UOT 372.851

***Firədun Nadir oğlu İbrahimov,***
*pedaqogika üzrə elmlər doktoru, professor*
*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Şəki filialı*

***Könül Qurbanəli qızı Süleymanova***
*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Şəki filialının müəllimi*

## “ORTA MƏKTƏBDƏ ƏDƏDİ SİSTEMLƏRİN ƏSASLARI” FƏNNİNİN TƏDRİSİNDƏ GÖZLƏNİLƏN NƏTİCƏLƏR VƏ ONLARIN ƏSAS XÜSUSİYYƏTLƏRİ

***Фирадун Надир оглу Ибрагимов,***
*доктор наук по педагогике, профессор*
*Шекинский филиал Азербайджанского Государственного Педагогического Университета*

***Кёнуль Гурбанали гызы Сулейманова***
*преподаватель*
*Шекинского филиала Азербайджанского Государственного Педагогического Университета*

## ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ПРЕДМЕТА «ОСНОВЫ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ».

***Firadun Nadir Ibrahimov,***
*doctor of science in pedagogy, professor*
*Sheki branch of the Azerbaijan Stare Pedagogical University*

***Konul Gurbanali Suleymanova***
*teacher at Sheki branch of the Azerbaijan Stare Pedagogical University*

## EXPECTED RESULTS AND MAIN FEATURES IN TEACHING THE SUBJECT "FUNDAMENTALS OF NUMERICAL SYSTEMS IN HIGH SCHOOL"

**Xülasə.** Məqalədə ümumi riyazi təhsilin öyrənilməsi məsələsinə münasibət bildirilir, insanın zehni inkişafında və yaradıcı qabiliyyətlərinin formalaşmasında riyaziyyatın, xüsusilə də ümumi riyazi təhsilin rolu dəyərləndirilir, ümumi riyazi təhsilin məzmununda “Ədədlər və əməllər” xəttinin mühüm yer alması “Riyaziyyat və informatika müəllimliyi” ixtisası üzrə kadr hazırlığının Təhsil proqramında “Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları” fənninin daxil edilməsini şərtləndirdiyi vurğulanır. Tədqiqat işində müəlliflər şəxsi təcrübələrinə dayanaraq “Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları” fənninin tədrisinin metodik sisteminin işlənilməməsinin, bu sahədə nəzəri və texnoloji araşdırmaların yoxluğunun onun səmərəliliyinə mənfi təsir göstərdiyini bildirir, belə bir sistemin hazırlanmasında ilkin addımın bu fənnin tədrisində gözlənilən nəticələrin dürüst müəyyən edilməsi olduğunu diqqət mərkəzinə çəkir *və “Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları” fənninin tədrisində gözlənilən nəticələri formulə edir və onların əsas xüsusiyyətlərinin interpretasiyasını verirlər.*

***Açar sözlər:*** *ədədi sistemlər, natural, tam, kəsr, rasional, irrasional, həqiqi ədədlər, kompleks ədədlər, tədrisin metodik sistemi, aksiomatik tərif, əməl, qrup.* halqa

**Резюме.** В статье выражено отношение к изучению общего математического образования, дана оценка роли математики, особенно общего математического образования, в формировании умственного развития и творческих способностей человека. Подчеркивается, что важная роль «Чисел и операций» в содержании общего математического образования привела к включению предмета «Основы числовых систем в средней школе» в учебный план специальности «Преподавание математики и информатики». Авторы исследования, основываясь на личном опыте, говорят, что отсутствие методической системы преподавания предмета «Основы числовых систем в средней школе», отсутствие теоретических и технологических исследований в этой области отрицательно сказались на его эффективности и привлекают внимание к тому, что первый шаг в подготовке - правильно определить ожидаемые результаты в преподавании данного предмета и сформулировать ожидаемые результаты в преподавании предмета «Основы числовых систем в старшей школе» и дать интерпретации их основных функции.

***Ключевые слова:*** *системы счисления, натуральные, целые, дробные, рациональные, иррациональные, действительные числа, комплексные числа, методическая система обучения, аксиоматическое определение, действие, группа, кольцо*

**Summary.** The article expresses the attitude to the study of general mathematical education, evaluates the role of mathematics, especially general mathematical education in the formation of human mental development and creative abilities. It is emphasized that the important role of the "Numbers and operations" in the content of general mathematics education has led to the inclusion of the subject "Fundamentals of numerical systems in high school" in the curriculum of the specialty "Mathematics and computer science teaching". The authors of the study, based on personal experience, say that the lack of a methodological system for teaching the subject "Fundamentals of Numerical Systems in High School", the lack of theoretical and technological research in this area has negatively affected its effectiveness and draws attention to the fact that the first step in the preparation is to correctly determine the expected results in the teaching of this subject and formulate the expected results in the teaching of the subject "Fundamentals of numerical systems in high school" and give interpretations of their main features.

***Keywords:*** *numerical systems, natural, integer, fractional, rational, irrational, real numbers, complex numbers, methodical system of teaching, axiomatic definition, action, group, ring; square*

