

Ü. H. AĞAYEVA, f. r. e. n.

Heydər Əliyev adına Azərbaycan Ali Hərbi Məktəbi  
E-mail: huzf17@gmail.com

**RƏQSİN GÜCLƏNMƏ ƏMSALININ ZƏİF DƏYİŞƏNLİ AMPLİTUDLAR  
METODU İLƏ ARAŞDIRILMASI**

Məqalədə ideal elastiki layda seysmik rəqslərin ötürülməsinə özlü layın təsiri və elastik layın gərginlik deformasiya vəziyyəti və özlü lay qatı altında yerləşən elastik layda seysmik dalğaların trasformasiyası zamanı güclənmə əmsalı araşdırılmışdır.

**Açar sözlər:** seysmik rəqslər, rəqsin güclənmə əmsalı.

Parametrləri özündə saxlayan diferensial tənliklər üçün təqribi həllin tapılmasının ən geniş yayılmış üsulu zəif dəyişənli amplitudlar metodudur. Bu üsulun mahiyyəti diferensial tənliyin və ya diferensial tənliklər sisteminin təqribi həllinin hər hansı sıranın kiçik parametrlərinə görə qismən cəmləri şəklində axtarılmasından ibarətdir. Bu sıranın bütün hədlərini müəyyən etmək vacib deyil. Praktikiada sıranın 2-3 həddini tapmaq, amma sonra  $\varepsilon$  parametrlərinin kiçikliyindən istifadə edərək, tapılmış hədlərin cəminin ilkin tənliyin dəqiq həllindən az fərqləndiyini isbat etmək kifayətdir [1]. Xətti elastik mühitlər üçün  $u$ , yerdəyişmələr arasındakı əlaqə Hük qanununun köməyi ilə bir-birindən asılı olmayan iki tənlik ilə təyin olunur [2,3]:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right), \quad \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

Burada

$$c = c_p = \sqrt{\frac{E}{2\rho_s(1+\nu)}}, \quad c = c_s = \sqrt{\frac{E}{\rho_s(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

$\rho_s$  – elastik layın sıxlığı,  $E$  – Yunq modulu və  $\nu$  – Puasson əmsalıdır.

Məsələnin həllini zəif dəyişənli amplitudlar metodu ilə araşdıraraq. Yerdəyişməni kiçik parametrlə görə ayrılışını yazaraq:

$$u(x,t) = u_0(x) + \varepsilon u_1(x,t) + \varepsilon^2 u_2(x,t) + \varepsilon^3 u_3(x,t) + \dots \quad (2)$$

$$u(z,t) = u_0(z) + \varepsilon u_1(z,t) + \varepsilon^2 u_2(z,t) + \varepsilon^3 u_3(z,t) + \dots$$

(2) ayrılışlarını (1) tənliyində nəzərə alaraq

$$\begin{aligned} \varepsilon u_{1tt} + \varepsilon^2 u_{2tt} + \varepsilon^3 u_{3tt} + \dots &= c^2 (u_{0xx} + \varepsilon u_{1xx} + \varepsilon^2 u_{2xx} + \varepsilon^3 u_{3xx} + \dots) \\ \varepsilon u_{1tt} + \varepsilon^2 u_{2tt} + \varepsilon^3 u_{3tt} + \dots &= c^2 (u_{0zz} + \varepsilon u_{1zz} + \varepsilon^2 u_{2zz} + \varepsilon^3 u_{3zz} + \dots) \end{aligned} \quad (3)$$

Elastik qatdan nazik özlü laya düşən harmonik dalğanın yayılma prosesinə baxaraq.  $x$  oxu boyunca  $\omega$  tezliklə yayılan harmonik dalğa şəklində axtarıyıq:

$$u_x = \text{Re } u_1(z) e^{i(kx - \omega t)}, \quad u_z = \text{Re } u_2(z) e^{i(kx - \omega t)}, \quad -h \leq z \leq 0. \quad (4)$$

