

<sup>1</sup>M. Z. ƏLƏKBƏROV, <sup>2</sup>R. H. ƏLİYEV, <sup>3</sup>R. B. ƏLƏKBƏROV

<sup>1</sup>Azərbaycan Texniki Universiteti,  
<sup>2</sup>Heydər Əliyev adına Azərbaycan Ali Hərbi Məktəbi,  
<sup>3</sup>Azərbaycan Qrdusunun Təsili və Təlim Mərkəzi  
E-mail: [mursal.alakbarov@mail.ru](mailto:mursal.alakbarov@mail.ru)

## SİLİNDRİK DIŞLƏRİN EVOLVENT PROFİLLƏRİNİ SURƏTKÖÇÜRMƏ İLƏ PARDAQLADIQDA FAKTİKİ KƏSMƏ DƏRİNLİYİNİN RİYAZİ MODELİ

Məqalədə dişli çarxların evolvent profili dişlərini surətköçürmə ilə paradaqlama zamanı kəsmə dərinliyinin dəyişmə mexanizmi və əməliyyatın texnoloji imkanlarından istifadə etməklə, faktiki kəsmə dərinliyinin evolvent profili boyunca dəyişməsinin riyazi modeli araşdırılmışdır.

**Açar sözlər:** paradaqlama, kəsmə dərinliyi, yol, keyfiyyət, riyazi modul.

Emal edilən səthin keyfiyyət və dəqiqlik göstəricilərinin bütün səth üzrə stabilliyi, onun bütün sahəsində kəsmə rejimi elementlərinin və kəsmə parametrlərinin stabilliyi ilə təmin edilməsi qəbul olunur [1-4].

Məlumdur ki, dişli çarxların evolvent profilli dişlərini surətköçürmə ilə paradaqladıqda kəsmə dərinliyi evolvent profili boyunca dəyişən qiymətlər alır [5-6]. Təqdim olunan kəsmə dərinliyinin riyazi modeli kifayət qədər mürəkkəbdir və praktik tətbiqi çətindir [4]. Odur ki, kəsmə dərinliyinin dəyişməsi qanunauyğunluğu və onun riyazi modeli öz aktuallığını saxlamaqdadır.

Digər tərəfdən, aparılan ilkin araşdırmalar göstərir ki, surətköçürmə ilə paradaqlama zamanı dişlərin işçi səthlərinin formalaşmasına təsir edən bir sıra texnoloji amillərin təsirindən səthin müxtəlif sahələrində fərqli qiymətlər yaranır. Nəticədə dişlərdə paradaqlama ilə formalaşdırılmış işçi səthin keyfiyyət və dəqiqlik göstəriciləri sahələr üzrə fərqli alınır.

Bu məsələyə aydınlıq gətirmək üçün paradaq dairəsinin oxuna perpendikulyar simmetriya müstəvisindən ( $OO_1$ ) bir tərəfdə yerləşən "şaquli" vəziyyətdəki, iki qonşu dişin simmetriya müstəvisinin dişli çarxın şaquli simmetriya müstəvisi ( $OO_1$ ) ilə üst-üstə düşdüyü vəziyyətdə kəsmə sahəsində yerləşdirilmiş dişin paradaqlanması sxemini nəzərdən keçirək (şəkil 1).

Paradaqlama zamanı səthin formalaşmasına təsir edən amilləri üç qrupa bözlürlər (şəkil 1):

1. Kəsmə rejimi elementlərinin dəyişkənliyi: kəsmə dərinliyi ( $t_1 \neq t_2 \neq t_i$ ) və kəsmə sürətinin dəyişməsi;

2. Kəsmə sxemi elementinin dəyişməsi: alət-pəstah təmas sahəsi dişin uzununu boyunca dəyişir, evolvent profil boyunca alətin hər bir abraziv dənəsinin kəsmə yolu biri-birindən fərqlənir ( $l_{01} \neq l_{03} \neq l_1 \neq l_2 \neq l_{0i}$ ), işçi gedişin sonunda-dişin uc hissəsində abraziv dənə-pəstah təmas uzunluğu-kəsmə yolu həm evolvent profil boyunca və həm də dişin ucu istiqamətində azalır;

3. Kəsmə sahəsində səthə təsir edən asılı olmayan-ilkin parametrlərin təsirindən yaranan amillər. Qeyd olunan giriş parametrlərinin dəyişənliyi səthdə gedən fiziki-mexaniki proseslərin fərqlənməsinə səbəb olur. Bu proseslər də öz növbəsində iki qrupa bözlünür:

- səthin müxtəlif sahələrində təzyiq qüvvələrinin dəyişməsi ( $P_1 \neq P_2 \neq P_3 \neq P_4$ , şəkil 1);

- abraziv-dənə ilə pəstahın, təmas uzunluğunun dişin uzunluğu boyunca dəyişməsi, səthdə yaranan temperatur rejiminin-temperatur qradientinin ( $\tau_1; \tau_2$ ) dəyişməsi.