***Tədqiqat mövzusunun aktuallığı.*** İnkişaf etmiş dünya ölkələrinin təhsil sistemlərində ümumi riyazi təhsilin öyrənilməsi məsələsinə önəm verilir. Çünki insanın zehni inkişafında və yaradıcı qabiliyyətlərinin formalaşmasında riyaziyyatın, xüsusilə də ümumi riyazi təhsilin rolu müstəsnadır. Təsadüfi deyildir ki, riyaziyyat ümumtəhsil məktəblərində tədris olunan fənlərdən biridir. Mövcud dünya təcrübəsinin öyrənilməsi və təhlili əsasında ölkəmizin ümumtəhsil məktəblərində ümumi riyazi təhsilin həyata keçirilmə fəlsəfəsi dəyişdirilmiş, riyaziyyat təliminin məzmun xətləri müəyyənləşdirilmişdir. " Ədədlər və əməllər" məzmun xəttinə digər "Cəbr və funksiyalar", "Həndəsə", "Ölçmələr", "Statistika və ehtimal" məzmun xətləri sırasında xüsusi yer verilmişdir. Nəzərdə tutulur ki, ədədlər və əməllər xətti üzrə məzmun vasitəsi ilə şagirdlər tərəfindən ədəd anlayışının və onun genişləndirilməsinin dərk edilməsi, ədədlər üzərində əməllərin (toplama, çıxma, vurma, bölmə, kökalma, qüvvətəyüksəltmə və s.) yerinə yetirilməsi təmin olunur, onlarda dəqiq və təqribi hesablama vərdişləri formalaşdırılır. [2; 65-66]. Ümumtəhsil məktəbinin yuxarı siniflərində bu məzmun xətti vasitəsilə sadə və mürəkkəb ədədlər, rasional, irrasional ədədlərin rasional ədədlərlə təqribi ifadə olunması, həqiqi və kompleks ədədlərin daxil edilməsi məsələlərinin mənimsənilməsi həyata keçirilir. Nəticə olaraq şagird:1) ədəd anlayışını, ədədlərin müxtəlif yollarla ifadə olunmasını, ədədlər və ədəd sistemləri arasında əlaqələri başa düşür; 2) əməlin mənasını və aparılma qaydalarının əhəmiyyətini, onların bir-biri ilə əlaqələrini başa düşür; 3) dəqiq hesablamalar və təqribi qiymətləndirmə üzrə bacarıq və vərdişlər qazanır.

Ümumi riyazi təhsilin əhatə olunduğu məzmun xətlərinin dialektik vəhdətini pozmadan tədris prosesinin təşkili və idarə olunması müəllimin hazırlıq(nəzəri və texnoloji baxımdan) səviyyəsindən asılıdır. Ümumi riyazi təhsilin məzmununda "Ədədlər və əməllər" xəttinin mühüm yer alması "Riyaziyyat və informatika müəllimliyi" ixtisası üzrə kadr hazırlığının Təhsil proqramında "Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları" fənninə yer ayrılmasını zəruri edir. [3, s. 11]

Odur ki, təqdim olunan mülahizələrə rəğmən pedaqoji profilli ali məktəblərdə "Riyaziyyat və informatika müəllimliyi" ixtisası üzrə təhsil alan tələbələrin "Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları" fənnini öyrənməsi məqsədəuyğun sayılaraq İxtisas-peşə hazırlığı fənləri bölümünə seçmə fənn kimi daxil edilmişdir.

"Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları" fənninin tədrisinin metodik sisteminin işlənilməməsi, bu sahədə nəzəri və texnoloji araşdırmaların yoxluğu onun səmərəliliyinə mənfi təsir etməkdədir. Sözügedən sistemin hazırlanmasında ilkin addım bu fənnin tədrisində gözlənilən nəticələrin dürüst müəyyən olunmasıdır.

***“Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları” fənninin tədrisi nəticəsində gözlənilən nəticələrin tərkibləri-təhsil proqramlarının tələblərinin struktur tərkiblərinə müvafiq olmasının məntiqiliyi.***

Gözlənilən nəticələr belə tərkiblənir: tələbə bilməlidir; tələbə bacarmalıdır; tələbə yiyələnməlidir.

**Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları fənninin tədrisi nəticəsində tələbə bilməlidir.*

▪ Ədəd anlayışı riyaziyyat elminin əsas anlayışlarından biridir. Ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyatın tədrisi prosesində ədəd anlayışının elmin məntiqinə uyğun didaktik əsaslarla genişləndirilməsi, natural, tam, kəsr, rasional, irrasional, həqiqi ədədlər, kompleks ədədlər sisteminin mənimsədilməsi üzrə təcrübə formalaşmışdır. Kompleks ədədlər istisna olmaqla ədədlər sistemi içərisində həqiqi ədəd anlayışı daha genişdir. Həqiqi ədədlər sistemi bütün rasional və irrasional, rasional ədədlər isə öz növbəsində sıfır da daxil olmaqla bütün müsbət, mənfi, tam və kəsr ədədləri əhatə edir. Rasional ədədlərə nisbətən həqiqi ədədlər sistemi daha genişdir və bu genişlənmə irrasional ədədlər anlayışının daxil edilməsi nəticəsində əmələ gəlmişdir. Bu isə ortaq ölçülü və ortaq ölçüsüz parçaların öyrənilməsi ilə əlaqədardır. Mənfi ədəddən kvadrat kök alınması məsələsi ilə əlaqədar olaraq həqiqi ədədlər sistemi genişləndirilmişdir.

▪ Ədəd anlayışının inkişafı, həyati məsələlərin həlli və riyaziyyatın öz daxili məntiqi tələbatının nəticəsi olaraq baş verən dialektik prosesdir. Burada hər bir sonrakı inkişaf mərhələsi əvvəlkini rədd etmir, onu öz daxilinə almaqla daha geniş, daha ümumi anlayış olur. Kompleks ədəd anlayışı ədədlər sisteminin genişləndirilməsinin elə zəruri mərhələsidir ki, orada mənfi ədədlərdən cüt dərəcədən kökalma mümkün olur. Kompleks ədədlər sistemini qurmaq üçün material olaraq, müstəvinin nöqtələri çoxluğu götürülür. Toplama və vurma əməlləri $\alpha+\beta=(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d)$ və $\alpha\cdot\beta=(a,b)\cdot(c,d)=(ac-bd,cd+bc)$ aksiomları ilə təyin edilən və hər biri müəyyən nizamla götürülmüş bir cüt həqiqi ədədlə göstərilən (a, b) kimi ədədlər sisteminə kompleks ədədlər sistemi deyilir. Burada təyin olunmuş toplama və vurma əməli kommutativlik (yerdəyişmə), assosiativlik (qruplaşdırma) və distributivlik (paylama) xassələrinə malikdir.