(3) tənliyinə əsasən birinci yaxınlaşmada  $u_x$  və  $u_z$  yerdəyişmələri üçün yazılmış (4)

münasibətləri yerinə qoyaraq,  $u_1(z)$  və  $u_2(z)$  funksiyalarını tapırıq:

$$-c^2 u_1''(z) + (c^2 k^2 - \omega^2) u_1(z) = 0, \quad -c^2 u_2''(z) + (c^2 k^2 - \omega^2) u_2(z) = 0$$

$$u_1(z) = e^{kz}, \quad u_2(z) = e^{-kz}$$

$$\lambda^2 = \left( k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) = \phi^2, \quad \phi = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}$$

$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} > 0$  olduqda,  $u_1(z)$  və  $u_2(z)$  funksiyalarını tapırıq [1]:

$$u_1(z) = M_1 e^{kz} + M_2 e^{-kz}, \quad u_2(z) = M_3 e^{kz} + M_4 e^{-kz}. \quad (5)$$

$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} < 0$  olduqda periodik funksiya gətirir, yəni cisim boyu itməyən dalğa alırıq.

$u_1(z), u_2(z)$  aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\begin{aligned} u_1(z) &= (M_1 + M_2) \cos \phi z + i(M_1 - M_2) \sin \phi z, \\ u_2(z) &= (M_3 + M_4) \cos \phi z + i(M_3 - M_4) \sin \phi z. \end{aligned} \quad (6)$$

İndi isə  $k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} > 0$  və  $k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} < 0$  halları üçün  $u_x, u_z$  həllərini araşdıraraq.

$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} > 0$  halı. Sərhəd şərtini aşağıdakı şəkildə verək:

$$u_z(t, x) = u_0 e^{i(kx - \omega t)}, \quad u_x = 0, \quad z = -h. \quad (7)$$

(7) sərhəd şərtlərini nəzərə alaraq, (5) ifadələrini (4)-də yerinə yazaraq:

$$M_1 = -M_2 e^{2\phi h}, \quad M_3 = -M_4 e^{2\phi h} + u_0 e^{\phi h}. \quad (8)$$

Onda elastik fundamentalda yerdəyişmələrin analitik ifadələri belə olar:

$$u_x = \text{Re } M_2 (e^{-kz} - e^{kz+2\phi h}) e^{i(kx - \omega t)}, \quad (9)$$

$$u_z = \text{Re } [M_4 (e^{-kz} - e^{kz+2\phi h}) + u_0 e^{\phi h + kz}] e^{i(kx - \omega t)}$$

Bu ifadələri xətti elastik mühitlər üçün  $\Gamma_y$  gərginliklər və  $u$ , yerdəyişmələr arasındakı əlaqəni təyin edən Hük qanununda nəzərə alıb, elastik layda gərginlikləri təyin edirik:

$$\Gamma_{xx} = \text{Re} \left\{ \lambda \left[ ik(M_2(e^{-kz} - e^{kz+2\phi h})) - \phi M_4(e^{-kz} - e^{kz+2\phi h}) + u_0 \phi e^{\phi h + kz} \right] + 2GikM_2(e^{-kz} - e^{kz+2\phi h}) \right\} e^{i(kx - \omega t)},$$

$$\Gamma_{xz} = \text{Re} \left\{ -G \left[ M_2 \phi (e^{-kz} + e^{kz+2\phi h}) - ik(M_4(e^{-kz} - e^{kz+2\phi h}) - u_0 e^{\phi h + kz}) \right] \right\} e^{i(kx - \omega t)},$$

$$\Gamma_{zz} = \text{Re} \left\{ \lambda \left[ ik(M_2(e^{-kz} - e^{kz+2\phi h})) - \phi M_4(e^{-kz} + e^{kz+2\phi h}) + u_0 \phi e^{\phi h + kz} \right] + 2G\phi(M_4(e^{-kz} + e^{kz+2\phi h}) + u_0 \phi e^{\phi h + kz}) \right\} e^{i(kx - \omega t)}.$$