Beləliklə, abraziv dənələrin ölçüsündən (sıxlığından) asılı olaraq paradaqlanan səthin müxtəlif sahələrində hər hansı kəsmə müstəvisində kəsmədə iştirak edən abraziv dənələrin sayı müxtəlif olur.



Şəkil 1. Dişlərin sürətköçürmə ilə pardaqlanmasında səthə təsir edən dəyişən amillərin sxemi

Başqa sözlə, səthin ayrı-ayrı sahələrində təzyiç qüvvələri də fərqli olur ( $P_1 \neq P_2 \neq P_3 \neq P_4$ ). Pardaqlanan səthdə baş verən fiziki-mexaniki proseslər, elastiki-plastiki deformasiyalar göstərilən amillərdən asılı olaraq dəyişir. Pardaqlanmış səthin keyfiyyət və dəqiqlik göstəricilərinin fərqli olma ehtimalı yaranır.

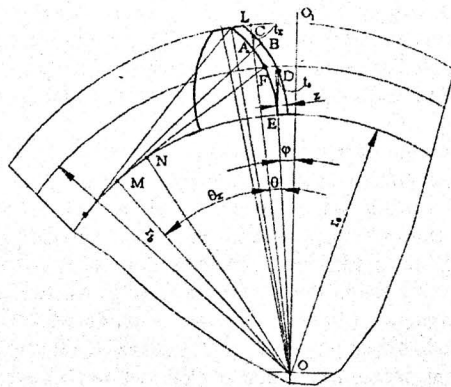
Faktiki kəsmə dərinliyinin (veriş istiqamətində emal payının) evolvent profili üzrə dəyişmə qanunauyğunluğunun riyazi modelini çıxarmaq üçün, evolvent profilin pardaqlanan cari A nöqtəsində faktiki kəsmə dərinliyi  $CA=t_x$  ilə profilin normal istiqamətdə nəzərdə tutulmuş emal payı  $AB=Z$  arasındakı funksional əlaqəni nəzərdən keçirək (şəkil 2).

Tutaq ki, evolvent profilin əsas çevrəsinin radiusu  $r_0$ , A nöqtəsində evolventin ayrılık radiusu isə  $AM$ -dir. Evolvent profilin başlanğıcı E nöqtəsinin abraziv dairənin simmetriya müstəvisindən ( $OO_1$ ) dönmə bucağını, yəni əsas çevrə üzrə dişlərarası çökəkliyin yarısına uyğun bucağı  $\varphi$ -ilə işarə edək, onda bucaq  $O_1OE = \varphi$  olar. Bu halda profilin A nöqtəsində evolventin polyar bucağı  $EOA = \theta$  onun radius vektoruna uyğun bucaq isə  $\theta_x$  olar, bucaq  $AOM = 0_x$ .

Həndəsi qurmadan və evolventin xassəsindən:  $BM \perp MO$ ;  $AC \parallel OO_1$ ;  $CB \perp AB$ . Onda  $\triangle BAC$ -dən:

$$AB / AC = \cos(\angle BAC) \quad (1)$$

Burada  $AC \approx t_x$  qəbul edilir və (1) ifadəsindən



Şəkil 2. Dişlərin sürətköçürmə ilə pardaqlanmasında faktiki kəsmə dərinliyinin formalaşması sxemi

$$t_x = \frac{AB}{\cos(\angle BAC)} = \frac{Z}{\cos(\angle BAC)} \quad (2)$$

Sıxımdən:

$$\angle BAC = \angle BAL - \angle CAL \quad (3)$$

$\angle BAL = \angle DAM$  qarşılıqlı bucaqlar olduğundan,

$$\angle BAC = \angle DAM - \angle CAL \quad (4)$$

$\triangle OAM$ -dən:

$$\angle DAM = 180^\circ - 90^\circ - \theta_x = 90^\circ - \theta_x \quad (5)$$

$$\text{Onda, } \angle CAL = \angle O_1OL = \angle O_1OE + \angle EOL = \varphi + \theta \quad (6)$$

$$\text{Deməli, } \angle BAC = 90^\circ - \theta_x - \varphi - \theta \quad (7)$$

