

UOT 37.01

Salatın Sadiq qızı Mərdanova
Azərbaycan Dövlət Pedagoji Universitet

TRİQONOMETRİK FUNKSİYALARIN ÖYRƏNİLMƏSİNİN BƏZİ METODİK MƏSƏLƏLƏRİ

Салатын Садиг гызы Марданова
Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Salatin Sadiq Mardanova
Azerbaijan State Pedagogical University

SOME METHODOLOGICAL PROBLEMS OF STUDYING TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

Xülasə: Trigonometrik funksiyalar mövzusu riyaziyyatda öyrənilən ümumi funksiyaların davamı kimi nəzərdən keçirilir. Lakin, onların məktəbdə daxil edilməsi, öyrənilməsi və tətbiqlərinin bəzi nümunələri məqalədə verilmişdir. Ənənəvi metodikadan fərqli olaraq məqalədə trigonometrik funksiyalar vahid çevrədə müəyyən bucaq qədər nöqtənin dönməsinin koordinatları kimi verilmişdir. Bununla əlaqədar bəzi praktik məsələlər də məqalədə nəzərdən keçirilmişdir.

Açar sözlər: *Trigonometrik funksiya, metod, anlayış, tərif, düzbucaqlı üçbucaq, bucaq, grafik, koordinat sistemi, vahid dairə, dönmə*

Резюме: Тема тригонометрических функций рассматривается как расширение общих функций, изучаемых в математике. В статье перечислены некоторые способы их обучения и применения. В отличие от традиционного метода тригонометрические функции задаются как координаты вращения точки под определенным углом. В статье также рассмотрены некоторые практические вопросы.

Ключевые слова: *тригонометрическая функция, метод, понятие, определение, прямоугольный треугольник, угол, система координат, один круг, вращение, графика*

Summary: The theme of trigonometric functions is regarded as an extension of the general functions learned in mathematics. However, some examples of their entry into the school, their learning, and their application are listed in the article. In contrast to the traditional method, trigonometric functions are given as coordinates of point rotation at a certain angle. Some practical issues have also been considered in the article.

Key words: *triangometric function, method, concept, definition, rectangular triangle, angle, coordinate system, single circle, rotation, graphic*

Tədqiqatın gedişinə IX sinif cəbr dərslərində başlanmış və yuxarı sinif Cəbr və analizin başlanğıcı və Həndəsə kurslarında keçirilən məsələlərin həlli diqqət mərkəzində olmuşdur. Orta ümumtəhsil məktəblərdə trigonometrik funksiyalar iki mərhələdə tədris olunur.

Birinci mərhələ doqquzillik məktəblərin həndəsə və cəbr kursları daxilində bucağın trigonometrik funksiyaları və üçbucaqların həlli ilə bağlı olan məsələləri; ikinci mərhələ isə Cəbr

və Analizin başlanğıcı fənni daxilində X sinifdən başlayaraq ədədi arqumentin trigonometrik funksiyalarının xassələri və onların tətbiqləri öyrənilir. Doqquzillik məktəbdə trigonometrik funksiyaların tərifləri həndəsi yolla daxil edilir. X sinifdə də ədədi arqumentin trigonometrik funksiyalarına da şagirdlərin bilik səviyyələrinə və yaş xüsusiyyətlərinə görə həndəsi yolla tərif verilməsi məqsədəuyğun hesab edilmişdir. Arqumentin ixtiyari qiymətində trigonometrik

funksiyaların təriflərinin triqonometrik xətlər, vahid çevrənin nöqtələrinin koordinatları və vektor anlayışı əsasında verilməsi kimi üsulları mövcuddur.

İkinci mərhələdə triqonometrik funksiyalar nəzəriyyəsi daha ciddi elmi və metodik səviyyədə tədris olunmalıdır. Hər bir anlayışa dəqiq tərif verilməli və hər bir tərif ixtiyari bucaq üçün ciddi isbat olunmalıdır ; triqonometrik tənliklərin və bərabərsizliklərin həllinə geniş yer verilməlidir.