Bu ifadələrdə bəzi qruplaşdırmalar apararaq:

$$\Gamma_{xx} = \text{Re} \left\{ ikM_2(e^{-kz} - e^{kz+2\phi h})(\lambda + 2G) - \lambda \phi \left[ M_4(e^{-kz} + e^{kz+2\phi h}) - u_0 \phi e^{\phi h + kz} \right] \right\} e^{i(kx - \omega t)},$$

$$\Gamma_{xz} = \text{Re} \left\{ -G \left[ -M_2 \phi (e^{-kz} + e^{kz+2\phi h}) + ik(M_4(e^{-kz} - e^{kz+2\phi h}) + u_0 e^{\phi h + kz}) \right] \right\} e^{i(kx - \omega t)}, \quad (10)$$

$$\Gamma_{zz} = \text{Re} \left\{ ik\lambda M_2(e^{-kz} - e^{kz+2\phi h}) - \phi(M_4(e^{-kz} + e^{kz+2\phi h}) - u_0 \phi e^{\phi h + kz})(\lambda + 2G) \right\} e^{i(kx - \omega t)}.$$

Maye və elastik lay arasındakı sərhəddə sürət və gərginliyin kəsilməzlik şərtləri aşağıdakı şəkildədir:

$$\sigma'_{zz} = \Gamma_{zz}, \quad \sigma'_{xz} = \Gamma_{xz}, \quad z = 0, \quad (11)$$

$$g'_x = \frac{\partial u_x}{\partial t}, \quad g'_z = \frac{\partial u_z}{\partial t}, \quad z = 0.$$

(11) kinematik şərtindən istifadə edərək  $A$  və  $B$ -ni əvəz edək:

$$A = -i\omega(1 - e^{2\theta h})M_2, \quad B = -i\omega(1 - e^{2\theta h})M_4 - i\omega u_0 e^{\theta h}. \quad (12)$$

(4) şəklində axtarılan  $u_x, u_z$  funksiyalarını,  $\Gamma_{xx}, \Gamma_{xz}, \Gamma_{zz}$  gərginliklər üçün aldığımız (10) ifadələrini nəzərə alsaq, onlar aşağıdakı şəkllə düşər:

$$\begin{aligned} -ikDH - 2\mu k^2 AH + G\phi M_2(1 + e^{2\theta h}) - ikG[M_4(1 - e^{2\theta h}) + u_0 e^{\theta h}] &= -\rho_f i \omega AH, \\ -\mu B k^2 H - kM_2(1 - e^{2\theta h})(\omega\mu + i\lambda) + \phi(\lambda + 2G)[M_4(1 + e^{2\theta h}) - u_0 e^{\theta h}] &= -\rho_f i \omega BH, \quad (13) \\ ikAH + i\omega M_4(1 - e^{2\theta h}) + i\omega u_0 e^{\theta h} &= 0. \end{aligned}$$

Alınmış (12) - (13) qapalı xətti cəbri tənliklər sistemindən  $A, B, M_2, M_4, D$  integral sabitləri təyin olunur:

$$A = u_0 e^{\theta h} A_4, \quad B = u_0 e^{\theta h} ikHA_4, \quad M_2 = \frac{i u_0 e^{\theta h}}{\omega(1 - e^{2\theta h})} A_4, \quad (14)$$

$$M_4 = \frac{u_0 e^{\theta h}}{1 - e^{2\theta h}} \left( \frac{kH}{\omega} A_4 + 1 \right), \quad D = \left( 2\mu ki + \frac{1 + e^{2\theta h}}{1 - e^{2\theta h}} \frac{G\phi}{H\omega k} + \frac{kG}{\omega} + \frac{\rho_f \omega}{k} \right) u_0 e^{\theta h} A_4.$$

