

## MÜHƏNDİS QURĞULARI VƏ İNŞAAT KONSTRUKSIYALARI

UOT:539.3

LƏTİFOV F.S., SADIKOV P.M., NEMƏTLİ A.İ.

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti

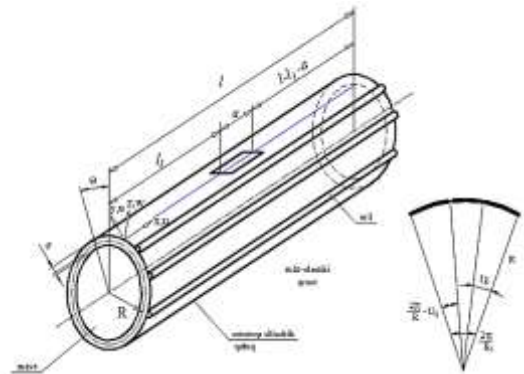
### ÖZLÜ-ELASTİKİ QRUNTLA VƏ MAYE İLƏ TƏMASDA OLAN, MİLLƏRLƏ MÖHKƏMLƏNDİRİLMİŞ, DÜZBUCAQLI FORMA KƏSİKLİ ANİZOTROP VƏ ÖZLÜ-ELASTİKİ SİLİNDRİK ÖRTÜYÜN MƏXSUSİ RƏQSLƏRİ

Nazikdivarlı konstruksiyaların və ya konstruksiya elementlərinin tikinti sahəsində, seysmik aktiv zonalarda, maşınqayırmada, ötürmə sistemlərində, yağıntı çox düşən zonalarda, bərkidilmədə geniş yayılması, onların dinamik sərtlik xarakteristikalarının öyrənilməsi və belə konstruksiyaların səmərəli variantının tapılması ilə əlaqədar məsələlər öz aktualılıqlarını hələ də saxlamaqdadır.

[1-5] işləri qrunlarla və maye ilə dinamik kontaktda olan, səthində diskret paylanmış qabırğalar yerləşdirilmiş, materialının anizotropluq və özlülük xassələri nəzərə alınan silindrik qabığın sərbəst rəqslərinin öyrənilməsinə, bunun əsasında sistemin parametrlərinin səmərəli variantının seçilməsinə, sistemin sərbəst rəqs tezliklərinə və nisbi effektivli parametrlinə qrunlu və ya mayeni təyin edən kəmiyyətlərin, qabırğaların sayının, qabığın anizotropluq və özlülük xassələrinin təsirini öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. [7] işində sonsuz ideal mayedə yerləşdirilmiş bərk mühitlə dolu olan ortotrop silindrik örtüyün qeyri-simmetrik sərbəst rəqslərinin asimptotik analizi aparılmışdır.

Tədqiq etdiyimiz sistem diskret paylanmış qabırğalarla möhkəmləndirilmiş, özlü-elastiki qrunlarla təmasda olan özlü-elastiki, düzbucaqlı formada kəsiyi olan, ortotrop materialdan təşkil olunmuş silindrik örtükdən ibarətdir. Odur ki, belə sistemin rəqslərini öyrənmək üçün qabırğalarla möhkəmləndirilmiş özlü-elastiki, ortotrop, dəşikli silindrik qabığın tam enerjisindən, qrunun və mayenin təsirindən yaranan qüvvələrin silindrik qabığın nöqtələrinin yerdəyişmələrində görülən işdən və onlara əlavə edilmiş kontakt şərtlərindən istifadə edəcəyik. Qabırğalarla möh-

kəmləndirilmiş silindrik örtük dedikdə, silindrik örtük və ona doğuranı boyunca tərpənməz bərkidilmiş millərdən ibarət sistem nəzərdə tutulur (şəkil 1). Hesab olunur ki, kəsiklər düzbucaqlı formada olub, millərin arasında yerləşir. Hesab olunur ki, maye silindrik qabığın daxilində, qrun xaricində yerləşir. Eyni zamanda, maye ideal, qrun özlü-elastiki hesab olunur.



Şəkil 1. Millərlə möhkəmləndirilmiş, düzbucaqlı formada kəsiyi olan anizotrop və özlü-elastiki silindrik örtük

Səthində diskret paylanmış qabırğalarla möhkəmləndirilmiş anizotrop silindrik örtüyün tam enerjisi aşağıdakı şəkildədir [6]:

$$J_d = \frac{1}{2} R^2 \iint_{S-S_0} (N_{11} \varepsilon_{11} + N_{22} \varepsilon_{22} + N_{12} \varepsilon_{12} - M_{11} \chi_{11} - M_{22} \chi_{22} - M_{12} \chi_{12}) \times d\xi d\theta + \rho_0 R h \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial g}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] d\xi d\theta +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k_1} \int_{x_1}^{x_2} \left[ \tilde{E}_i F_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x} \right)^2 + \tilde{E}_i J_{yi} \left( \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + \tilde{E}_i J_{zi} \left( \frac{\partial^2 g_i}{\partial x^2} \right)^2 + \tilde{G}_i J_{kpi} \left( \frac{\partial \phi_{kpi}}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \\
 & + \sum_{i=1}^{k_1} \tilde{\rho}_i F_i \int_{x_1}^{x_2} \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial g_i}{\partial t} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + \left( \frac{\partial w_i}{\partial t} \right)^2 + \frac{J_{kpi}}{F_i} \left( \frac{\partial \phi_{kpi}}{\partial t} \right)^2 \right] dx + A_{0d}
 \end{aligned} \quad (1)$$