▪ M çoxluğunun müəyyən nizamla götürülmüş hər hansı iki a və b elementinə, birqiymətli olmaqla həmin çoxluğun üçüncü bir c elementi müəyyən bir qanun və ya qayda ilə qarşı qoyula bilərsə, onda deyilir ki, M çoxluğunda cəbri əməl (yaxud “kompozisiya”) təyin edilmişdir. Fikrin bu formuləsində (əslində bu cəbri əməlin tərifidir) həm verilən çoxluğun elementlərinin müxtəlif təbiətli olmaları faktı, həm də ədədlər üzərindəki məlum əməllərin bütün xüsusi hallarının əhatə olunması nəzərdə tutulur. Əməlin mahiyyəti qarşıqoyma qanunu(və ya qaydası) təşkil edir və bu qarşıqoyma qaydası birqiymətlidir, yəni M çoxluğunun iki a və b elementinə həmin çoxluğun yeganə bir c elementi qarşı qoyulur. Nəzərdə tutulan əməli M çoxluğunun ixtiyari iki elementi üzərində aparmaq mümkün olmaqla, bu əməl nəticəsində alınan üçüncü yeganə element hökmən M çoxluğuna daxil olmalıdır. Əməlin nəticəsi üzərində əməlin aparıldığı a və b elementlərinin hansı nizamla götürülməsindən asılıdır(əməl kommutativlik xassəsinə malik olmaya da bilər).

▪ Elə çoxluqlar (onun elementləri yalnız ədədlər deyil, başqa təbiətli riyazi obyektlər də ola bilər) var ki, orada ancaq bir cəbri əməl, elə çoxluqlara da rast gəlmək olar ki, orada bir neçə cəbri əməl təyin edilir. Həm də bu əməllərin müxtəlif çoxluqlarda müxtəlif xassələri olur. Cəbri strukturlar üçün bu çoxluqda bir və ya bir neçə cəbri əməlin təyin edilməsi mühüm xarakterik məsələdir. Bu cəhət qrup, halqa və meydan üçün də xarakterikdir. Riyaziyyatın bu və ya digər sahəsində öyrənilən abstrakt riyazi strukturların hər birinin özünəməxsus aksiomlar sistemi vardır. Riyaziyyatda bu aksiomlar sistemi elə həmin strukturun tərifi(buna bəzən” aksiomatik tərif” deyirlər) kimi qəbul edilir.

▪ İsbatsız qəbul edilmiş bütün təkliflər və tərifsiz anlayışlar birlikdə aksiomlar sistemini əmələ gətirir. Hər hansı riyazi nəzəriyyənin ciddi məntiqi şəkildə qurulmasına aşağıdakı kimi yanaşılır:1.Bu nəzəriyyənin tərifsiz qəbul edilən anlayışları, əsas anlayışlar obyekti ayrılır; 2. Həmin obyektlərin isbatsız qəbul edilən xassələri ayrılır(aksiomlar və ya postulatlar); 3. Qalan bütün obyektlərin tərifləri əsas anlayışlar üzərində qurulur, xassələri isə aksiomlara əsasən ciddi məntiqi şəkildə isbat olunur.

Hər hansı riyazi nəzəriyyənin bu metodla qurulmasına riyaziyyatda aksiomatik metod deyilir.

Hər bir riyazi nəzəriyyənin əsasını müəyyən aksiomlar sistemi təşkil edir. Aksiomlar sisteminə və onu təşkil edən aksiomlara aşağıdakı tələblər verilir:1)aksiomların ziddiyyətsizliyi (birgəliyi); 2)aksiomların asılı olmaması; 3)aksiomlar sisteminin tamlığı. .[2; 57-58].

▪Qrup elə cəbri struktur ki, burada ancaq bir cəbri əməl-ya vurma, yaxud da toplama əməli təyin edilir. Vurma cəbri əməlinin təyin edildiyi G çoxluğu üçün aşağıdakı aksiomlar ödənilərsə, bu çoxluğa qrup deyilir:1) Çoxluğun hər hansı üç a, b, c elementi üçün $a(bc) = (ab)c,$ yəni vurma cəbri əməli assosiativlik xassəsinə malikdir; 2) G çoxluğunda elə $e$ elementi var ki, onun ixtiyari $a$ elementi ilə hasili $ae = ea = a$ şərtini ödəyir; bu münasibəti ödəyən e elementinə vahid, yaxud neytral element deyilir; 3) G çoxluğunda, bu çoxluğun istənilən $a$ elementi üçün elə bir $a'$ elementi var ki, $aa' = a'a = e$ şərtini ödəyir. Bu şərti ödəyən $a'$ elementinə isə $a$-nın tərsi deyilir və $a^{-1}$ kimi işarə edilir. Əgər bu şərtlərdən əlavə G çoxluğunun ixtiyari iki a və b elementi üçün $ab = ba$, yəni vurmada kommutativlik qanunu da doğru olarsa, belə qrupa kommutativ qrup və ya Abel qrupu deyilir. Qrupa tərif verərkən çox zaman vahid elementin varlığına aid aksiomu $ae = a$ kimi, tərs elementin varlığına aid aksiomu isə $aa^{-1} = e$ kimi yazıb, bunlar uyğun olaraq “sağ vahid” və “sağ tərs” element adlandırılır. Sonra isə asanlıqla isbat etmək olur ki, qrupun $e$ sağ vahid elementi eyni zamanda onun “sol vahid” elementi:$ea = a, a$ −nın ( $a \in G)a^{-1}$ sağ tərs elementi isə eyni zamanda onun “sol tərs” elementidir: $a^{-1}a = e.$ Qrupda vurma cəbri əməli təyin edilibsə, bu multiplikativ qrup adlanır [1, 239-241]

▪Qrupdan fərqli olaraq halqa və meydanda bir neçə cəbri əməl təyin edilir. Toplama və vurma cəbri əməllərinin təyin edildiyi $H$ çoxluğunda aşağıdakı şərtlər (aksiomlar) ödənilərsə, həmin çoxluğa halqa deyilir: 1) toplama əməli kommutativlik xassəsinə malikdir: $a + b = b + a;$ 2) toplama və vurma əməlləri assosiativlik qanununa tabedir: $a + (b + c) = (a + b) + c,\ a(bc) = (ab)c;$ 3) toplama əməlinin tərsi (çıxma əməli) var, yəni çoxluğun iki ixtiyari $a$ və $b,\ a \in H, b \in H$ elementləri üçün bu çoxluqda $a + x = b$ tənliyinin həlli həmişə mümkündür; 4) toplama və vurma əməlləri distributivlik xassəsi ilə bir-birinə bağlıdır:
$a(b + c) = ab + ac;\ \ (b + c)a = ba + ca.$