Triqonometrik funksiyaların öyrənilməsinin məqsədləri:

Triqonometrik funksiyalar nəzəriyyəsi ümumi funksiyalar nəzəriyyəsinin tərkib hissəsidir. Bu mənada triqonometrik funksiyaların əhəmiyyəti təkzibedilməzdir. Lakin triqonometrik funksiyaların özünəməxsus xarakteristikaları da mövcuddur.

Triqonometrik funksiyalar həndəsə, fizika, astronomiya, geodeziya, aeronavtika və s. Müxtəlif elm sahələrində geniş tətbiq olunur. Bir sıra hallarda həmin sahələrdə nəzəriyyənin daha geniş və sadə öyrənilməsinə imkan verməklə, onların inkişafına kömək edir.

Orta məktəb həndəsə məsələlərinin əksəriyyəti üçbucaqların həllinə gətirilir. Eyni zamanda hər bir ixtiyari üçbucaq iki düzbucaqlı üçbucağa ayrılır. Düzbucaqlı üçbucağın isə çəpbucaqlı üçbucaqlara nisbətən üstünlükləri vardır. Heç olmazsa biri xətti olmaqla iki məlum əsas elementinə görə, qalan 3 əsas elementin tapılması məsələsi triqonometriyanın köməyi olmadan analitik şəkildə həll edilə bilməz (Triqonometriyanın köməyi olmadan həmin məsələləri qrafik üsulla təqribi həll etmək mümkündür). Çəpbucaqlı üçbucaqların həllində də vəziyyət bu şəkildədir.

Bir sıra hündürlükləri və s. triqonometriyanın köməyi ilə asanlıqla təyin etmək olur.

Triqonometrik funksiyaların təlimi ümumiyyətlə, funksiyanın dövrlük, tək və cütlük, monotonluq, məhdudluq və s. kimi mühüm xassələrini tamamilə sadə və əyani şəkildə nümayiş etdirməyə imkan verir. Triqonometrik funksiyalar daxil olan ifadələr üzərində aparılan əyani çevirmələr, tərs triqonometrik funksiyalar və onlar üzərində aparılan əməllər şagirdlərin ümumi riyazi hazırlıqları və məntiqi təfəkkürlərinin inkişafına kömək edir.

Orta məktəbdə triqonometriyanın tədrisində müəyyən çatışmazlıqlar vardır. Buna görə də hətta orta məktəbi qurtaran şagirdlərin xeyli hissəsi triqonometriyaya aid bir sıra sualların izahında çətinlik çəkirlər, triqonometrik funksiyaların nə zaman ədədi funksiya olması, nə üçün transendent funksiya adlanmaları və s. Suallara cavab tapa bilmirlər. Triqonometrik funksiyaların təriflərini düzgün söyləməzlər. Triqonometrik funksiyalar xüsusi növ funksiyalar olmasına baxmayaraq onların xassələri haqqında təlim riyazi analizin mövzudur. Ona görə də məktəbdə triqonometrik funksiyaların IX sinifdən başlayaraq "Cəbr və analizin başlanğıcı " kursunun daxilində öyrənilir.

Triqonometriyanın məktəb kursuna daxil olan bütün məsələləri funksional xarakter daşımaqla, ümumi riyazi təhsil sistemi ilə əlaqəli şəkildə tədris olunur. Proqrama görə üç funksiyanın (sinus, kosinus, tangens) öyrədilməsi nəzərdə tutulur. Triqonometrik funksiyaların tədrisində ilk və əsas məsələ onların təriflərinin öyrədilməsidir. Triqonometrik funksiyalara analitik və həndəsi yolla tərif vermək olar. Analitik tərif sıralar və diferensial tənliklər nəzəriyyələri ilə bağlı olduğundan məktəbdə bu yoldan istifadə etmək mühüm deyildir. Triqonometrik funksiyalara həndəsi yolla fərqli təriflər verilir. Hansı tərif daha üstündür ?

Triqonometrik funksiyalara düzbucaqlı üçbucağın tərəflərinin nisbəti kimi verilən tərif ən sadə və əyanidir. Lakin bu tərifin ciddi nöqsanı vardır. Belə ki, düzbucaqdan böyük bucaqların və ədədi arqumentin triqonometrik funksiyalarına keçərkən böyük çətinliklər yaranır.