Daxili qüvvələr və momentlərin ifadələri aşağıdakı şəkildədir:

$$\begin{aligned}
 N_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{ij} + z w_{ij}) dz; \\
 M_{ij} &= - \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{ij} + z w_{ij}) z dz; \\
 w_{11} &= b_{11} \chi_{11} + b_{12} \chi_{22}; \\
 w_{22} &= b_{12} \chi_{11} + b_{22} \chi_{22}; \\
 w_{21} &= w_{12} = b_{66} \chi_{12};
 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= b_{11} \varepsilon_{11} + b_{12} \varepsilon_{22}; \quad \sigma_{12} = b_{66} \varepsilon_{12}; \\
 \sigma_{22} &= b_{12} \varepsilon_{11} + b_{22} \varepsilon_{22}
 \end{aligned} \quad (3)$$

(2) və (3) daxil olan  $\varepsilon_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) deformasiya komponentlərini aşağıdakı şəkildə götürəcəyik:

$$\varepsilon_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{ij} + \int_{-\infty}^t \Gamma(t - \tau) \tilde{\varepsilon}_{ij}(\tau) d\tau \quad (4)$$

Burada

$$\begin{aligned}
 \tilde{\varepsilon}_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \tilde{\varepsilon}_{22} = \frac{\partial g}{\partial y} + w; \quad \tilde{\varepsilon}_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial g}{\partial x}; \\
 \chi_{11} &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \chi_{22} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \chi_{12} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
 \end{aligned} \quad (5)$$

$\Gamma(t - \tau)$  – özlülük nüvəsidir.

(2) və (3) ifadələrində  $b_{11}$ ,  $b_{22}$ ,  $b_{12}$  və  $b_{66}$  ortotrop materialdan olan silindrik qabığın əsas elastikiyyət modulları olub, koordinat xətləri istiqamətindəki Yunq modulları  $E_1$ ,  $E_2$  sürüşmədə Yunq modulu  $G$  və Puason əmsalları  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  ilə belə ifadə olunur:

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2}; \quad b_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2}; \\
 b_{12} &= \frac{\nu_2 E_1}{1 - \nu_1 \nu_2} = \frac{\nu_1 E_2}{1 - \nu_1 \nu_2}; \quad b_{66} = G_{12} = G
 \end{aligned}$$

(1) ifadəsində  $u, \vartheta, w$  – örtüyün orta səthinin nöqtələrinin yerdəyişmələri,  $u_i, \vartheta_i, w_i$  – milin nöqtələrinin yerdəyişmələri,  $R, h$  – uyğun olaraq, silindrik qabığon radiusu və qalınlığı,  $\tilde{E}_i$  – boyuna çubuqların Yunq modulu,  $F_i$  – boyuna çubuqların en kəsiklərinin sahələri,  $I_{yi}, I_{kpi}$  – boyuna çubuqların en kəsiyinin ətalət momentləri,  $\tilde{G}_i$  – boyuna çubuqların sürüşmədə Yunq modulları,  $k_1$  – boyuna çubuqların sayı,  $t$  – zaman,  $\rho_0$  – silindrik örtüyün,  $\tilde{\rho}_i$  –  $i$ -ci boyuna çubuğun materiallarının sıxlıqlarıdır.

Nəzərdə tutulur ki, silindrik örtük və çubuqlar arasında aşağıdakı sərt kontakt şərtləri ödənilir [6]:

$$\begin{aligned}
 u_i(x) &= u(x, y_i), \quad g_i(x) = g(x, y_i), \\
 w_i(x) &= w(x, y_i)
 \end{aligned} \quad (6)$$

Qəbul olunur ki, anizotrop silindrik örtük sonludur və ucları oynaqlarla bağlanmışdır. Yəni,  $\xi=0$  və  $\xi=\xi_1$  kənarlarında aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$\vartheta = w = 0; \quad T_1 = 0; \quad M_1 = 0 \quad (7)$$

Qruntun və mayenin silindrik örtüyə təsiri xarici  $q_z, q_{zz}$  qüvvələrinin örtüyün nöqtələrinin yerdəyişmələrində gördüyü iş şəklində hesablanır:

$$A_{0d} = - \iint_{S-S_*} (q_z - q_{zz}) w d\xi d\theta \quad (8)$$

Burada  $q_z$  özlü-elastiki grunt tərəfindən silindrik qabığa təsir edən normal qüvvədir və aşağıdakı kimi hesablanır:

$$q_z = kw + \int_{-\infty}^t \Gamma_*(t - \tau) w(\tau) d\tau \quad (9)$$

Burada  $\Gamma_*(t - \tau)$  – özlülük nüvəsidir.

Kəsikdə qüvvə təsir etmədiyindən onların silindrik qabığın nöqtələrinin yerdəyişmələrində gördüyü iş sıfıra bərabər olacaqdır.

