

UOT 37.01.

*Vüsal Şəfi oğlu Şirinov,
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti*

FUNKSIYANIN DÖVRÜLÜYÜNÜN ARAŞDIRILMASININ TƏDRİSİ METODİKASI

*Вусал Шафи оглы Ширинов,
Азербайджанский Государственный Педагогический Университет*

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРИОДИЧНОСТИ ФУНКЦИЙ

*Vusal Shafi Shirinov,
Azerbaijan State Pedagogical University*

THE METHOD OF TEACHING THE PERIODICITY STUDY OF FUNCTION

Xülasə: Bu məqalədə funksiyanın dövrüliyünün araşdırılmasından bəhs olunub. Funksiyanın dövrüliyünün araşdırılması mühüm əhəmiyyət kəsb etdiyindən, burada bu məsələyə çox geniş yer verilib. Şagirdlərin bu mövzu ilə bağlı çətinlik çəkdikləri bir çox problemlərə aydınlıq gətirilib. Məqalədə praktik çalışmalara da xüsusi ilə yer ayrılmışdır.

Açar sözlər: *funksiya, dövrü, təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu, əsas dövr*

Резюме: В этой статье обсуждается функциональность периодичности. Важно исследовать периодичность функции, поэтому этот вопрос очень актуален в настоящее время. Учащиеся сталкиваются с рядом трудностей при изучении данной темы. Статья также представляет особый интерес для практических занятий.

Ключевые слова: *функция, периодический, назначенная область, множество оценок, основной период*

Summary: This article discusses the functionality of the periodicity. It is important to investigate the periodicity of the function, so this issue is very broad. Many issues have been clarified by the students. The article also provides a special place for practical exercises.

Key words: *function, periodic, designated oblast, plurality of prices, key period*

Çoxillik təcrübələrə, aparılan müşahidələrə əsaslanaraq demək mümkündür ki, dövrü funksiyaların əsas dövrünün tapılması üçün müəyyən üsullar olmadığından və baxılan çalışmaların xarakterindən asılı olaraq xüsusi üsulların seçilməsi zərurətindən şagirdlər funksiyaların dövrüliyi ilə bağlı çalışmaları həlli zamanı çətinlik çəkirlər.

Şahidi olduğumuz çoxsaylı proses və hadisələr dövrü xüsusiyyətinə malikdir. Məsələn, Ayın Yer ətrafında hərəkəti, təbiətdə su dövrünü, Günəşin öz oxu ətrafında fırlanması və s. təkrarlanma xüsusiyyətinə malik olan təbii proseslərdir. Riyaziyyatda sonsuz təkrarlanan proseslərin qanunauyğunluqları öyrənilir. Bunun üçün dövrü funksiya anlayışından istifadə

edilir. Dövrü funksiya anlayışından funksiyaların araşdırılmasında, qrafiklərin qurulmasında, xüsusilə rəqslər nəzəriyyəsində geniş istifadə olunur və müxtəlif elm sahələrində onun rolu çox böyükdür.

Dövrü funksiya verilmiş daha dolğun tərif aşağıdakı tərif hesab etmək olar.

Tərif: $y = f(x)$ funksiyası üçün elə T ($T \neq 0$) ədədi varsa ki, bu funksiyanın təyin oblastından olan istənilən x ədədi ilə birlikdə $x-T$ və $x+T$ ədədləri də həmin oblasta daxil olsun və $f(x+T) = f(x) = f(x-T)$ bərabərliyi ödənilsin, onda $y = f(x)$ funksiyasına dövrü funksiya, T ədədinə isə onun dövrü deyilir. Tərifdən aydın görünür ki, T ($T \neq 0$) ədədi $y = f(x)$ funksiyası

nın dövrüdürsə, onda $(-T)$ ədədi də bu funksiyanın dövrüdür.

Dövri funksiyanın təyin oblastı. Teorem: $y = f(x)$ funksiyası dövri funksiyadirsə, onda onun təyin oblastı sıfır ədədinə nəzərən simmetrik və qeyri-məhdud çoxluqdur.

Nəticə: 1) Təyin oblastı müsbət ədədlər və ya mənfi ədədlər çoxluğu olan funksiya dövrü funksiya deyil. 2) Təyin oblastı sonlu aralığa daxil olan funksiya dövrü funksiya deyil.

Dövri funksiyanın qiymətlər çoxluğu. Teorem: Dövrü funksiya özünün hər bir qiymətini arqumentin sonsuz sayda qiymətlərində alır.