Əgər bu aksiomlardan əlavə H çoxluğunun ixtiyari iki $a$ və $b$ elementi üçün vurma cəbri əməlində kommutativlik, yəni $ab = ba$ xassəsi də doğru olarsa, onda buna kommutativ halqa deyilir.[1; 243]

▪Toplama və vurma cəbri əməllərinin təyin edildiyi H çoxluğu aşağıdakı şərtləri ödəyirsə, ona halqa deyilir: 1)H çoxluğunun elementləri toplama əməlinə nəzərən Abel qrupu təşkil edir; 2)Vurma əməli assosiativlik qanununa tabedir: $a(bc) = (ab)c;$ 3)Vurma və toplama əməlləri üçün distributivlik qanunu doğrudur: $a(b + c) = ab + ac; (b + c)a = ba + ca.$Vurmada assosiativlik qanunu məcburi hesab edilməyən halqalara qeyri assosiativ halqa deyilir.

▪Kommutativ P halqasında sıfırdan fərqli heç olmazsa bir element varsa və $a\epsilon P, b\epsilon P, a \neq 0$ olduqda, $ax = b$ tənliyinin yeganə həlli olarsa, belə halqaya meydan deyilir. Kommutativ halqanın bütün aksiomları P meydanı üçün də öz gücündə qalır və burada əlavə olaraq bölmə (bölən sıfırdan fərqli olduqda) cəbri əməli də təyin edilir. Elementlərinin sonlu və sonsuz sayda olmasından asılı olaraq sonlu və sonsuz meydan anlayışları vardır. Hər bir P meydanının vahid elementi var və yeganədir; meydanın hər bir sıfırdan fərqli elementinin tərsi var və yeganədir. İstənilən müsbət tam $n$ ədədi və P meydanının hər hansı $a$ elementi üçün:$(a^{-1})^n = (a^n)^{-1}$ bərabərliyi doğrudur. $n$ və $m$ −in sıfır və tam(həm müsbət, həm də mənfi) qiymətlərində $a^m a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}$ (burada $a\epsilon P$) bərabərlikləri doğrudur. Meydanda sıfırın bölənləri yoxdur. İxtiyari meydanda hər hansı bərabərliyi sıfırdan fərqli ortaq vuruğa ixtisar etmək olar.

▪ H ədədlər çoxluğunda toplama, vurma və çıxma cəbri əməlləri təyin edilmişşə, onda bu çoxluğa ədədlər halqası deyilir [4; 253]. H çoxluğu ədədlər halqası isə onda onun ixtiyari $a, b$ elementləri üçün $a \pm b \epsilon H, ab \in H(a \in H, b \in H)$ olur. Ədədlər halqasında sıfırdan fərqli heç olmazsa bir element varsa və burada bölmə əməli də təyin edilərsə (bölən sıfırdan fərqli olduqda), bu çoxluğa ədədlər meydanı deyilir. Haqanın və meydanın ümumi tərifi ilə ədədlər halqasının və meydanın tərifi tamamilə uzlaşır. Ədədlər halqasında sıfırın bölənləri yoxdur, yəni iki ədədin hasili ancaq və ancaq vuruqlardan heç olmazsa biri sıfır olduqda sıfıra bərabərdir.

▪ Çoxluqlar nəzəriyyəsindən istifadə edərək göstərmək olur ki, verilmiş iki $a$ *və* $b$ natural ədədi arasında üç münasibətdən yalnız biri olmalıdır: 1)$a = b$; 2)$a > b$; 3)$a < b$. Birgüclü sonlu çoxluqları xarakterizə edən natural ədədlərə bərabər natural ədədlər deyilir, yəni $A \sim B$ *və* $A \to a, B \to b$ –dirsə, onda $a = b$ olar.

▪ Eynigüclü olmayan çoxluqları xarakterizə edən natural ədədlərə bərabər olmayan natural ədədlər deyilir, yəni A və B eynigüclü deyilsə və $A \to a, B \to b$ –dirsə, onda $a \neq b$ yəni $a > b$ *və ya* $a < b$ olar.

▪ Natural ədədlərin bərabərliyinin aşağıdakı xassələri vardır:1)Refleksivlik xassəsi. Hər bir natural ədəd özünə bərabərdir, yəni $a = a, b = b, c = c$ və s.; 2)Simmetriklik xassəsi. Bir natural ədədi ikinci natural ədədə bərabər olarsa, ikinci natural ədəd də birinciyə bərabər olar, yəni $a = b$ *isə* $b = a$ olar, $c = d$ *isə* $d = c$ olar və s.; 3) Tranzitivlik xassəsi. Bir natural ədəd ikinciyə və ikinci də üçüncüyə bərabər olarsa, onda birinci natural ədəd üçüncü natural ədədə bərabər olar, yəni $a = b$ *və* $b = c$ olarsa, onda $a = c$ olar.

“Böyük” və “kiçik” anlayışları refleksivlik və simmetriklik xassələrinə malik deyildir, lakin tranzitivlik xassəsinə malikdir. $a > b$ *və* $b > c$ olarsa, onda $a > c$ olar və ya $a < b$ *və* $b < c$ olarsa, onda $a < c$ olar [4; 13-14]

▪ Aşağıdakı aksiomları ödəyən natural ədədlərə natural sıra və ya natural ədədlər ardıcıllığı deyilir:1)Vahid, bilavasitə heç bir natural ədəddən sonra gəlməyən natural ədəddir; 2)$a$ natural ədədi necə olursa-olsun, bilavasitə ondan sonra gələn yeganə $a'$ natural ədədi vardır; 3) Vahiddən fərqli $a'$ natural ədədi necə olursa-olsun, həmişə $a' - \mathrm{dan}$ bilavasitə əvvəl gələn yeganə $a$ natural ədədi vardır; 4)Əgər hər hansı natural ədədlər çoxluğu $M$ aşağıdakı iki xassəyə malikdirsə: 1) vahid ona daxildir; 2) hər hansı $a$ ədədi ona daxil olmaqla bilavasitə ondan sonra gələn $a'$ ədədi də ona daxildirsə, onda $M$ çoxluğu bütün natural ədədlər çoxluğu olan $N$ –dir. N=$\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$.