(8) ifadəsini nəzərə alsaq, nəticədə kons-truksiyanın tam enerjisi üçün alırıq:

$$\begin{aligned} \Pi_d = & \frac{1}{2} R^2 \iint_{S-S_*} (N_{11} \varepsilon_{11} + N_{22} \varepsilon_{22} + \\ & + N_{12} \varepsilon_{12} - M_{11} \chi_{11} - M_{22} \chi_{22} - M_{12} \chi_{12}) \} \\ & \times d\xi d\theta + \rho_0 R h \int_0^{\xi_1} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \right. \\ & \left. \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] d\xi d\theta + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k_1} \int_{x_1}^{x_2} \left[ \tilde{E}_i F_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x} \right)^2 + \tilde{E}_i J_{yi} \left( \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \right)^2 \right. \\ & + \tilde{E}_i J_{zi} \left( \frac{\partial^2 \vartheta_i}{\partial x^2} \right)^2 + \tilde{G}_i J_{kpi} \left( \frac{\partial \varphi_{kpi}}{\partial x} \right)^2 \left. \right] dx + \\ & + \sum_{i=1}^{k_1} \tilde{\rho}_i F_i \int_{x_1}^{x_2} \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \vartheta_i}{\partial t} \right)^2 + \right. \\ & \left. \left( \frac{\partial w_i}{\partial t} \right)^2 + \frac{J_{kpi}}{F_i} \left( \frac{\partial \varphi_{kpi}}{\partial t} \right)^2 \right] dx - \\ & - \iint_{S-S_*} (q_z - q_{zz}) w d\xi d\theta \end{aligned} \quad (10)$$

Ostrogradski-Hamilton təsirinin stasionarlıq şərtindən istifadə etməklə millərlə möhkəmləndirilmiş, qrunut və maye ilə kontaktda olan örtüyün hərəkət tənliyini almaq olar:

$$\delta W = 0 \quad (11)$$

Burada  $W = \int_{t_0}^{t_1} \Pi_d dt$  – Hamilton təsiri,  $\Pi_d$  – Laqranj funksiyasıdır.

Nəticədə baxılan məsələnin həlli müntəzəm paylanmış millərlə möhkəmləndirilmiş, özlü-elastiki qrunutla və maye ilə dinamik kontaktda olan, materialının anizotropluğu və özlü-elastiki xassələri nəzərə alınan, düzbucaqlı formada kəsiyi olan silindrik örtükdən ibarət konstruksiyanın (10) tam enerjisinin (6) kontakt və (7) sərhəd şərtləri daxilində birgə inteqrallamasına gətirilir.

Qabığın yerdəyişmə vektorunun komponentlərini aşağıdakı şəkildə axtaracağıq:

$$\begin{aligned} u &= u_0 \sin \chi \xi \cos n \theta \sin \omega t \\ \vartheta &= \vartheta_0 \cos \chi \xi \sin n \theta \sin \omega t \\ w &= w_0 \cos \chi \xi \cos n \theta \sin \omega t \end{aligned} \quad (12)$$

Burada  $\xi = \frac{x}{l}$ ,  $u_0$ ,  $\vartheta_0$ ,  $w_0$  – naməlum sabitlərdir.

İnteqralın  $\iint_{S-S_*} = \iint_S - \iint_{S_*}$  xassəsindən və (12) həllərindən istifadə etməklə, qrunut və maye tərəfindən silindrik qabığa göstərilən təzyiq qüvvəsinin qabığın nöqtələrinin yerdəyişmələrində gördüyü işi hesablaya bilərik.  $S_*$  düzbucaqlı oblast olduğundan ( $l_1 \leq x \leq l_1 + a$ ,  $\varphi_0 R \leq b \leq \frac{2\pi}{k_1} - \varphi_0 R$ ) yazı bilərik:

$$\begin{aligned} A_{\vartheta d} = & \frac{\pi \xi_1}{2} \phi_{an} \rho_m \left( \omega^2 - \frac{U^2 \chi^2}{R^2} \right) \\ & \times w_0^2 \sin^2 \omega t + (k \sin^2 \omega t + \\ & + \int_{-\infty}^t \Gamma_*(t-\tau) \sin^2 \omega \tau d\tau \times \\ & \times \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R + \frac{1}{n} \sin 2n \times \right. \right. \\ & \times \left. \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \right] \cdot \frac{1}{2} a + \\ & + \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + a) \left. \right\} w_0^2 \end{aligned} \quad (13)$$