Nəticə. 1) Qiymətlər çoxluğundan olan bir qiyməti arqumentin sonlu sayda qiymətlərində alan funksiya dövri funksiya deyil. 2) Dövri funksiyanın sonlu sayda ekstremum nöqtəsi ola bilməz.

Funksiyanın ən kiçik müsbət dövrü: Dövrü funksiyalar ən kiçik müsbət dövrü ilə xarakterizə olunur. $y = f(x)$ funksiyanın dövrü içərisində ən kiçik müsbət ədəd varsa, bu ədəd funksiyanın ən kiçik müsbət dövrü və ya əsas dövrü deyilir.

Qeyd edək ki, dövri funksiyanın ən kiçik müsbət dövrü olmaya da bilər.

Məsələn: Drixle funksiyası:

$$D(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ rasiional ədəddirsə} \\ 0, & x \text{ irrasional ədəddirsə} \end{cases}$$

dövrü funksiya deyil və bütün rasiional ədədlər onun dövrüdür. Bu dövrlər içərisində ən kiçik müsbət dövr yoxdur. $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \sec x$, $f(x) = \operatorname{cosec} x$ funksiyaları dövri funksiyalardır və ən kiçik müsbət dövrü 2π -dir. $f(x) = \operatorname{tg} x$ və $f(x) = \operatorname{ctg} x$ funksiyaları dövri funksiyalardır və ən kiçik müsbət dövrü π -dir.

Teorem: $y = f(x)$ dövrü funksiyanın ən kiçik müsbət dövrü varsa, onun hər hansı $a > 0$ -dan kiçik heç bir dövrü yoxdur.

Məsələn: $f(x) = \sin x$ funksiyanın əsas dövrü 2π -dir. Yəni, $\sin(2\pi + x) = \sin x$. Əksini fərz edək. Tutaq ki, funksiyanın $0 < T < 2\pi$ şərtini ödəyən ən kiçik müsbət T dövrü var. Onda: $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ və $\sin \left(\frac{\pi}{2} + T\right) < 1$, $\sin \left(\frac{\pi}{2} + T\right) \neq \sin \frac{\pi}{2}$ olur. Deməli, T ədədi $f(x) = \sin x$ funksiyanın dövrü ola bilməz. Başqa sözlə, $f(x) = \sin x$ funksiyanın 2π -dən kiçik heç bir müsbət dövrü yoxdur.

Nəticə: $y = f(x)$ dövri funksiyanın əsas dövrü varsa, onda funksiyanın bütün dövrüləri əsas dövrünün bölünənidir.

Dövri funksiyaların ən kiçik müsbət dövrünü tapmaq üçün müəyyən üsullar yoxdur. Bunu ancaq misalların xarakterinə görə xüsusi üsullarla təyin etmək olur. Bu üsullardan bəzilərini qeyd edək: **1) T-yə nəzərən tənliyi həll etməklə; 2) Eyni çevirmələr aparmaqla; 3) Verilən funksiyanın xarakterinə görə ən kiçik müsbət dövrü təyini.**

Verilmiş funksiyanın ən kiçik müsbət dövrünə görə bütün dövrülərini təyin etmək mümkündür. $y = f(x)$ funksiyası ən kiçik müsbət dövrü T olan dövri funksiyadirsə, onda nT ($n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$) ədədləri bu funksiyanın dövrüldür və bunlardan başqa dövrü yoxdur.

Teorem: $u = \varphi(x)$ funksiyası dövrü funksiyadirsə, onda $y = f[\varphi(x)]$ funksiyası da dövrü funksiya deyil və f funksiyanın dövrü φ funksiyanın dövrü ilə eynidir.

İsbatı: Aydındır ki, $x \in D(f)$ olduqda $x \in D(\varphi)$ və $\varphi(x) \in D(f)$ olur. Onda, $x-T \in D(\varphi)$, $x+T \in D(\varphi)$ və $\varphi(x-T) = \varphi(x) = \varphi(x+T)$ olduğu üçün $\varphi(x-T) \in D(f)$ və $\varphi(x+T) \in D(f)$ olur. Buradan isə $f[\varphi(x+T)] = f[\varphi(x)]$ bərabərliyi alınır. Deməli, $f[\varphi(x)]$ funksiyası dövrü funksiya deyil.

Misal 1. $f(x) = \frac{3x^2 - x + 2}{x^2 + x + 1}$ funksiyanın dövrü olub-olmadığını araşdıraq.