Bu dörd aksiom elmdə “Peano aksiomları” adı ilə məşhurdur. Peano aksiomlarını ödəyən natural ədədlərin nizami çoxluğuna natural ədədlər ardıcıllığı və ya qısa olaraq natural ardıcıllıq deyilir.[4; 14-15].

▪ Hər bir boş çoxluğu xarakterizə edən ədədə sıfır ədədi deyilir. Sıfır ədədi natural ədəd deyil; sıfır ədədini şərti olaraq natural ardıcıllığın qarşısında yazsaq, aşağıdakı çoxluq alınar: $M = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$. Bu çoxluğa genişlənmiş natural ardıcıllıq və ya mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğu deyilir. Sıfır bu çoxluqda bütün ədədlərdən əvvəl gəldiyinə görə hər bir natural ədəddən kiçikdir. Natural ədədlər üçün doğru olan Peano aksiomları mənfi olmayan tam ədədlər hesabının da əsasını təşkil edir; lakin fərq ondan ibarətdir ki, burada, yəni bu çoxluqda başlanğıcdakı ilk elementin yerində vahid deyil, sıfır durur. Qalan münasibətlər natural ardıcıllıqda olduğu kimi qalır.

▪ Mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğu aşağıdakı xassələrə malikdir:1)Nizami çoxluqdur; 2)Sonsuz çoxluqdur; 3)Diskret çoxluqdur.

▪ Mənfi olmayan tam ədədlərin toplanmasının izahı həm çoxluqlar nəzəriyyəsi əsasında, həm də toplamanın induktiv tərifini verməklə Peano aksiomları əsasında(aksiomatik tərif) aparıla bilr.

▪ Mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğu, yəni $M = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$sıfır (0) elementi ilə natural ədədlər çoxluğundan $N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$fərqləndiyi üçün M çoxluğunda vurma əməlinin tərifi də N çoxluğundakı vurmanın tərifindən fərqlənir.

▪ Mənfi olmayan tam ədədlərin toplanması kommutativ olduğu üçün onun bir tərs əməli var. Həmin tərs əmələ çıxma əməli deyilir.

▪ Verilmiş bir ədədin ikinci bir ədədə bölünməsindən alınan qismət, elə bir üçüncü ədədə bərabərdir ki, onu ikinci ədədə vurduqda birinci ədədi verir. Bölmə əməli vurma əməlinin tərs əməlidir. Bu münasibət bölmənin tərifində verilən $(a : b) \cdot b = a$ bərabərliyindəki əməlləri tərs sırada apardıqda da nəticənin eyni olmasından aydın olur. Bölmə əməlinin nəticəsində qalıq alına da, alınmaya da bilər. Qalıq alınmayan bölməyə "qalıqsız bölmə" və ya "dar mənada bölmə" deyilir. $a : b$ qismətinin varlığı üçün $a$ bölünəninin $b(b \neq 0)$ böləninin misli olması həm zəruri, həm də kafi şərtdir. Əgər $a : b$ qisməti varsa, onda həmin qismət yeganədir.

▪ $a$ mənfi olmayan tam ədəd və $b$ hər hansı natural ədəd olduqda $a = bq + r(0 \leq r < b)$ bərabərliyi doğrudursa, onda $a$ −nı $b$ −yə böldükdə qismət $q$ −yə, qalıq $r$ −ə bərabərdir. Mənfi olmayan tam ədədin natural ədədə bölünməsindən alınan qismət və qalıq yeganədir.

$M = \{0,1,2,3,\dots,n,\dots\}$mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğunda $a$ *və* $b$ ədədləri( $a \in M, b \in M$) arasında olan $a : b$ münasibəti( $b \neq 0$)aşağıdakı xassələrə malikdir: 1) Refleksivlik xassəsi; 2) Antisimmetriklik xassəsi; 3) Tranzitivlik xassəsi.

▪ Bəzi hallarda bölmə əməlini etmədən natural sırada olan bir ədədin başqa bir ədədə bölünməsini müəyyən etmək olur. Bu, müəyyən təkliflərə əsaslanır və bölmə əlaməti adlanır. Bölmə əməlini etmədən natural sıradakı bir ədədin hansı hallarda başqa bir ədədə qalıqsız böləndüyünü göstərən təklifə bölünmə əlaməti deyilir. Bölünmə əlamətləri iki cür olur: 1)Say sisteminin əsasından asılı olmayan bölünmə əlamətləri; 2)Say sisteminin əsasından asılı olan bölünmə əlamətləri.[4; 56]

▪ ■$p \in Z, q \in N$ olmaqla ixtisar olunmayan $\frac{p}{q}$ kəsri şəklidə göstərilə bilən ədədlərə rasional ədədlər deyilir. Başqa sözlə, $p$ tam, $q$ isə natural ədəd olarsa, $\frac{p}{q}$ şəklində olan ədədlərə rasional ədədlər deyilir. Rasional ədədlərin cəmi, fərqi, hasili rasional ədəddir. Rasional ədədi sıfırdan fərqli rasional ədədə böldükdə rasional ədəd alınır. İstənilən rasional ədədi sonsuz dövri onluq kəsr şəklində göstərmək olar. Bu zaman tam ədəd və sonlu onluq kəsrlər dövri sıfır olan sonsuz onluq kəsr kimi qəbul edilir.

▪ Mənfi olmayan rasional ədədlər çoxluğundan götürülmüş ixtiyari ədəd ölçülə bilən müəyyən bir parçanın uzunluğunu ifadə edir və əksinə, hər hansı ölçülə bilən düz xətt parçası götürsək, mənfi olmayan rasional ədədlər çoxluğunda həmin parçanın uzunluğunu ifadə edən bir ədəd vardır.