(12) ifadələrini (10)-da yerinə yazsaq və (13)-ü nəzərə alsaq, yalnız oxu istiqamətində qabırğalarla möhkəmləndirilmiş, özlü-elastiki qrunutla və maye ilə dinamik kontaktda olan ortotrop, düzbucaqlı formada kəsiyi olan özlü-elastiki silindrik qabığın tam enerjisi üçün alırıq:

$$\begin{aligned} \Pi_{dc} = & \left\{ \left[ \frac{h}{2R} \left[ (b_{11} \chi^2 + b_{66} n^2 u_0^2 (b_{22} n^2 + \right. \right. \right. \\ & + b_{66} \chi^2) v_0^2 + \left( -\frac{h}{4} \chi^2 b_{12} + \frac{h^2}{12} (\chi^3 b_{11} + \right. \\ & + n^2 \chi^2 b_{12}) - \frac{h}{4} b_{22} n^2 + \frac{h^2}{12} (n^2 \chi b_{12} + \\ & + n^4 b_{22}) + \frac{h^2}{3} \chi^2 n^2 b_{66} + b_{22} ) w_0^2 - \\ & - 2n\chi (b_{12} + b_{66}) u_0 \vartheta_0 + (-2\chi b_{12} + \\ & + \frac{h}{4} \chi^3 b_{11} + \frac{h}{4} n^2 \chi b_{12} - \frac{h}{2} b_{66} \chi n^2) \times \\ & \times u_0 w_0 + (2nb_{22} - \frac{h}{4} n \chi^2 b_{12} + \frac{h}{4} b_{22} n^3 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{h}{2} b_{66} n \chi^2 \Big) \mathcal{G}_0 w_0 (\sin^2 \omega t + \gamma(t) \sin \omega t + \\
 & + \frac{\rho_0 h}{R} \omega^2 (u_0^2 + v_0^2 + w_0^2) \sin^2 \omega t \Big\} \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \right. \\
 & - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R + \frac{1}{n} \sin 2n \right] \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) \times \\
 & \times \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \frac{1}{2} a + \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + \\
 & + a) \Big\} + \left\{ \frac{1}{4R} \sum_{i=1}^{k_1} \cos^2 n\theta_i \left[ \left( \frac{\tilde{E}_i F_i \chi^2}{R^2} u_0^2 + \right. \right. \right. \\
 & + E_i J_{yi} \frac{\chi^4}{R^4} w_0^2 + J_{zi} \frac{\chi^4}{R^4} v_0^2 \Big) + G_i J_{kr,i} \frac{\chi^4}{R^4} \times \\
 & \times \left( n^2 w_0^2 - 2n \mathcal{G}_0 w_0 + w_0^2 \right) \Big] + \frac{1}{2R} \times \\
 & \times \left[ \chi^2 \psi_1 \sum_{i=1}^{k_1} F_i \tilde{E}_i \cos^2 n\theta_i u_0^2 + I_{kp,c} \chi^2 \psi_2 \right. \\
 & \times \sum_{i=1}^{k_1} \tilde{G}_i \sin^2 n\theta_i \mathcal{G}_0^2 + \psi_2 \sum_{i=1}^{k_1} \left( \frac{h_i^2}{R^2} \chi^2 F_i + \right. \\
 & + \frac{J_{yi}}{R^2} \chi^4 + \frac{G_i}{E_i} J_{kp,c} n^2 \chi^2 \Big) \cos^2 n\theta_i w_0^2 - \\
 & - \frac{\tilde{G}_i}{\tilde{E}_i} J_{kp,i} n \chi^2 \psi_3 \sum_{i=1}^{k_1} \sin 2n\theta_i \mathcal{G}_0 w_0 \Big] - \\
 & - \omega^2 \left[ u_0^2 \psi_2 \sum_{i=1}^{k_1} F_i \rho_i \cos^2 n\theta_i + \right. \\
 & + w_0^2 \psi_1 \sum_{i=1}^{k_1} F_i \rho_i \cos^2 n\theta_i \Big] \Big\} \sin^2 \omega t + \\
 & + \frac{\pi \xi_1}{2} \phi_{an} \rho_m \left( \omega^2 - \frac{U^2 \chi^2}{R^2} \right) w_0^2 \sin^2 \omega t + \\
 & + \left( k \sin^2 \omega t + \int_{-\infty}^t \Gamma_*(t-\tau) \sin^2 \omega \tau d\tau \right) \times \\
 & \times \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R + \frac{1}{n} \sin 2n \right] \times \right. \\
 & \times \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \frac{1}{2} a + \\
 & + \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + a) \Big\} w_0^2
 \end{aligned} \tag{14}$$

Burada

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &= \frac{1}{2} \xi_1 + \frac{\sin 2\chi \xi_1}{4\chi}; \\
 \psi_2 &= \frac{1}{2} \xi_1 - \frac{\sin 2\chi \xi_1}{4\chi}; \quad \psi_3 = \frac{\sin^2 \chi \xi_1}{\chi}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\gamma(t) = \gamma_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t \Gamma(t-\tau) \tilde{\epsilon}_{ij}(\tau) d\tau$$