Burada

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{k}{\omega} \left( \lambda - \frac{\phi H(\lambda + 2G)(1 + e^{2\theta h})}{(1 - e^{2\theta h})} - \rho_f \omega^2 H^2 \right), \quad A_2 = \mu k(1 + k^2 H^2), \\ A_3 &= \frac{2\phi(\lambda + 2G)}{(1 - e^{2\theta h})}, \quad A_4 = \frac{A_3}{A_1^2 + A_2^2} (A_1 + iA_2). \end{aligned}$$

Əgər  $M_2$  və  $M_4$  üçün aldığımız ifadələri (8) formullarında nəzərə alsaq və  $\dot{z} = 0$  götürsək, onda elastik və özlü layın kontaktında yerdəyişmələri tapırıq:

$$u_x = \frac{A_3 u_0 e^{\theta h}}{\omega(A_1^2 + A_2^2)} (-A_2 + iA_1) e^{i(kx - \omega t)}, \quad u_z = -\frac{A_3 k h u_0 e^{\theta h}}{\omega(A_1^2 + A_2^2)} (A_1 + iA_2) e^{i(kx - \omega t)}. \quad (15)$$

Bu kəmiyyətlərin modulları arasında olan əlaqədən rəqsin güclənmə əmsalını təyin etmək olur. Rəqsin güclənmə əmsalı layın alt və üst qatlarında yaranan rəqslərin nisbəti ilə təyin olunur [2].

## NƏTİCƏ

Xətti elastik layda seysmik rəqslərin ötürülməsinə özlü layın təsiri və elastik layın gərginlikli deformasiya vəziyyəti təsir edir. Məsələnin həllini zəif dəyişənli amplitudlar metodu ilə araşdırmaqla ideal elastik layda seysmik rəqslərin yayılması tədqiqi mümkündür.

## ƏDƏBİYYAT

- 1.Сретенский, Л.Н. Теория волновых движений жидкости / Л.Н.Сретенский. - Москва: Наука, - 1977. - 816 с.
2. Ağayeva, Ü.H. Seysmik dalğaların transformasiyası zamanı rəqsin güclənmə əmsalının hesablanması // - Bakı: H.Əliyev adına AANM Elmi Əsərlər Məcmuəsi, - 2013. №2(21). - s.51-56.
- 3.Амензаде, Ю.А. Теория упругости / Ю.А.Амензаде. - Москва: Высшая школа, - 1976. - 272 с.
- 4.Агаева, У.Г., Гасанов, А.Г. Влияние вязкого слоя на трансформации сейсмических волн многослойных средах. Каталог «Сейсмопрогнос-х наблюд-й на тер-рии Аз-на в 1999 г». / У.Г.Агаева, А.Г.Гасанов - Баку: ЭЛМ, - 2000. - с.78-87.

## SUMMARY

U. H. AGAYEVA, candidate of physics and maths sciences  
Azerbaijan Higher Military School named after Heydar Aliyev  
E-mail: huzf17@gmail.com

## WEAK VARIOUS AMPLITUDES OF DANCE INCREASE INVESTIGATION BY METHOD

The article examines the effect of the viscous layer on the transmission of seismic oscillations in the ideal elastic layer and the stress-strain state of the elastic layer and the coefficient of strengthening during the transformation of seismic waves in the elastic layer under the viscous layer.

**Key words:** seismic oscillations, vibration gain.

## РЕЗЮМЕ

АГАЕВА У.Х., к. ф. м. н.

Азербайджанское высшее военное училище имени Гейдара Алиева  
Электронное письмо: huzf17@gmail.com

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УПРОЧНЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ МЕТОДОМ СЛАБО ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ АМПЛИТУД

В статье исследуется влияние вязкого слоя на передачу сейсмических колебаний в идеальном упругом слое и напряженно-деформированное состояние упругого слоя и коэффициент упрочнения при трансформации сейсмических волн в упругом слое под вязким слоем.

**Ключевые слова:** сейсмические колебания, усиление вибрации.

Məqalə redaksiyaya daxil olmuşdur: 16.02.21