Riyaziyyatın hazırkı inkişaf mərhələsində ilk dəfə sinus və kosinusa vahid çevrə nöqtəsinin koordinatları kimi tərif verilməsi daha münasib hesab olunur. Triqonometrik funksiyaların tədrisinə onlara ehtiyac olduğunu hiss etdirməklə başlamaq lazımdır. Başqa sözlə problem situasiya yaradılmalıdır. Mümkün variantlardan biri aşağıdakı şəkildə ola bilər.

Müəllim şagirdlərə həyatda rast gəlinən belə bir məsələyə baxmağı təklif edir.

Məsələ 1. Müşahidəçi avtomobildən 30 m hündürlükdədir. O, avtomobili 20° - li enmə bucağı altında görür. Müşahidəçi ilə avtomobil arasındakı məsafəni tapın.

Məsələnin həlli düzbucaqlı üçbucağının hipotenuzunun uzunluğunun tapılmasına gətirilir. Bundan sonra müəllim bildirir ki, bu məsələni başqa variantda da ifadə etmək olar. Şagirdlər məsələnin həllinə Pifaqor teoremini tətbiq etməyə çalışırlar. Lakin məsələdə tərəf və bucaq verilmişdir. Şagirdlər məsələnin həlli üçün nə isə çatışmadığını hiss edir və yeni biliyə sahib olmaq zərurəti qarşısında qalırlar. Nəticədə problem qoyulur. Problemin ifadəsi :katetinə və bir iti bucağına görə düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunun tapılması qaydasını tapmalı. Sonra müəllim triqonometriyanın əhəmiyyətindən danışır və vacib faktlar qeyd olunur, triqonometriyanın vacib məsələləri öyrənilir.

Həndəsə düzbucaqlı üçbucağın elementlərini əlaqələndirən iki tənlik verir, bunlardan biri Pifaqor teoreminin ifadəsi $a^2+b^2=c^2$, digəri isə bucaqlar arasında $A+B=90^\circ$ lakin, üçbucaqla bağlı məsələlərdə üç məlum olur. Beləliklə, triqonometrik funksiyaları öyrənmək zərurəti meydana çıxır.

Düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri ilə bucaqlarının triqonometrik funksiyaları arasında

$$a = c \sin A; \quad b = c \cos A; \quad a = b \operatorname{tg} A;$$

münasibətlərin verilməsi və əsaslandırılması zəruridir.

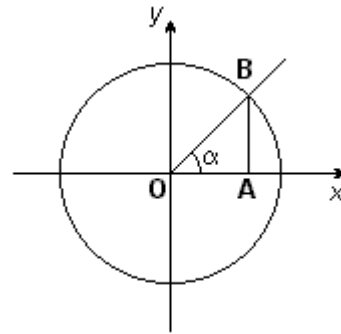
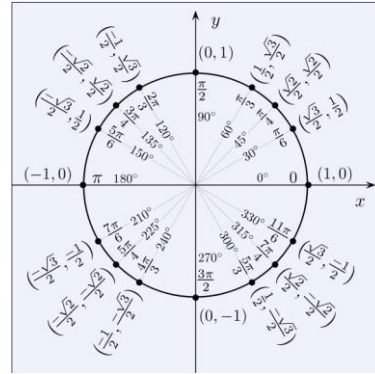
IX sinifdə triqonometrik funksiyaların tərfi ümumi funksiya ideyasına dönmə, koordinat metodu və vahid çevrəyə əsaslanır. Odur ki, əvvəlcə bu barədə biliklər təkrar edilib ümumiləşdirilməli, funksiyanın ümumi tərfi, onun təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu anlayışları yada salınmalıdır.

Vahid çevrənin tərfini daxil edək.

Mərkəzi koordinat başlanğıcında olan və radiusunun uzunluğu 1 olan çevrəyə vahid çevrə deyilir. Onun $x^2+y^2=1$ tənliyi mənimsədilməlidir. Bundan sonra sinus funksiyasının kosinus funksiyasına α dönmə bucağına uyğun nöqtənin koordinatları kimi tərif verilməsi çətinlik törətmir.

Şagirdlərə sinus və kosinusun aşağıdakı tərfinin verilməsi məqsəduyğundur:

Vahid çevrənin absis oxunun müsbət istiqamətindən hesablanan α dönmə bucağına uyğun P nöqtəsinin ordinatına α bucağının sinusu, absisinə isə α bucağının kosinusu deyilir.