(15) ifadəsini  $t_0 = 0$ -dan  $t_1 = \frac{\pi}{\omega}$ -ya kimi inteqrallasaq alırıq:

$$\begin{aligned}
 W_{dc} &= \tilde{a}_{11} u_0^2 + \tilde{a}_{22} v_0^2 + \tilde{a}_{33} w_0^2 + \\
 &+ \tilde{a}_{12} u_0 v_0 + \tilde{a}_{13} u_0 w_0 + \tilde{a}_{23} v_0 w_0
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{a}_{11} &= \left[ \frac{h}{2R} (b_{11} \chi^2 + b_{66} n^2) \cdot \left( \frac{\pi}{2\omega} + F(\omega) \right) + \right. \\
 &+ \rho_0 h \frac{\pi}{4R} \omega \Big] \times \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R + \frac{1}{n} \sin 2n - \right. \right. \\
 &- \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \Big] \cdot \frac{1}{2} a + \\
 &+ \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + a) \Big\} + \\
 &+ \frac{1}{4R} \sum_{i=1}^{k_1} \cos^2 n\theta_i \frac{\tilde{E}_i F_i \chi^2}{R^2} + \frac{1}{2R} \chi^2 \psi_1 \times \\
 &\times \sum_{i=1}^{k_1} F_i \tilde{E}_i \cos^2 n\theta_i - \omega^2 \psi_2 \sum_{i=1}^{k_1} F_i \rho_i \cos^2 n\theta_i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{a}_{22} &= \left[ \frac{h}{2R} (b_{22} n^2 + b_{66} \chi^2) \left( \frac{\pi}{2\omega} + F(\omega) \right) + \right. \\
 &+ \rho_0 h \frac{\pi}{4R} \omega \Big] \times \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R + \right. \right. \\
 &\frac{1}{n} \sin 2n \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \Big] \times \\
 &\frac{1}{2} a + \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + a) \Big\} + \\
 &+ \frac{1}{4R} J_{zi} \frac{\chi^4}{R^4} + \frac{1}{2R} I_{kp,c} \chi^2 \psi_2 \tilde{G}_i \sum_{i=1}^{k_1} \sin^2 n\theta_i \\
 \tilde{a}_{33} &= \left\{ \frac{h}{2R} \left[ -\frac{h}{4} \chi^2 b_{12} - \frac{h}{4} b_{22} n^2 + \frac{h^2}{12} \times \right. \right. \\
 &\times \left( n^2 \chi b_{12} + n^4 b_{22} \right) + \frac{h^2}{3} \chi^2 n^2 b_{66} + b_{22} \Big] \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left( \frac{\pi}{2\omega} + F(\omega) \right) + \rho_0 h \frac{\pi}{4R} \omega \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \varphi_0 R + \frac{1}{n} \sin 2n \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \right] \times \right. \\ & \left. \times \frac{1}{2} a + \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + a) \right\} + \frac{1}{4R} \times \\ & \times \sum_{i=1}^{k_1} \left[ \cos^2 n\theta_i J_{yi} \frac{\chi^4}{R^4} + (n^2 + 1) \times G_i J_{kr,i} \frac{\chi^4}{R^4} + \right. \\ & \left. + \psi_2 \frac{1}{2R} \sum_{i=1}^{k_1} \left( \frac{h_i^2}{R^2} \chi^2 F_i + \frac{J_{yi}}{R^2} \chi^4 + \frac{G_i}{E_i} J_{kp,c} n^2 \chi^2 \right) \times \right. \\ & \left. \times \cos^2 n\theta_i - \omega^2 \psi_1 \sum_{i=1}^{k_1} F_i \rho_i \cos^2 n\theta_i - \right. \\ & \left. - \frac{\pi^2 \xi_1}{2\omega} \phi_{an} \rho_m \left( \omega^2 - \frac{U^2 \chi^2}{R^2} \right) + \left( \frac{\pi k}{\omega} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \left( \int_{-\infty}^t \Gamma_*(t-\tau) \sin^2 \omega \tau d\tau \right) \right) \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \right. \right. \\ & \left. \left. - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R + \frac{1}{n} \sin 2n \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{1}{2} a \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \right] + \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + a) \right\} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{12} &= -2n\chi \frac{\pi Lh}{4R} (b_{12} + b_{66}) \times \\ & \times \left( \frac{\pi}{2\omega} + F(\omega) \right) \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{n} \sin 2n \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \right] \times \right. \\ & \left. \times \frac{1}{2} a + \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + a) \right\} \\ \tilde{a}_{13} &= \left( -2\chi b_{12} + \frac{h}{4} \chi^3 b_{11} + \frac{h}{4} n^2 \chi b_{12} - \right. \\ & \left. - \frac{h}{2} b_{66} \chi n^2 \right) \left( \frac{\pi}{2\omega} + F(\omega) \right) \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \varphi_0 R + \frac{1}{n} \sin 2n \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \right] \times \right. \\ & \left. \times \frac{1}{2} a + \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + a) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{23} &= \left[ \left( 2nb_{22} - \frac{h}{4} n \chi^2 b_{12} + \frac{h}{4} b_{22} n^3 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{h}{2} b_{66} n \chi^2 \frac{\pi}{2\omega} + F(\omega) \right) \times \left\{ \frac{1}{2} \pi l - \left[ \frac{\pi R}{k_1} - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - \varphi_0 R + \frac{1}{n} \sin 2n \left( \frac{\pi R}{k_1} - \varphi_0 R \right) \cos \frac{4n\pi R}{k_1} \right] \times \right. \\ & \left. \times \frac{1}{2} a + \frac{1}{2\chi} \sin 2\chi a \cos 2\chi (2l_1 + a) \right\} - \frac{\pi}{2\omega} \times \\ & \left. \times \left( 2nG_i J_{kr,i} \frac{\chi^4}{R^4} + \frac{\tilde{G}_i}{\tilde{E}_i} J_{kp,i} \chi^2 n \psi_3 \sum_{i=1}^{k_1} \sin 2n\theta_i \right) \right] \end{aligned}$$

