UOT 37.01

Lalə Üzeyir qızı Cəbrayılzadə
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

ƏDƏDİ ARDICILLIQLAR VƏ ONLARIN TƏTBİQİ MƏSƏLƏLƏR

Лала Узеир гызы Джабраилзаде
Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

ЧИСЛОВАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ И ЗАДАЧИ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Lala Uzeir Cabrayilzada
Azerbaijan State Pedagogical University

NUMBER SEQUENCES AND ISSUES OF THEIR APPLICATION

Xülasə: Məqalədə müəllimlərin “ardıcıllığın və limitin” öyrənilməsində qarşıya çıxa biləcək çətinliklərin aradan qaldırılmasına kömək etmək məqsədi ilə bəzi praktik çalışmaların xüsusiyyətləri və həlləri nəzərdən keçirilmişdir. Geniş mənada, yəni həm nəzəri cəhətdən, həm də praktik baxımdan, ardıcıllıq və onun rekurentliyi, düstur şəkli, cədvəl şəkli, sözlərlə ifadəsi, təsvir edilməsi və.s şəkildə verilməsi göstərilmişdir. Riyaziyyatın tədrisində öyrənilən əsas anlayışlardan biri də silsilələrdir. Məqalədə, ədədi silsilə və həndəsi silsilə haqqında onların hesablanması tədris metodikası barədə məsələ həllərinə baxılmışdır. Məqalədə ədədi ardıcıllığın silsilə fərqinin tapılması metodikası və həndəsi silsilənin q silsilə vuruğu tapılması metodikası verilmişdir.

Açar sözlər: *ardıcıllıq, ədədi silsilə, həndəsi silsilə, natural ədəd, silsilə fərqi, silsilə vuruğu, n-ci hədd, həndəsi orta.*

Резюме: В статье рассматриваются особенности и решения некоторых практических исследований, которые помогают облегчить трудности, с которыми могут столкнуться учителя при изучении последовательности и предел. В статье в широком смысле, то есть как с теоретической, так и практической точки зрения показана последовательность и её рекурентность, как в форме формул, в форме таблиц, выражения слов, изображения и иных формах. Цикл является одним из основных понятий, изучаемых при преподавании математики. В статье рассмотрены решения вопросов о числовых циклах и геометрических циклах, о методиках преподавания их расчетов. В статье дана методика нахождения отличия цикла от числовой последовательности и методики нахождения умножения цикла q на геометрический цикл.

Ключевые слова: *последовательность, арифметическая прогресия, геометрическая прогресия, натуральные числа, разность прогрессии, множитель прогрессии, n-й член, среднее геометрическое.*

Summary: The article discusses the features and solutions of some of the practical studies to help alleviate the difficulties that teachers may encounter in learning the sequence and limit. Consistency and its recurrence, formula, schedule, expression with words, description and etc. was described in a wide meaning from theoretical and practical point of view. One of the main consepts in teaching of mathematics is a series. Numerical series and geometrical series, teaching methodology of their calculation were described in the article. Methodology of finding series difference of numerical series and finding q series factor of geometrical series was explained in the article.

Key words: *sequence, numerical sequence, geometric sequence, natural numbers, series difference, series bumps, nth threshold, geometric mean.*

Ədədi ardıcıllıq: N-naturalar ədədlər çoxluğu olsun. Tutaq ki, N-dən götürülmüş hər bir n-ə qarşı müəyyən qayda ilə a_n həqiqi ədədi qarşı qoyulmuşdur. Onda deyirlər ki,

$a_1, a_2, \dots a_n, \dots$ (1)

ədədi ardıcıllığı verilmişdir. (1) ardıcıllığında n qeyd olunmuş natural ədəd olduqda a_n -ə bu ardıcıllığın n-ci həddi, n ixtiyari natural ədəd olduqda isə a_n – ə ardıcıllığın ümumi həddi deyilir. Ardıcıllığı adətən $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ və ya (a_n) kimi və ya sadəcə olaraq a_n , n=1,2,3,......... şəklində işarə edilir. Ardıcıllıq müxtəlif üsullarla, o cümlədən düstur vasitəsilə verilə bilər. Bu halda ardıcıllığın ümumi həddi üçün düstur verilir. Məsələn: a) $a_n = \sqrt{n}$ n ϵ N ; b) $a_n = n!$, n ϵ N. [1]