Sonuncu ifadəni (2) ifadəsində nəzərə alsaq:

$$t_x = \frac{Z}{\cos(90^\circ - \theta_x - \varphi - \theta)} \quad (8)$$

Evolventin xassəsinə əsasən

$$\theta_x = \operatorname{inv} \theta = \tan \theta - \theta \quad (9)$$

Beləliklə, (9) ifadəsini (8)-də nəzərə alsaq

$$t_x = \frac{Z}{\cos(90^\circ - \tan \theta - \varphi - 2\theta)} \quad (10)$$

alınar. Burada  $\theta \geq 0$  olub, onun ən böyük qiyməti  $\theta_{\max}$  dişin hündürlüyü ilə məhdudlaşır,  $0 \leq \theta \leq \theta_{\max}$ .

Sonuncu ifadə faktiki kəsmə dərinliyinin (veriş istiqamətində emal payın)  $t$  profilə normal istiqamətdə verilən emal payından  $Z$  və evolvent profilin radius vektorundan  $\theta$  asılılığının riyazi modelidir,  $t_x = f(Z, \theta)$ .

Qeyd etmək lazımdır ki, kəsmə dərinliyinin riyazi modeli çıxarırlarkən  $AC \approx t_x$  qəbul edilmişdir. Əslində  $AB=Z=0,3+0,6$  mm çox kiçik olduğundan  $\Delta t$  xətası, əsasən böyük qiymət almır. Lakin, evolvent profilin başlanğıcında (E nöqtəsi,  $\theta=0$ ) və onun ətrafında  $\Delta t \gg \max$  olur. Profilin bu hissəsi isə əksər hallarda pardaqlanmır. O cümlədən, tədqiqat obyektini kimi qəbul edilmiş, polad 12XH3A materialından hazırlanan dişli çarxın  $m=5$  mm;  $z=34$ ,  $b=25$  mm pardaqlanması üçün (8) ifadəsi tətbiq edilir və  $t_x = f(z, \theta)$  qrafiki qurulur.

Bu dişli çarxlarda dişin dibində dərinliyi  $a=0,35$  mm olan dəyirmilik radiusu nəzərdə tutulur və bu hissədə pardaqlama nəzərdə tutulmur (şəkil 3). Cizgi üzrə, dişin aktiv profilinin aşağı nöqtəsində (F nöqtəsində, şəkil 3) ayrılık radiusu  $\rho_0=14,46=NF$  mm-dir. Odur ki, pardaqlanacaq profil evolventin müəyyən, başlanğıc dönmə bucağına  $\theta_b$  uyğun gəldiyindən, onun da (10) ifadəsində nəzərə alınması lazımdır, yəni bu halda  $\theta$  bucağının dəyişmə diapazonu  $\theta_b \leq \theta \leq \theta_{\max}$  götürülür.

Ümumi halda ayrılık radiusunu  $\rho_0$  götürsək,  $\triangle ONF$ -dən (şəkil 3):

$$\tan \theta = \frac{\rho_0}{r_0}; \quad \theta_b = \arctg \frac{\rho_0}{r_0} \quad (11)$$

Dişli çarxın cizgisinə əsasən, dişin başlıq əmsalı  $k=1$  olub, dişin pardaqlanan evolvent profili onun  $h=7,8$  mm hündürlüyünə uyğundur, yəni evolventin başlanğıc dönmə bucağı  $\theta_b$  bölgü çevrəsinin diametridən 2,8 mm dərinliyə uyğun gəlir. Bu halda:

$$t_x = \frac{Z}{\cos(90^\circ - \tan(\theta - \theta_b) - \varphi - 2(\theta - \theta_b))} \quad (12)$$

olar. (12) ifadəsini də nəzərə alsaq:

$$t_x = \frac{Z}{\cos(90^\circ - \tan(\theta - \arctg \frac{\rho_0}{r_0}) - \varphi - 2(\theta - \arctg \frac{\rho_0}{r_0}))} \quad (13)$$

Pardaqlanan dişli maili yerləşdirməklə pardaqladıqda  $t_x$ -in qiymətlərinin dəyişmə diapazonu azalır. Pardaqlama sahəsində maili yerləşdirilmiş  $n$  sayda dişli pardaqladıqda  $t_x = f(\theta, n)$  asılılığı aşağıdakı kimi alınar.