▪ Elə bir düz xətt parçası var ki, onun uzunluğunu rasional ədədlə ifadə etmək mümkün deyildir.

▪ Elə ədədlər var ki, onları rasional ədəd şəklində göstərmək olmur. Kvadratı ikiyə bərabər olan rasional ədəd yoxdur. Dövri olmayan sonsuz onluq kəsr şəklində göstərilə bilən ədədlərə irrasional ədədlər deyilir.

▪ Rasional ədədlə irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili, qisməti irrasional ədəddir. İki irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili və qisməti həm rasional, həm də irrasional ədəd ola bilər.

▪ Mənfi olmayan rasional ədədlər çoxluğu ilə mənfi olmayan irrasional ədədlər çoxluğunun birləşməsindən alınan çoxluğa mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxluğu deyilir. Mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxluğunun aşağıdakı xassələri vardır:1)Mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxluğu mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğunu da öz daxilinə alır; 2) İxtiyari iki mənfi olmayan həqiqi $a$ *və* $b$ ədədinin cəmi $(a + b)$həmişə var və yeganədir; 3) İxtiyari mənfi olmayan iki həqiqi $a$ *və* $b$ ədədinin hasili var və yeganədir; 4) Mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxluğunda hər bir məhdud monoton ardıcıllığın limiti var. Bu xassələri birlikdə mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxluğunun tərifi kimi qəbul etmək olar.

▪ Sıfırdan fərqli rasional ədədlər müsbət və mənfi ədədlər olmaqla iki yerə ayrıldığı kimi, irrasional ədədlər də iki yerə, müsbət və mənfi irrasional ədədlərə ayrılır. Sıfır, müsbət rasional ədədlər və müsbət irrasional ədədlər birlikdə mənfi olmayan həqiqi ədədlər adlanır. Bu ədədlərə həm mənfi rasional, həm də mənfi irrasional ədədlər çoxluğunu birləşdirikdə yeni bir ədədlər çoxluğu alınır. Rasional ədədlər çoxluğu ilə irrasional ədədlər çoxluğuna birlikdə həqiqi ədədlər çoxluğu deyilir.

Mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxluğunun xassələri bütün həqiqi ədədlər çoxluğu üçün də doğrudur. Bunlardan əlavə bütün həqiqi ədədlər çoxluğunun aşağıdakı kimi məxsusi xassələri də vardır: 1) Həqiqi ədədlər çoxluğu bütün rasional və irrasional ədədləri öz daxilinə alır; 2)$0-a$ fərqi var və $-a$ ilə işarə olunur”; 3) Rasional ədədlər kimi, sıfırdan fərqli həqiqi ədədlər də müsbət və mənfi ədədlər olmaqla iki yerə ayrılır.

Sonuncu xassə həqiqi ədədlər sahəsində $a > b(a < b)$ bərabərsizliklərini daxil etməyə imkan verir. Həqiqi $a$ ədədi mənfi olduqda $(a < 0), -a$ ədədi müsbət ($-a > 0$ olur. Nəhayət, ixtiyari müsbət həqiqi $a$ ədədi üçün elə müsbət rasional $r$ ədədi tapmaq olar ki, $r < a$ olar.

▪ Bütün həqiqi ədədləri heç bir üsulla nömrələmək olmaz. Bütün həqiqi ədədlər çoxluğu sonlu deyil. Bütün həqiqi ədədlər çoxluğu ilə ekvivalent olan çoxluqlara kontinium gücü deyilir. Bütün həqiqi ədədlər çoxluğuna hesabi kontinium deyilir.

▪ Kompleks ədədlər sisteminin qurulması aksiomatik metoda əsaslanır. Orada $(a;b)$ kimi işarə edilən $a$ və $b$ həqiqi ədədlər cütləri üzərində toplama və vurma əməlləri üçün

$$(a;b)+(c;d)=(a+c;b+d),$$

$$(a;b)(c;d)=(ac-bd;ad+bc)$$

aksiomları qəbul edilir, bütün sonrakı təkliflər bunların köməyi ilə isbat olunur. Bu aksiomlar əsasında qurulmuş ədədlər sistemi kompleks ədədlər sistemi adlanır.

***“Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları” fənninin tədrisi nəticəsində tələbə bacarmalıdır:***

*Cəbri əməl anlayışının tərifinə şərh verməyi;

*Bu və ya digər ədədlər çoxluğunda bu və ya digər əməlin təyin edilib-edilmədiyini müəyyənləşdirməyi;

*Verilmiş ədədlər çoxluğunda bir və ya iki əməlin təyin olunmasına aydınlıq gətirməyi;

*Əməllərin müxtəlif çoxluqlarda müxtəlif xassələrə malik olmasına aydınlıq gətirməyi;

*Vurma cəbri əməlinə nəzərən qrupun aksiomlarını təqdim etməyi;

*Toplama cəbri əməlinə nəzərən qrupun aksiomlarını fərqləndirməyi və onların şərhini verməyi;

*Qrupun vahid elementi anlayışı ilə bağlı şərh verməyi;

*Halqa və meydanın ümumi tərifini verməyi;

*Halqada toplama və vurma əməlləri üzrə ödənilən aksiomları təqdim etməyi;

*Halqa ilə meydanın qarşılıqlı səciyyəsini verməyi;

*Ədədlər halqası və ədədlər meydanının tərifi ilə bunların ümumi tərifini tutuşdurmağı;

*Aksiomatik metodun şərhini verməyi;

* Mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğunda vurma əməlinin aksiomatik tərifini təqdim etməyi;

*Hasilin xassələrindən faydalanmağı;

*Mənfi olmayan tam ədədlərin fərqinin xassələrindən istifadə etməyi;

* Bölmənin xassələrindən faydalanmağı;

*Qalıqlı bölmə anlayışından istifadə etməyi;

*Rasional ədədlər sisteminə şərh verməyi;

*İrrasional ədəd anlayışının xüsusiyyətlərinə aydınlıq gətirməyi;

*Həqiqi ədəd anlayışına şərh verməyi;

* Mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxluğunun xassələrini təqdim etməyi ;

*Həqiqi ədədlər çoxluğunun mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxluğuna aid olmayan xassələrini fərqləndirməyi;

*Kompleks ədədlər sisteminin aksiomatik metod əsasında qurulmasını.