Burada

$$F(\omega) = \int_0^{\pi/\omega} \gamma(t) \sin \omega t dt \quad (17)$$

(16) bərabərliyini sərbəst  $u_0, \vartheta_0, w_0$  kəmiyyətlərinə görə variasiyalasaq və sərbəst variasiyaların əmsallarını sıfıra bərabər götürsək, aşağıdakı bircins cəbri tənliklər sistemini alırıq:

$$\begin{cases} 2\tilde{a}_{11}u_0 + \tilde{a}_{12}\vartheta_0 + \tilde{a}_{13}w_0 = 0 \\ \tilde{a}_{12}u_0 + 2\tilde{a}_{22}\vartheta_0 + \tilde{a}_{23}w_0 = 0 \\ \tilde{a}_{13}u_0 + \tilde{a}_{23}\vartheta_0 + 2\tilde{a}_{33}w_0 = 0 \end{cases} \quad (18)$$

(18) sistemi xətti bircins cəbri tənliklər sistemi olduğundan, onun trivial olmayan həllinin varlığı üçün zəruri və kafi şərt baş determinantının sıfıra bərabər olmasıdır. Beləliklə, aşağıdakı tezlik tənliyini alırıq:

$$\begin{vmatrix} 2\tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} \\ \tilde{a}_{12} & 2\tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{23} \\ \tilde{a}_{13} & \tilde{a}_{23} & 2\tilde{a}_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

(19) tənliyini belə şəkildə yazmaq olar:

$$\begin{aligned} 8\tilde{a}_{11}\tilde{a}_{22}\tilde{a}_{33} + \tilde{a}_{22}\tilde{a}_{23}\tilde{a}_{13} + \tilde{a}_{12}\tilde{a}_{23}\tilde{a}_{12} - \\ - 2\tilde{a}_{22}\tilde{a}_{13}^2 - 2\tilde{a}_{11}\tilde{a}_{23}^2 - 2\tilde{a}_{33}\tilde{a}_{12}^2 = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

(20) tənliyi bərkidilmədə istifadə olunan boyuna qabırğalarla möhkəmləndirilmiş, öz-lü-elastiki mühitlə dinamik təmasda olan ortotrop, düzbucaqlı formasında kəsiyi olan öz-lü-elastiki silindrik qabığının sərbəst rəqslərinin tezlik tənliyidir.

(20) tənliyi naməlum  $\omega$ -ya nəzərən transendent tənlikdir. Onun köklərini tapmaq üçün özlülük nüvəsi  $\Gamma(t)$ -nin xüsusi halı  $\Gamma(t) = e^{-\psi t}$  şəklində,  $\gamma(t)$ -nin ifadəsi  $\gamma(t) = \frac{e^{\psi t}}{\omega^2 + \psi^2} (\psi \sin \omega t - \omega \cos \omega t)$  şəklində,  $F(\omega)$ -nin ifadəsi aşağıdakı şəkildə olur:

$$F(\omega) = e^{\frac{\pi\psi}{\omega}} \sin^2 \frac{\pi\psi}{\omega} - \frac{(2+\omega)\left(e^{\frac{\pi\psi}{\omega}} - 1\right)\psi^2}{2(\omega^2 + \psi^2)(\omega^2 + 2\psi^2)}$$

Fərz edək ki, özlülük nüvəsi  $\Gamma_*(t)$  zamanla görə eksponensial qanunla dəyişir:

$$\Gamma_*(t) = e^{-\psi_* t}$$

(20) tənliyinin kökləri kompleks ədədlərdir:  $\omega = \omega_1 + i\omega_2$ , belə ki,  $\omega_1$ -ə sistemin həqiqi tezlikləri,  $\omega_2$  – zamana görə sönməni xarakterizə edir.

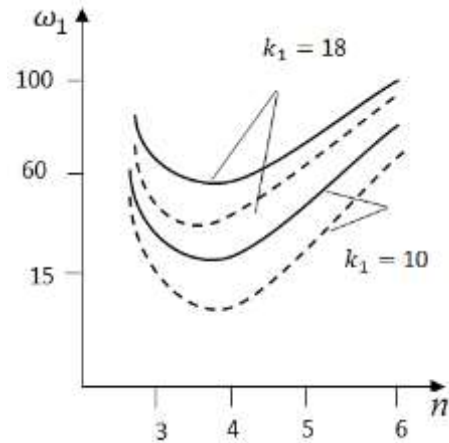
(20) tənliyinin kökləri ədədi üsulla tapılmışdır. Hesablama prosesində qabığı, qabırğaları və qırtu müəyyən edən kəmiyyətlər üçün aşağıdakı qiymətlər götürülmüşdür:

$$\begin{aligned} E_i &= 6,67 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2; \nu = 0,3; \chi = 1 \\ n &= 8; h_i = 1,39 \text{ mm}; R = 160 \text{ mm}; \\ L &= 800 \text{ mm}; \frac{F_i}{2\pi R h} = 0,1591 \cdot 10^{-1}; \\ \frac{J_{yi}}{2\pi R^3 h} &= 0,8289 \cdot 10^{-6}; h = 0,45 \text{ mm}; \\ \frac{J_{kp.i}}{2\pi R^3 h} &= 0,5305 \cdot 10^{-6}; \\ k &= 5,3 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2; \varphi_0 = \frac{\pi}{72}; a = 50 \text{ mm} \end{aligned}$$

