ trapesiyasının daxilinə O mərkəzli çevrə çəkilmişdir.
$AB \perp AD, S_{\Delta AOD} = 36\ sm^2$ olarsa, trapesiyasının sahəsini tapın.

Həlli: Trapesiyanın sahəsi $S = \frac{AB+CD}{2} h$ –a bərabərdir.

Hündürlüyü tapmaq üçün daxilə çəkilmiş çevrənin diametrini tapmaq lazımdır.



Çevrənin radiusunu OF ilə işarə edək.

Onda ΔAOB – sahəsi $\frac{OF \times AD}{2}$ – yə bərabər olacaqdır. $\frac{OF \times AD}{2} = 36 \to OF \times AD = 72$

Məlumdur ki, AD daxilə çəkilmiş çevrənin diametrinə bərabərdir.

Yəni ki, $AD = 2OF$.Bunu yuxarıda nəzərə alsaq $OF \times 2OF = 72 \to OF = 6 sm$

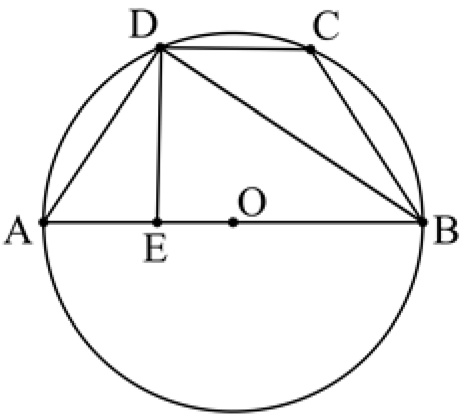
Çevrənin radiusunu 6 sm tapdıq. Onda çevrənin diametri 12 sm olacaq.

Trapesiyanın sahəsini
$S = \frac{AB+CD}{2} h = \frac{4+10}{2} 12 = 7 \times 12 = 84\ sm^2$ alarıq.

Cavab: $S = 84 sm^2$.

Məsələ 4. Mərkəzi O nöqtəsində olan çevrə daxilinə çəkilmiş ABCD trapesiyasının sahəsini tapın.$BC = 4\ sm, \angle DBC = 30° - dir.$

Həlli: ABCD trapesiyasının xaricinə çevrə çəkilmişsə, onda bu trapesiya bərabəryanlı trapesiyadır. Onda AD=CB olar.



Çevrənin O mərkəzi AB oturacağı üzərində olduğu üçün AB həmdə çevrənin diametridir. $\angle ADB$ diametrə söykənən bucaq olduğu üçün $90° -$ yə bərabər olacaqdır. Onda $\angle ADB = 90°, \angle DBA = \alpha$ işarə etsək, onda $\angle DAB = 90° - \alpha$ olar. Digər tərəfdən də daxili çarpaz bucaqlara görə $\angle DBA = \angle CDB = \alpha$ –dır.

Bərabəryanlı trapesiyanın oturacağına bitişik bucaqlar bir-birinə bərabər olduğu üçün yaza bilərik: $90 - \alpha = \alpha + 30 \rightarrow \alpha = 30°$.

Deməli

$\angle\ CBD = 30°$.$\angle\ CBD\ və\ \angle CDB$ bir-birlərinə bərabər olduğuna görə onda ΔDBC bərabəryanlı üçbucaqdır. BC=4 sm olduğundan CD=4 sm olacaqdır. AD=BC=CD=4 sm.

ABCD trapesiyasının sahəsi ota xətti ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir. Orta xətti tapmaq üçün AB oturacağının uzunluğunu tapaq. AD kateti $30°$ –li bucaq qarşısında duran katet olduğu üçün AB-nin yarısına bərabər olacaqdır. Deməli AB=2AD=2 × 4=8 sm.DE hündürlüyünü isə AED düzbucaqlı üçbucağına görə tapaq. $\angle DAE = 60°$ olduğuna görə $\angle ADE = 30°$ olacaqdır. AE $30° -$ li bucaq qarşısında katet olduğuna görə 4÷2=2sm olar.

Pifaqor teoreminə görə

$DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$

Beləliklə yaza bilərik

ki,$S = \frac{AB+DC}{2}DE = \frac{8+4}{2}2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}sm^2$.

Cavab: $S = 12\sqrt{3}sm^2$

Problemin aktuallığı. Həyatda, praktikada daxilinə və xaricinə çevrə çəkilmiş çoxbucaqlıların sahələrinin ölçülməsi ilə bağlı problemlər yaranır. Buna görə də şagirdləri sahələri hesablanması probleminə məktəbdə hazırlamaq lazımdır.

Problemin yeniliyi. Çoxbucaqlıların daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrənin xassələri, mərkəzinin yerləşmə nöqtəsi, bəzi xaricinə və daxilinə çevrə çəkilmiş dördbucaqlı və üçbucaqların sahələrinin tapılmasına aid məsələlər seçilmiş və onların həlli nümunələri göstərilmişdir.

Problemin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Məqaləni orta məktəb şagirdləri və ali məktəb tələbələri istifadə edə bilər.

Ədəbiyyat

1. Poqorelov A.V. Həndəsə. Bakı, 2001.
2. Mərdanov M.C., Mirzəyev S.Ş., Sadıqov Ş.M. Həndəsə: 8-ci sinif üçün. Bakı, 2003.
3. Yaqubov M.H. və b. Riyaziyyat. Bakı: TQDK-nın nəşri, 2007.
4. Ağayev B., İbrahimov Ə., Kreymer A. Bakı, 1972.
5. Quliyev Ə.A. Həndəsə məsələləri. Bakı: Elm, 2010.

E-mail:rufanabdullayev10@gmail.com

Rəyçilər: *ped.ü.elm.dok., prof.* **A.S. Adıgözəlov,** *dos.* **A. Cəfərov**

Redaksiyaya daxil olub: 28.02.2018