Əgər ardıcıllığın ümumi həddi üçün düstur verilibsə, onda deyirlər ki, ardıcıllıq düstur vasitəsilə verilmişdir. Məsələn, $a_n = \frac{1}{n}$ n ϵN ; $b_n = \sqrt{n}$, $n \epsilon N$;

Ardıcıllıqları düstur şəklində verilmişdir. [2]

Ardıcıllığı təsvir etməklə verilməsi. Ardıcıllıq, onun hədlərini tapmağa imkan verən müəyyən sözlərlə təsvir olunmuşdursa, deyirlər ki, ardıcıllıq təsvir etməklə verilmişdir. Fərz edək ki, birinci həddi vahid olan (a_n) ardıcıllığının hər bir həddi özündə əvvəlki həddən iki dəfə böyükdür. Bu cür təsviretmənin köməyi ilə müəyyən etmək olur ki, təsvir olunan ardıcıllıq 1,2,4,8,16, ... ardıcıllıqlardır.[5]

Ardıcıllıq rekurent münasibətlərlə də verilə bilər. Bu üsullarla ardıcıllıq verilərkən adətən ardıcıllığın bir və ya bir neçə ilk həddi n-ci həddi özündən əvvəlki hədlərlə əlaqələndirilən düstur verilir. Məsələn: a) $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 1$ (n ≥ 1); b) b_1 =1, b_2 =2, b_n =2 $b_{n-1} + b_{n-2}$ (n ≥ 3) $\{a_n\}$ və $\{b_n\}$ ardıcıllıqları verildikdə $\{a_n + b_n\}$, $\{a_n - b_n\}$, $\{a_n \cdot b_n\}$, və $\{b_n \neq 0\}$ olduqda, $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ ardıcıllıqlarına uyğun olaraq verilmiş ardıcıllıqların cəmi, fərqi, hasili, nisbəti deyilir və uyğun olaraq) $\{a_n + b_n\}$, $\{a_n - b_n\}$, $\{a_n \cdot b_n\}$, $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ kimi işarə edilir. C ixtiyari həqiqi ədəd olduqda $\{c \cdot a_n\}$ -ə, a_n ardıcıllığının c ədədinə hasili deyilir və belə işarə olunur: $c(a_n)$ [1].

Hədlərinin sayına görə ardıcıllıqlar iki növü olur: sonlu və sonsuz. Sonlu sayda həddi olan ardıcıllığa sonlu ardıcıllıq deyilir. Məsələn: İkirəqəmli natural ədədlər ardıcıllığı sonlu ardıcıllıqdır. 10; 11; 12; ⋯98; 99. Sonsuz sayda həddi olan ardıcıllığa sonsuz ardıcıllıq deyilir. Məsələn, cüt natural ədədlər ardıcıllığı, sadə ədədlər ardıcıllığı sonsuz ardıcıllıqdır. 2;4;6;8;⋯ [6]

Ardıcıllıqlar sözlərlə də verilə bilər. Məsələn, hər bir natural n ədədinə uyğun olaraq onun bölünənlərin sayına qarşı qoysaq aşağıda qeyd olunmuş ardıcıllıq alarıq:

$a_1 = 1,\ a_2 = 2\ , a_3 = 2, a_4 = 3, a_5 = 2, a_6 = 4, a_7 = 2, \ldots$

Ardıcıllıqlar artan , azalan bunlara aşağıdakı misalları göstərmək olar.$\{a_n\}$ ardıcıllığı verildikdə, ixtiyari $n \epsilon N$ üçün $a_{n+1} +> a_n$ ($a_{n+1} < a_n$) bərabərsizliyi ödənərsə, onda $\{a_n\}$ ardıcıllığı artan (azalan) ardıcıllıq deyilir. Məsələn, ümumi həddi $a_n = \sqrt{n}$, $b_n = 2^{n-1}$, $c_n = log_2^n$, $x_n = n^2$ olan ardıcıllıqlar artan ardıcıllıqlar, ümumi həddi

$a_n = \frac{1}{n^2}$, $b_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$, $c_n = -(n^2 + n + 1)$ olan ardıcıllıqlar isə azalan ardıcıllıqlardır.[2]

Ədədi silsilə: 2-ci dən başlayaraq hər bir həddi özündə əvvəlki həddlə eyni bir ədədin cəminə bərabər olan ədədi ardıcıllığa ədədi silsilə deyilir.