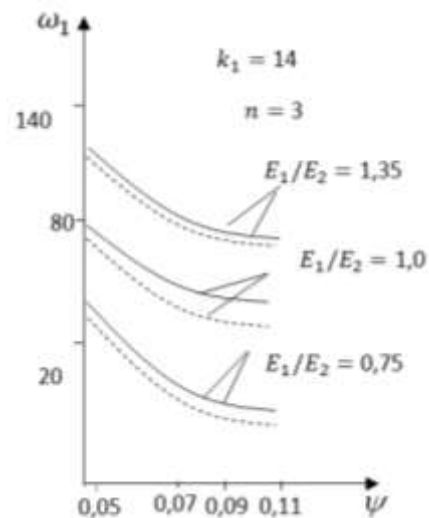
Hesablamanın nəticələri şəkil 2-də  $\omega_1$ -in dalğa ədədi  $n$ -dən, şəkil 3-də  $\omega_1$ -in özlülük parametri  $\psi$ -dən, şəkil 4-də  $\omega_1$ -in boyuna qabırğalar sayı  $k_1$ -dən asılılığı şəklində verilmişdir. Şəkil 2 üçün  $b_{11}=18,3 \text{ QPa}$ ;  $b_{22}=25,2 \text{ QPa}$ ;  $b_{66}=3,5 \text{ QPa}$ ;  $b_{12}=2,77 \text{ QPa}$ ;  $\psi = \psi_* = 0,05$  götürülmüşdür. Şəkil 2 göstərir ki, dairəvi istiqamətdə dalğa ədədi  $n$  böyüdükcə, konstruksiyanın həqiqi tezlikləri azalaraq minimum qiymət alır və yenidən artır. Bu şəkildə bütöv xətlərə  $\psi = \psi_* = 0$ , qırıq xətlərə isə  $\psi = \psi_* = 0,05$  uyğundur.

Şəkil 3-dən görüldüyü kimi, özlülük parametrinin qiyməti artdıqca, konstruksiyanın məxsusi rəqslərinə uyğun gələn tezlikləri azalır. Şəkil 4-dən görüldüyü kimi millərin

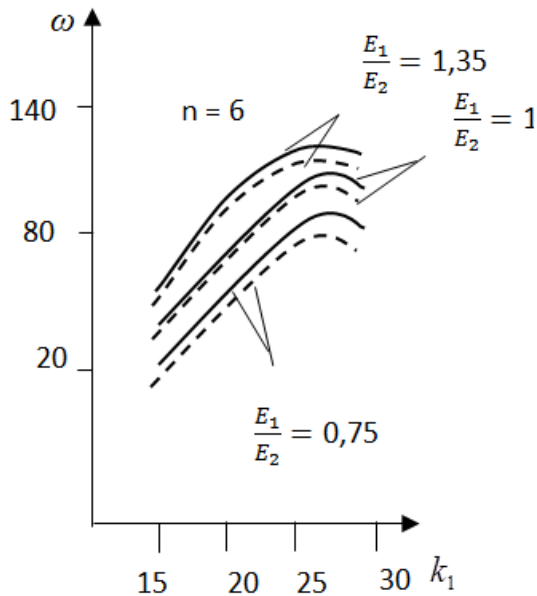
sayı artdıqca konstruksiyanın məxsusi rəqslərinə uyğun olan tezlikləri əvvəlcə artır, boyuna qabırğaların müəyyən artımından sonra azalmağa başlayır. Buna səbəb budur ki, boyuna qabırğaların sayının müəyyən artımından sonra onların kütlələrinin artmasına, bu da öz növbəsində ətalət təsirinin rəqs prosesi-nə təsirinin güclənməsinə səbəb olur. Şəkil 3 və şəkil 4-də qırıq xətlər düzbucaqlı formada kəsiyi olan silindrik qabığın, bütöv xətlərə isə bütöv silindrik qabığın rəqslərinə uyğundur. Qrafiklərdən görüldüyü kimi düzbucaqlı formada kəsiyi olan silindrik qabığın rəqs tezlikləri bütöv silindrik qabığın uyğun rəqs tezliklərindən azdır.



Şəkil 2. Tezliklərin dalğa ədədi  $n$  -dən asılılığı.