***“Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları” fənninin tədrisi nəticəsində tələbə yiyələnməlidir:***

▪ Ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyatın tədrisi prosesində ədəd anlayışının elmin məntiqinə uyğun didaktik əsaslarla genişləndirilməsi, natural, tam, kəsr, rasional, irrasional, həqiqi ədədlər, kompleks ədədlər sisteminin mənimsədilməsi üzrə informasiyaya və təcrübəyə;

▪ Kompleks ədədlər istisna olmaqla ədədlər sistemi içərisində həqiqi ədəd anlayışının daha geniş olması, həqiqi ədədlər sisteminin bütün rasional və irrasional, rasional ədədlər isə öz növbəsində sıfır da daxil olmaqla bütün müsbət, mənfi, tam və kəsr ədədləri əhatə etməsi barədə əsaslandırılmış informasiyaya;

▪ Rasional ədədlərə nisbətən həqiqi ədədlər sisteminin daha geniş olması və bu genişlənmənin irrasional ədədlər anlayışının daxil edilməsi nəticəsində əmələ gəlməsi, bunun ortaq ölçülü və ortaq ölçüsüz parçaların öyrənilməsi ilə bağlılığı barədə arqumentləşdirilmiş biliklərə;

▪ Ədəd anlayışının inkişafı, həyati məsələlərin həlli və riyaziyyatın öz daxili məntiqi tələbatının nəticəsi olaraq baş verən dialektik proses kimi dərk edilməsinə əsas yaradan hazırlığa; burada hər bir sonrakı inkişaf mərhələsi əvvəlkini rədd etmir, onu öz daxilinə almaqla daha geniş, daha ümumi anlayış olmasının arqumentləşdirilməsi təcrübəsinə;

▪ Kompleks ədədlər sistemini qurmaq üçün material olaraq, müstəvinin nöqtələri çoxluğu götürülməsi ilə bağlı informasiyaya;

▪ Toplama və vurma əməlləri $\alpha+\beta=(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d)$ və $\alpha\cdot\beta=(a,b)\cdot(c,d)=(ac-bd,cd+bc)$ aksiomları ilə təyin edilən və hər biri müəyyən nizamla götürülmüş bir cüt həqiqi ədədlə göstərilən $(a,b)$ kimi ədədlər sisteminə kompleks ədədlər sistemi baxılması üzrə elmi əsaslı yanaşmaya; burada təyin olunmuş toplama və vurma əməli komutativlik (yerdəyişmə), assosiativlik (qruplaşdırma) və distributivlik (paylama) xassələrinə malik olması faktına;

▪ M çoxluğunun müəyyən nizamla götürülmüş hər hansı iki $a\ və\ b$ elementinə, birqiymətli olmaqla həmin çoxluğun üçüncü bir $c$ elementi müəyyən bir qanun və ya qayda ilə qarşı qoyula bildiyi halda M çoxluğunda cəbri əməlin (yaxud “kompozisiya”nın) təyin olunması üzrə informasiyaya; cəbri əməlin mahiyyətində verilən çoxluğun elementlərinin müxtəlif təbiətli olmaları, ədədlər üzərindəki məlum əməllərin bütün xüsusi halları əhatə etməsi, qarşıqoyma qanunun( və ya qaydasını) zəruri şəkildə yer alması və bu qarşıqoyma qaydasının birqiymətliliyi, yəni M çoxluğunun iki $a\ və\ b$ elementinə həmin çoxluğun yeganə bir $c$ elementi qarşı qoyulması, nəzərdə tutulan əməli M çoxluğunun ixtiyari iki elementi üzərində aparmağın mümkünlüyü, bu əməl nəticəsində alınan üçüncü yeganə elementin hökmən M çoxluğuna daxil olmasının vacibliyi, əməlin nəticəsi üzərində əməlin aparıldığı $a\ və\ b$ elementlərinin hansı nizamla götürülməsindən asılılığı barədə biliklərə;

▪ Riyaziyyatın bu və ya digər sahəsində öyrənilən abstrakt riyazi strukturların hər birinin özünəməxsus aksiomlar sisteminə malik olması ilə bağlı biliklərə;

▪ İsbatsız qəbul edilmiş bütün təkliflər və tərifsiz anlayışlar birlikdə aksiomlar sistemini əmələ gətirməsi faktına;

▪ Hər hansı riyazi nəzəriyyənin ciddi məntiqi şəkildə qurulmasına yanaşılma strukturuna;

▪ Riyazi nəzəriyyənin qurulmasının aksiomatik metoduna;

▪ Hər bir riyazi nəzəriyyənin əsasını təşkil edən aksiomlara verilən aşağıda özünə yer alan tələblərə:1) aksiomların ziddiyyətsizliyi (birgəliyi); 2 )aksiomların asılı olmaması; 3) aksiomlar sisteminin tamlığı.

▪ Qrup ilə bağlı aşağıdakı məzmunlu informasiyaya: qrup elə cəbri struktur ki, burada ancaq bir cəbri əməl-ya vurma, yaxud da toplama əməli təyin edilir.