Ədədi silsiləni nömrələnmiş həriflərlə işarə edirlər: $\div\, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$. Ədədi silsilələnin simvolik işarəsi budur ÷. Silsiləyə aid konkurent misal göstərə bilərik 3,7,11,15,19,23,.... d=4. Bu ədədi silsilələrdə tərifə görə hər bir sonra ki, həddə 4 əlavə etməklə alınır yəni d=4. Silsilə fərqini aşağıdakı kimi tapa bilərik. d=$a_{n+1} - a_n$ d= $\frac{a_n - a_m}{n-m}$ n$\neq m$ silsilə fərqini bu yolla tapmaq və həll etmək olar. İkincidən başlayaraq silsilənin istənilən həddi ona qonşu olan ədədlərin ədədi ortasına bərabərdir.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \qquad n \geq 2.$$

Belə ki, n≥ 2 olmaq şərti ilə bu xassəni ümumiləşdirmək olar silsilənin istənilən $2-$ci dən başlayaraq istənilən həddi ondan eyni uzaqlıqda olan ədədi ortasına bərabərdir.

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$$

$$1 \leq k \leq n-1$$

Bu xassələrə ədədi silsilələnin xarakteristik xassələri deyilir. Ədədi silsiləni n-ci həddini silsilə fərqinə görə $a_{n+1} = a_n + d$ düsturu ilə tapa bilərik. Ədədi silsilənin istənilən n-ci həddini m-ci həddinə görə də tapmaq olar. n $> m$ *olduqda* $a_n = a_m + (n-m)d$ ədədi silsilənin hədlərinin nömrələri $n + m = k + l$ şərtini ödəyən a_n, a_m, a_k, a_l hədləri üçün $a_n + a_m = a_k + a_l$ bərabərliyi doğrudur.

Ədədi silsilədə ilk n həddinin cəmi S_n ilə işarə etsək $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n= S_n$. Onda ilk n həddinin cəmini belə bu düsturla tapa bilərik: $S_n = \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot n$ n-ci həddini düsturunu nəzərə alsaq $S_n = \frac{2a_1+(n-1)d}{2} \cdot n$ düsturu ilə tapmaq olar.

$a_n = S_n - S_{n-1}$ $n \geq 2$

Misal. Burda a_5 $və$ a_9 verilmişdir. Biz buradan d-ni tapmalıyıq. a_5 =8 a_9 =20 d=?

$d = \frac{a_9 - a_5}{9-5} = \frac{20-8}{4} = \frac{12}{4} = 3$ [3].

Tərif: Ədədi ardıcıllığın ikincidən başlayaraq hər bir həddi özündən əvvəlki hədlə bu ardıcıllıq üçün eyni olan bir ədədin cəminə bərabər olarsa, belə ardıcıllığa ədədi silsilə deyilir. Yəni, istənilən natural n üçün $a_{n+1} = a_n + d$ olarsa, onda (a_n) ardıcıllığı ədədi silsilədir, burada d verilən ardıcıllıq üçün sabit bir ədəddir. Bu d ədədinə silsilənin fərqi deyilir. Tərifdən belə nəticə çıxır ki, $d = a_{n+1} - a_n$ bərabərliyi istənilən n natural ədədi üçün doğrudur.

Tərif: Hədləri 0-dan fərqli olan ardıcıllığın ikincidən başlayaraq hər bir həddi özündən əvvəlki həddin eyni bir ədədə hasilinə bərabər olarsa, belə ardıcıllığa həndəsi silsilə deyilir. Yəni, istənilən natural n üçün $b_n \neq 0$ və $b_{n+1} = b_n \cdot q$ şərti ödənərsə, onda (b_n) ardıcıllığı həndəsi silsilədir. Həndəsi silsilə simvolik olaraq (b_n) kimi işarə edilir. $b_n \neq 0$ $və$ $b_{n+1} = b_n \cdot q$ düsturu həndəsi silsilənin rekurrent qayda ilə ifadəsidir. Tərifdən belə nəticə çıxır ki, istənilən n natural ədədi üçün, $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$ bərabərliyi doğrudur. Xüsusi halda, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{b_4}{b_3} =$ ..... olur.