Həmin funksiyaların $Y = \sin \alpha$ və $X = \cos \alpha$ kimi işarə olunduğu qeyd olunur. Burada ilk mərhələ $\sin \alpha$ və $\cos \alpha$ ifadələrinin α bucağının funksiyası olmasına diqqət yetirilir. Bu iş şəkil üzərində göstərilir, $\sin \alpha$ və $\cos \alpha$ funksiyaları α bucaqları çoxluğu ilə vahid çevrənin nöqtələrinin ordinat və absisləri arasında uyğunluq yaradır. Bu səbəbdəndir ki, triqonometrik funksiyalar ədədi funksiyalar hesab edilmir.

IX sinifdə triqonometrik funksiyaların bəzi xassələri, xüsusilə bucağın 0° -dən 90° -yə qədər dəyişməsi ilə sinusun artması, kosinusun isə azalması xassəsi öyrədilməlidir. Bu xassədən sinus və kosinusun qiymətləri cədvəlinde istifadə olunur.

Triqonometrik funksiyalarla düstur şəklində verilən digər funksiyalar arasında prinsipial fərq var. Belə ki triqonometrik funksiya qədər keçilmiş digər funksiyaların qiymətinin arqumentin qiymətinə uyğun şəkildə tapılması çətinlik törətmirdi. Məsələn, $y=4x+3$ funksiyasının $x=2$ olduqda qiymətinin $y=11$ olması aydındır. Ancaq triqonometrik funksiyaların qiymətini bu cür hesablamaq mümkün deyil. Bunun səbəbi triqonometrik funksiyaların cəbri olmayan transendent funksiyalar olmasıdır.

Problemin aktualığı. Triqonometrik funksiyalar mövzusu məktəb cəbr və həndəsə kursunda əsas mövzulardan biridir. Bu mövzu məktəb cəbr və həndəsə kursunda paylanmışdır. Son illərdə proqramdakı dəyişikliklərlə, fasiləsiz təhsil konsepsiyasının tələb

ləri, habelə onbirillik təhsil sisteminə keçilməsi baxımından triqonometrik funksiyaların tədrisi ayrıca bir kursda nəzərdən keçirilməsini məsləhət bilməmişdir. Mövzular riyaziyyatın uyğun bölmələrilə əlaqədar verildiyindən triqonometrik funksiyaların tədrisi metodikasına yenidən baxmağı zəruri etmişdir.

Problemin elmi yeniliyi Bu məqalədə triqonometrik funksiyaların müxtəlif tərifləri, xassələri, qrafikləri və s. Haqqında metodik mülahizələr irəli

sürülmüş, müxtəlif dərslik və metodiki ədəbiyyatlarda onların verilməsi müqayisəli şəkildə təhlil edilmişdir.

Problemin praktik əhəmiyyəti Triqonometrik funksiyaların praktik məzmunlu məsələlər həllinə tətbiqi, bunun şagirdlərin riyazi modelləşdirmə haqqında təsəvvürlərin inkişafına təsiri, şagirdlərin idrak marağının inkişafındakı rolu təbii şəkildə öz əksini tapmışdır.

Ədəbiyyat:

1. Quliyev Ə. A. Riyaziyyatın tədrisində ümumiləşdirmə. Bakı: Elm, 2009.
2. Mərdanov M. C. və b. Həndəsə: 9-cu sinif üçün dərslik. Bakı: Çarşıoğlu, 2003.
3. Mirzəyev S. S., Sadiqov Ş. M., Həndəsə: 9-cu sinif üçün dərslik. Məsələ və tapşırıqlar həlli ilə. Bakı: Çarşıoğlu, 2005.
4. Məmmədov R.H. və b. Riyaziyyat: Abituriyentlər üçün vəsait Bakı: Maarif, 1972.

E-mail: salatın.mardanova@mail.ru

Rəyçilər: *ped.ü.elm.dok., prof. A.S. Adıgözəlov,*
ped.ü.fəls.dok., dos. A.Q. Cəfərov
Redaksiyaya daxil olub: 10.05.2018