Həlli: Tutaq ki, a ədədi bu funksiyanın aldığı hər hansı bir qiymətdir. Onda aydındır ki, $\frac{3x^2 - x + 2}{x^2 + x + 1} = a$, $a \in \mathbb{R}$ tənliyinin ikidən çox həqiqi kökü ola bilməz. Deməli, $f(x)$ funksiyası a qiymətini arqumentin ikidən çox olmayan qiymətində ala bilər. Bununla da alırıq ki, verilmiş $f(x) = \frac{3x^2 - x + 2}{x^2 + x + 1}$ funksiyası dövrü deyil.

Misal 2. $f(x) = \lg \left| \cos \frac{x}{2} \right|$ funksiyanın dövrü olub-olmadığını araşdıraq və dövrüdürsə, əsas dövrünü təyin edək.

Həlli: Araşdırmanı mürəkkəb funksiyanın dövrüliyinin araşdırılmasına uyğun aparmaq lazımdır. $\varphi(x) = \cos \frac{x}{2}$ funksiyası dövrü funksiya deyil, əsas dövrü $T = 4\pi$ -dir. $f(x) = \lg \left| \cos \frac{x}{2} \right|$ funk-

siyasında dövrü funksiya olduğunu və əsas dövrünün 4π -yə bərabər olduğunu göstərək: $\lg\left|\cos\frac{x+4\pi}{2}\right| = \lg\left|\cos\left(\frac{x}{2} + 2\pi\right)\right| = \lg\left|\cos\frac{x}{2}\right|$. Deməli, $f(x) = \lg\left|\cos\frac{x}{2}\right|$ funksiyası dövrü funksiya-dır və əsas dövrü 4π -dir.

Misal 3: $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ funksiyasının ən kiçik müsbət dövrünü araşdıraraq.

Həlli: Baxılan funksiyanın dövrüliyini araşdırmaq üçün eyni çevirmələr aparmaqla verilmiş funksiyanı sadələşdirməyin daha məqsəddəyigün olduğu şagirdlərin nəzərinə çatdırılır. $\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 1 - \frac{1}{4} (1 - \cos 4x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \sin(4x + \frac{\pi}{2})$ bərabərliyi alınır. Sonda alınan funksiyanın ən kiçik müsbət dövrü:

$T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ olduğu üçün, verilən funksiyanın ən kiçik müsbət dövrü $\frac{\pi}{2}$ ədədi olacaq.

Problemin aktuallığı: Təcrübələrə əsaslanaraq söyləmək olar ki, məktəb riyaziyyat kursunda funksiyanın dövrüliyinin araşdırılması şagirdlərin qarşısında əsaslı çətinliklər yaradır. Bu baxımdan funksiyanın dövrüliyinin araşdırılması mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Problemin elmi yeniliyi: Məktəb riyaziyyat kursunun təlimində şagirdlərin fərdi yanaşma zərurəti meydana çıxır. Bu səbəbdən də materialın əhəmiyyəti həm mənimsəmə, həm də şərh etmə xarakterinə görə zəruri hesab edilir.

Nəticə: Məqalədə orta məktəblərdə funksiyanın dövrüliyi mövzusunun tədrisinin xüsusiyyətlərinə və müxtəlif situasiyalarda tətbiqinə kifayət qədər yer ayrılması ilə təlimin elmi səmərəsinin daha çox artırılması məsələsi aktual olaraq verilmişdir. Mövzuda qeyd olunan nümunələr şagirdlərə bu mövzuda yaxından kömək göstərəcək.

Problemin tətbiqi əhəmiyyəti: Problemin tətbiqi əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, şagirdlərin yaradıcı təfəkkürünün inkişafına dair metodik tövsiyələr verir.

Ədəbiyyat:

1. Sevdə İsmayılova Ümumtəhsil məktəblərinin 7-ci sinif üçün dərslik Bakı: Şərq-Qərb, 2014.
2. Nəşibov M.X Məktəb kursunda riyazi analizin elementləri. Bakı, 1991.
3. Məmmədov Ə. Elementar riyaziyyat. Bakı, 2012.
4. Muradov R.İ., Tahirov B.Ö. və b. Məktəb riyaziyyat kursunun elmi əsasları. Bakı, 2007.
5. Namazov Q.M..Ali riyaziyyat. Bakı, 2012.

E-mail: vusalshirinov9@gmail.com

Rəyçi: ped.ü.elm.dok, prof. A.S. Adıgözəlov

Redaksiyaya daxil olub: 27.11.2018.