Nümunə 1. a) b_1= 2, q = 3 olduqda, 2, 6, 18, 54, 162, ... həndəsi silsiləsi, b) b_1= 3, q = –2 olduqda, 3, –6, 12, –24, 48, ... həndəsi silsiləsi alınır. q > 0 olduqda, həndəsi silsilənin hədləri eyni işarəli olur, q < 0 olduqda isə hədlərin işarələri növbələşir, q = 1 olduqda sabit ardıcıllıq alırıq.

Nümunə 2. Aşağıdakı verilən ədədi ardıcıllıqlardan hansı həndəsi silsilədir?

Həlli: Həndəsi silsilənin hər bir həddinin özündən əvvəlki həddə olan nisbəti həmişə sabit qalır. Bu şərti hər iki ardıcıllıq üçün yoxlayaq.

a) 4, 12, 22, 34, 48. $\frac{b_2}{b_1} = \frac{12}{4} = 3$, $\frac{b_3}{b_2} = \frac{22}{12} = \frac{11}{6}$ Şərt ödəmədiyi üçün, bu ardıcıllıq həndəsi silsilə deyil.

b) 625, 125, 25, 5, 1. $\frac{b_2}{b_1} = \frac{125}{625} = \frac{1}{5}$ $\frac{b_3}{b_2} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$ $\frac{b_4}{b_3} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ Şərt ödənir, onda bu ardıcıllıq həndəsi silsilədir.

Həndəsi silsilədə b_n -i tapmaq üçün b_1 – i q^{n-1} –ə vurmalıyıq: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

Bu, həndəsi silsilənin n-ci həddinin düsturu adlanır. Həndəsi silsilənin verilməsi üçün onun birinci həddinin və vuruğunun verilməsi kifayətdir.

Nümunə 1. Həndəsi silsilədə b_1 = 3, q = 2 olduqda b_4 və b_7-ni tapaq.

Həlli: $b_4 = b_1 \cdot q^3 = 3 \cdot 2^3 = 24$, $b_7 = b_1 q^6 = 3\ 2^6 = 192$ [4]

Problemin aktuallığı. Ədədi ardıcıllıq mövzusu məktəbdə silsilələrin öyrənilməsinə kömək edir.

Problemin elmi yeniliyi: Ədədi ardıcıllıqda nəzəri əsasları, uyğun çalışmalar seçilmiş və onların həlli nümunələri verilmişdir.

Problemin praktik əhəmiyyəti: Ədədi ardıcıllıq mövzusu məktəbdə ədədi və həndəsi silsilələri, onlarla bağlı olan digər məsələlərin həllində praktik əhəmiyyəti vardır.

Ədəbiyyat:

1. C. Süleymanov, B. Əliyev. Ardıcıllıq və onun limiti. Bakı, 1997.
2. M.S. Cəbrayılov, B.Ə. Əliyev. Riyazi analiz - birdəyişənli funksiyanın diferensial hesabı Bakı: Adiloğlu, 2008.
3. https://www.youtube.com/watch?v=9FyecbLXuZM&t=369s-Silsilələr.
4. N. Qəhrəmanova, M. Kərimov, İ. Hüseynov. Riyaziyyat: Ümumtəhsil məktəblərinin 9 sinfi üçün dərslik. Bakı, 2016.
5. A.S. Adıgözəlov və b. Elementar cəbr: Ali pedaqoji məktəb tələbələri üçün dərs vəsaiti. Bakı: Elm və təhsil, 2012.
6. M.H. Yaqubov və .b. Riyaziyyat: Qəbul imtahanlarına hazırlaşanlar, yuxarı sinif şagirdləri və müəllimlər üçün vəsait. Bakı, 2006.

E-mail: lale.jabrailzade@gmail.com

Rəyçilər: *prof.* A.S. Adıgözəlov, *dos.* A.Ə. Sadıxov

Redaksiyaya daxil olub: 16.05.2018