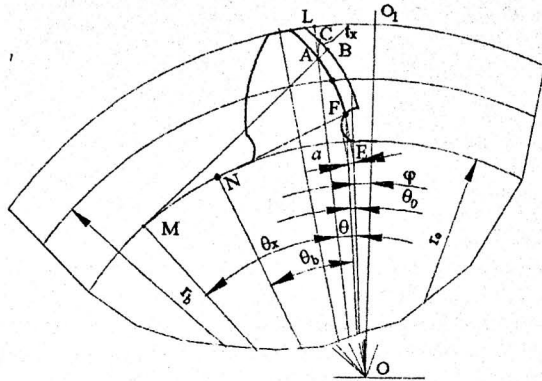
Məlumdur ki, bu halda evolvent profilin başlanğıcı E nöqtəsi dişin mailiyinə uyğun olaraq, müəyyən  $\gamma$  bucağı qədər döndür:

$$\varphi_n = \varphi + \gamma = \varphi + 360n / z \quad (14)$$

Beləliklə, (8) ifadəsi aşağıdakı şəkli alır:

$$t_x = z / \cos(90^\circ - \tan(\theta - \arctg \rho_0/r_0) (\varphi + 360n / z) - 2(\theta - \arctg \rho_0/r_0)) \quad (15)$$

Pardaqlanan dişlər emal sahəsində demək olar ki, şaquli yerləşdiyi üçün pardaqlamada kəsmə sürəti evolvent profil boyunca dəyişir. İşlənmiş abraziv dairə ilə pardaqlamada kəsmə sürətinin dəyişməsi ən böyük qiymət alır. Dişin pardağ dairəsinin fırlanma oxuna perpendikulyar istiqamətdəki hündürlüyü onun evolvent profilinin şaquli müstəviyə  $OO_1$  nəzərən dönmə bucağından asılıdır (şəkil 3). Profilin dönmə bucağı onun bölgü çevrəsi üzərindəki nöqtəsinin dönmə bucağına bərabər qəbul edilir.



Şəkil 3. Başlanğıca malik dişlərin sürətköçürmə ilə pardaqladıqda faktiki kəsmə dərinliyinin formalaşması sxemi

Dişin aktiv profilinin aşağı nöqtəsində ayrılik radiusu  $\rho_p = 14,46 = NF$  mm-dir. Evolvent profili sürətköçürmə ilə pardaqlamada dişin profili boyunca həm faktiki kəsmə dərinliyi ( $\delta$ ), həm də abraziv dənənin kəsmə sürəti dəyişir (şəkil 3). Bunun nəticəsində abraziv dənələri kəsmə trayektoriyalarını uzunluqları da dişin uzunluğu boyu evolvent profil boyunca dəyişir. Digər tərəfdən dişin uzunluğunun bir hissəsində alətin eyni en kəşik müstəvisində yerləşən bütün abraziv dənələrin kəsmə trayektoriyaları bərabər olursa da, iki sahəsində kəsən abraziv dənələrin təmas trayektoriyaları tədricən azalır.

Beləliklə abraziv dənələrin ölçüsündən (sıxlığından) asılı olaraq pardaqlanan səthin müxtəlif bölgələrində hər hansı kəsmə müstəvisində kəsmədə iştirak edən abraziv dənələrin sayı müxtəlif olur. Başqa sözlə, səthin bölgələrində ona təzyi qüvvələri fərqli olur ( $P_1 \neq P_2 \neq P_3 \neq P_4$ ). Səthdə baş verən fiziki-mexaniki proseslər, elastiki-plastiki deformasiyalar göstərilən amillərdən asılı olaraq dəyişir. Pardaqlanmış səthin keyfiyyət və dəqiqlik göstəricilərinin fərqlənən olması ehtimalı yaranır.

Abraziv dənələrin evolvent profil və dişin uzunluğu boyunca kəsmə yolunun uzunluğu kəsmə dərinliyi və evolventin polyar bucağından asılı olaraq aşağıdakı ifadədən təyin edilə bilər.

$$l_x = \sqrt{\left(0,5d_x\right)^2 - \left(0,5d_x \frac{z}{\cos(90 - \tan \theta - \varphi - 2\theta)}\right)^2} = \sqrt{\frac{z}{\cos(90 - \tan \theta - \varphi - 2\theta)} \left(0,5d_x - \frac{z}{\cos(90 - \tan \theta - \varphi - 2\theta)}\right)^2} \quad (16)$$

Burada  $d_x$  –alətin evolvent profilinin hər hansı abraziv dənəsinin yerləşdiyi diametirdir.

Dişin uzunluğunun qədər qısa, modulu isə böyük olduqca qeyd olunan parametrlərin dəyişmə diapozonu bir o qədər böyük, onların pardaqlama keyfiyyətinə təsirlər bir o qədər əhəmiyyətli olar.