Şəkil 3. Tezliklərin özlülük parametri  $\psi$  -dən asılılığı



Şəkil 4. Tezliklərin millərinin sayı  $k_1$ -dən asılılığı

#### ƏDƏBİYYAT

1. Nematli A.İ. Vibrations of folwing fluid-filled viscous-elastic transversel stiffened cylindrical shell// "Technical and Physical Problems of Engineering" (IJTPE). – June 2020. Issue 43, v. 12, №2, – p. 88-91.
2. Nemətli, A.İ. Bərkidilmədə istifadə olunan halqavari qabırğalarla möhkəmləndirilmiş özlü-elastiki silindrik qabığın mühitlə birlikdə rəqsləri // – Bakı: Nəzəri və tətbiqi mexanika. Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti– 2014. №3-4, – s. 69-74.
3. Nemətli, A.İ. Bərkidilmədə istifadə olunan millərlə möhkəmləndirilmiş özlü-elastiki silindrik qabığın qruntda rəqsləri // – Bakı: Ekologiya və su təsərrüfatı, Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti, – 2015. №1, – s. 80-83.
4. Nematli, A.I., Vibrations of a viscous elastic stiffened orthotropic cylindrical shell with holes on a flowing fluid // The 17th International Conference on "Technical and Physical Problems of Engineering" (ICTPE), Rumeli University Istanbul. – Turkey, – 18-19 October 2021. №37, Code 09MAP02, – p. 177-181.

5. Латифов, Ф.С., Нематли, А.И. Колебания вязкоупругой продольно подкрепленной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью // – Минск: Актуальные вопросы машиноведения, Объединенный институт машиностроения. НАН Белоруси, – 2014. в. 3, – с. 172-174.
6. Амиро, И.Я. Ребристые цилиндрические оболочки / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий, П.С. Поляков, – Киев: Наук. думка, – 1973. – 248 с.
7. Латифов, Ф.С., Садыхов, П.М. Асимптотический анализ задачи о свободных неосесимметричных колебаниях ортотропной цилиндрической оболочки со сплошным заполнителем в бесконечной идеальной сжимаемой жидкости // Материалы научной конференции по механике и математике, посвященной юбилею профессора К.А.Керимова, – Баку, – 2-4 июня, – 1993. – с. 134-139.

UOT:539.3

Lətifov F.S., Sadıkov P.M., Nemətli A.İ.

**Özlü-elastiki qruntda və maye ilə təmasda olan, millərlə möhkəmləndirilmiş, düzbucaqlı forma kəsikli anizotrop və özlü-elastiki silindrik örtüyün məxsusi rəqsləri**

#### XÜLASƏ

Məqalə özlü-elastiki qruntda və maye ilə təmasda olan, millərlə möhkəmləndirilmiş, düzbucaqlı forma kəsikli anizotrop və özlü-elastiki silindrik örtüyün məxsusi rəqslərinin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Ostrogradski-Hamilton təsirinin stasionarlıq şərtindən istifadə etməklə millərlə möhkəmləndirilmiş, qruntda və maye ilə kontaktda olan örtüyün hərəkət tənliyi və onun əsasında sərbəst rəqslərinin tezlik tənliyi alınmışdır. Alınmış tezlik tənliyinin kökləri ədədi üsulla tapılmış və xarakterik qrafiklər qurulmuşdur.

**Açar sözlər:** özlü-elastiki qruntda, maye, özlü-elastiki silindrik örtük, məxsusi rəqs, rəqs tezliyi.

**УДК 539.4**

**Латифов Ф.С., Садыков П.М.,  
Нематли А.И.**

**Собственные колебания анизотропной  
вязкоупругой подкрепленной продоль-  
ными ребрами ослабленным прямо-  
угольным отверстиям, цилиндричес-  
кой оболочки, контактирующей с вяз-  
коупругим грунтом и жидкостью**

### **РЕЗЮМЕ**

Статья посвящена исследованию собственных колебаний анизотропной вязкоупругой подкрепленной продольными ребрами ослабленным прямоугольным отверстиям цилиндрической оболочки, контактирующей с вязкоупругим грунтом и жидкостью. С использованием условия стационарности влияниям Остроградского-Гамильтона получены уравнение движения анизотропной вязкоупругой подкрепленной продольными ребрами ослабленным прямоугольным отверстиям, цилиндрической оболочки, контактирующей с вязкоупругим грунтом и жидкостью, и частотное уравнение ее свободных колебаний. Численным методом были найдены корни полученного частотного уравнения и построены характерные графики.

**Ключевые слова:** *вязкоупругий грунт, жидкость, вязкоупругая цилиндрическая*

*оболочка, свободное колебания, частота колебаний.*

**Latifov F.S., Sadykov P.M., Nematli A.I.**

**Natural vibrations of anisotropic  
viscoelastic reinforced with longitudinal  
ribs weakened rectangular holes, cylindri-  
cal shell in contact with viscoelastic soil  
and liquid**

### **SUMMARY**

The article is devoted to the study of natural oscillations of an anisotropic viscoelastic cylindrical shell reinforced with longitudinal ribs weakened by rectangular holes in contact with viscoelastic soil and liquid. Using the stationarity condition for the influence of Ostrogradsky-Hamilton, the equation of motion of an anisotropic viscoelastic, reinforced by longitudinal ribs weakened rectangular holes, cylindrical shell in contact with viscoelastic soil and liquid, and the frequency equation of its free oscillations are obtained. The numerical method was used to find the roots of the obtained frequency equation and plot characteristic graphs. Key words: viscoelastic soil, liquid, viscoelastic cylindrical shell, free oscillations, oscillation frequency.

*Məqaləyə AzMİU-nun "Ali riyaziyyat"  
kafedrasının dosenti M.Q. Əliyev rəy  
vermişdir.*