▪ Qrupun vahid elementinin, qrupda hər bir elementin tərsinin yeganəliyi, qrupda onun $a,b,x$ elementləri üçün $ax=b$ tənliyinin (yaxud $ay=b, y\epsilon G$)həllinin varlığı və bu həllin yeganəliyi barədə təsdiqini tapan mülahizələrə;

▪ Toplama və vurma cəbri əməllərinin təyin edildiyi $H$ çoxluğunda aşağıdakı şərtlər (aksiomlar) ödənilərsə, həmin çoxluğun halqa olması anlayışına:1) toplama əməli kommutativlik xassəsinə malikdir:$a+b=b+a$; 2 ) toplama və vurma əməlləri assosiativlik qanununa tabedir: $a+(b+c)=(a+b)+c,\ a(bc)=(ab)c$; 3) toplama əməlinin tərsi(çıxma əməli) var, yəni çoxluğun iki ixtiyari $a\ və\ b, a\in H, b\in H$ elementləri üçün bu çoxluqda $a+x=b$ tənliyinin həlli həmişə mümkündür; 4)toplama və vurma əməlləri distributivlik xassəsi ilə bir-birinə bağlıdır: $a(b+c)=ab+ac;\ (b+c)a=ba+ca;$

▪ Kommutativ P halqasında sıfırdan fərqli heç olmazsa bir element varsa və $a\epsilon P, b\epsilon P, a\neq 0$ olduqda $ax=b$ tənliyinin yeganə həlli olarsa, belə halqaya meydan deyilməsi ilə bağlı tərifə; kommutativ halqanın bütün aksiomları P meydanı üçün də öz gücündə qalması və burada əlavə olaraq bölmə( bölən sıfırdan fərqli olduqda) cəbri əməlinin də təyin edilməsi, elementlərinin sonlu və sonsuz sayda olmasından asılı olaraq sonlu və sonsuz meydan anlayışlarının yaranması faktına;

▪ Hər bir P meydanının vahid elementin varlığı və yeganəliyi, meydanın hər bir sıfırdan fərqli elementinin tərsi varlığı və yeganəliyi, istənilən müsbət tam $n$ ədədi və P meydanının hər hansı $a$ elementi üçün:$(a^{-1})^n = (a^n)^{-1}$ bərabərliyinin, $n$ və $m$ −in sıfır və tam(həm müsbət, həm də mənfi) qiymətlərində:$a^m a^n = a^{m+n}$,

▪ Çoxluqlar və münasibətlərlə bağlı zəruri informasiyaya;

▪ Eynigüclü olmayan çoxluqları xarakterizə edən natural ədədlərə bərabər olmayan natural ədədlər olması qənaətinə, yəni A və B eynigüclü deyilsə və $A \to a, B \to b$ isə onda $a \neq b$ yəni $a > b$ və ya $a < b$ olar münasibəti ilə bağlı düşüncəyə;.

▪ Nəzəri hesabın aksiomatikasında əsas anlayışların aşağıdakılar olması ilə bağlı informasiyaya: 1) Əsas obyektlər- natural ədəd, vahid; 2) Natural ədədlər arasındakı münasibət- bilavasitə sonra(əvvəl) gəlir.

▪ Peano aksiomlarını ödəyən natural ədədlərin nizami çoxluğuna natural ədədlər ardıcıllığı və ya qısa olaraq natural ardıcıllıq deyilməsi məzmunlu tərifə;

▪ Hər bir boş çoxluğu xarakterizə edən ədədə sıfır ədədi deyilməsi faktına;

▪ ■ $M = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$.Bu çoxluğa genişlənmiş natural ardıcıllıq və ya mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğu adlandırılması ilə bağlı informasiyaya;

▪ Natural ədədlər üçün doğru olan Peano aksiomları mənfi olmayan tam ədədlər hesabının da əsasını təşkil etməsi ilə bağlı informasiyaya;

▪ Mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğu aşağıdakı xassələrə malik olmasına: 1)Nizami çoxluqdur; 2)Sonsuz çoxluqdur; 3)Diskret çoxluqdur;

▪ Qalıqlı bölmə anlayışına;

▪ ■ $a : b$ münasibəti $(b \neq 0)$ aşağıdakı xassələrinə: 1) Reflekslik xassəsi; 2) Antisimmetriklik xassəsi; 3) Tranzitivlik xassəsi.

▪ Bölünmə əlamətlərinin növlərinin mövcudluğuna;

▪ .Rasional ədəd anlayışına;

▪ Mənfi olmayan rasional ədədlər çoxluğundan götürülmüş ixtiyari ədədin ölçülə bilən müəyyən bir parçanın uzunluğunu ifadə etməsi mülahizəsinə;

▪ İrrasional ədədin tərifinə;

▪ Rasional ədədlə irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili, qisməti irrasional ədəd olması mülahizəsinə;

▪ İki irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili və qisməti həm rasional, həm də irrasional ədəd olması mülahizəsinə;

▪ Mənfi olmayan həqiqi ədədlər çoxluğunun xassələrinə;

▪ Həqiqi ədədlər çoxluğu anlayışına və onun xassələrinə;

▪ Kompleks ədədlər sisteminin qurulması aksiomatik metoduna.

**Problemin elmi yeniliyi.** “Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları” fənninin tədrisinin metodik sisteminin hazırlanmasında ilkin addım kim dəyərləndirilən “fənnin tədrisində gözlənilən nəticələr” müəyyən olunmuşdur.

**Problemin praktik əhəmiyyəti.** “Orta məktəbdə ədədi sistemlərin əsasları” fənninin tədrisini həyata keçirən praktik pedaqoq nəticəyönlü fəaliyyətini planlaşdırarkən tədqiqat işində təqdim olunan nəticə tərkiblərindən faydalana bilər.

**Ədəbiyyat:**

1. Əkbərov M.S. Ali cəbr: Ali məktəblər üçün dərs vəsaiti. Bakı: Maarif, 1976, 359 s.

2. İbrahimov F.N. Orta ümumtəhsil məktəblərində riyazi təhsilin fəlsəfəsi, didaktikası, həyatakeçirilmə texnologiyası: Dərs vəsaiti. Bakı: Mütərcim, 2018, 480 s.

3. İbrahimov F.N. Ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyatın tədrisi metodikasından mühazirələr: Dərs vəsaiti Bakı: Mütərcim, 2019, 137 s.

4. Sadıqov N.A. Riyaziyyat. II hissə. Bakı: APİ nəşriyyatı, 1975, 300 s.

**E-mail:** firedun ibrahimov@ gmail. com,
Konulsuleymanova291@gmail.com

**Rəyçilər:** *riy.ü.elm.dok.,dos*. **R.A. Rasulov**
*riy.ü.fəls.dok.* **A.B. İmanova**

**Redaksiyaya daxil olub:**10.03.2021