**NƏTİCƏLƏR**

1. Fasonlu səthləri sürətköçürmə ilə pardaqladıqda, faktiki kəsmə dərinliyi fasonlu profil üzrə dəyişir, elementar kəsmə sahələrində gedən fiziki-mexaniki-kimyəvi proseslər də dəyişkən olur, səthdə analoji emal xətaləri yaranır, onun keyfiyyət göstəriciləri aşağı alınır, emal səmərəliliyi təmin edilmir.
2. Dişli çarxların evolvent profilli dişlərini sürətköçürmə ilə pardaqladıqda kəsmə dərinliyinin dəyişməsi mexanizmi prosese təsir edən faktorlarla xarakterizə olunur.
3. Əməliyyatın texnoloji imkanlarından istifadə etməklə, faktiki kəsmə dərinliyinin evolvent profili boyunca kəsmə yolunun uzunluğunun riyazi modeli çıxarılmışdır.

**ƏDƏBİYYAT**

1. Справочник технолога машиностроителя [в 2 томах] / Под ред. А.М. Дальского, А.Г. Косиловой [и др.] – т. 2. – Москва: Машиностроение, - 2003. - 912 и 944 с.
2. Сипайлов, В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности / В.А.Сипайлов. - Москва: Машиностроение, - 1978. - 167 с.
3. Технология производства и методы повышения качества зубчатых колес и передач / Под общ. ред В.Е. Старжинского и М.М. Кане [и др.] - СПб: Профессия, - 2007. - 832 с.
4. Расулов, Н.М., Шабиев, Э.Т. Повышение эффективности шлифования зубьев зубчатых колес методом копирования на основе управление глубину резания / Н.М. Расулов, Э.Т. Шабиев // Москва: Известия ВУЗ-ов, Машиностроения, МГТУ, имени Н. Е. Баумана, - 2017. - № 2. - с. 71-78.
5. Алекберов, М.З. Анализ условий формирования рабочих поверхностей зубьев колес при их шлифовании с копированием / М.З. Алекберов // XXXIV Международная научно-практическая конференция «Российская наука в современном мире», - Москва: в ноябре 2020, - с. 5-68.
6. Rəsulov, N.M., Ələkbərov, M.Z. Silindrik dişli çarxların dişlərinin pardaqlanması üçün emal payının təşkilçilərinin riyazi modelləri / N.M. Rəsulov, M.Z. Ələkbərov // - Bakı: Maşınşünaslıq, - 2020. İSSN 2227-6912, - № 1. - s. 47-52.

**SUMMARY**

**<sup>1</sup>M. Z. ALAKBAROV, <sup>2</sup>R. H. ALIYEV, <sup>3</sup>R. B. ALAKBAROV**

<sup>1</sup>Azerbaijan Technical University,

<sup>2</sup>Azerbaijan Higher Military School named after Heydar Aliyev,

<sup>3</sup>The Training and Education Center of the Azerbaijan Army

E-mail: [mursal.alakbarov@mail.ru](mailto:mursal.alakbarov@mail.ru)

**MATHEMATICAL MODEL OF THE ACTUAL DEPTH OF CUT WHEN POLISHING THE EVOLUTIONARY PROFILES OF CYLINDRICAL BY COPYING**

The analysis of the conditions of material removal during grinding of teeth with copying is carried out, mathematical models of the actual depth of cut and the length of the cutting path of abrasive grain, which vary along the involute profile of the tooth, are derived.

**Key words:** grinding, cutting depth, differences, way, quality, mathematical module.

**РЕЗЮМЕ**

**<sup>1</sup>АЛЕКБАРОВ М.З., <sup>2</sup>АЛИЕВА Р.Г., <sup>3</sup>АЛЕКБЕРОВ Р.Б.**

<sup>1</sup>Азербайджанский Технический Университет,

<sup>2</sup>Азербайджанское высшее военное училище имени Гейдара Алиева,

<sup>3</sup>Учебно-образовательный центр Азербайджанской армии

Электронная почта: [mursal.alakbarov@mail.ru](mailto:mursal.alakbarov@mail.ru)

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФАКТИЧЕСКОЙ ГЛУБИНЫ РЕЗАНИЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ЭВОЛВЕТНЫХ ПРОФИЛЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЬЕВ ПУТЕМ КОПИРОВАНИЯ**

Проводится анализ условия съема материала при шлифовании зубьев с копированием, выведены математические модели фактической глубины резания и длины пути резания абразивного зерна, изменяющихся по эвольвентному профилю зуба.