

QABARÇIQLI MAYE İLƏ DİNAMİK TƏMASDA OLAN QEYRİ-BİRCİNS, ORTOTROP SİLİNDRİK ÖRTÜYÜN RƏQSLƏRİ

Giriş. Təqdim olunan məqalədə qabarçıqlı maye ilə dinamik təmasda olan qalınlığı boyu qeyri-bircins, ortotrop, halqalarla möhkəmləndirilmiş silindrik örtüyün sərbəst rəqsləri haqqında məsələyə baxılmışdır. Məsələnin həllində Hamilton - Ostrogradski varyasiya prinsipindən istifadə olunmuşdur. Silindrik örtüyün materialının qeyri-bircinsliyini nəzərə almaq üçün qəbul edilmişdir ki, onun elastiklik modulları və sıxlığı qalınlıq koordinatının funksiyasıdır. Maye tərəfindən silindrik örtüyə təsir edən qüvvə Mendeleyev-Klayperon tənliyindən təyin təyin olunmuşdur. Kontakt şərtlərindən istifadə etməklə qalınlığı boyu qeyri-bircins, ortotrop, halqalarla möhkəmləndirilmiş, qabarçıqlı maye ilə dinamik təmasda olan silindrik örtüyün məxsusi rəqs tezliklərini tapmaq üçün tezlik tənliyi qurulmuş və ədədi üsulla kökləri tapılmışdır. Xarakterik əyrilər qurulmuşdur.

[1] işində qalınlığı boyu qeyri-bircins, millərlə möhkəmləndirilmiş, özlü maye ilə təmasda olan ortotrop silindrik örtüyün rəqslərinə baxılmışdır. Məsələni həll etmək üçün Ostrogradski-Hamilton prinsipindən istifadə olunmuşdur. Qeyri-bircinsliyin xətti və parabolik qanunla dəyişən hallarına baxılmışdır. Tezlik tənliyi qurulmuş və kökləri ədədi üsulla təyin olunmuşdur. Xarakterik əyrilər qurulmuşdur.

[2] işində qalınlığı boyu və dairəvi istiqamətlərdə qeyri-bircins, halqalarla möhkəmləndirilmiş, ideal hərəkət edən maye ilə təmasda olan ortotrop silindrik örtüyün rəqslərinə baxılmışdır. Məsələni həll etmək üçün Ostrogradski-Hamilton prinsipi tətbiq edilmişdir. Tezlik tənliyi qurulmuş və kökləri tapılmışdır.

Təhlil göstərir ki, qeyri-bircins, möhkəmləndirilmiş, qabarçıqlı maye ilə təmasda olan ortotrop silindrik örtüyün rəqsləri tədqiq olunmamışdır.

Məsələnin qoyuluşu. Hamilton-Ostrogradski varyasiya prinsipindən istifadə etmək üçün halqalardan, qeyri-bircins silindrik örtükdən, qabarçıqlı mayədən ibarət (şəkil 1) sistemin tam enerjisini yazaq:

$$J = V + K + \sum_{j=1}^{k_2} (\Pi_j + K_j) + A_0 \quad (1)$$

Burada Π_j, K_j – uyğun olaraq j -ci halqanın potensial və kinetik enerjisi, A_0 – qabarçıqlı maye tərəfindən silindrik örtüyə təsir edən təzyiq qüvvəsi örtüyün nöqtələrinin radial istiqamətdə yerdəyişməsində gördüyü iş, V – silindrik örtüyün potensial, K – kinetik enerjiləri, k_2 – halqaların sayıdır. Qeyd olunan enerjilərin ifadələri aşağıdakı kimidir [3]:

$$\Pi_j = \frac{R}{2} \int_0^{2\pi} \left[\tilde{E}_j F_j \left(\frac{\partial \vartheta_j}{\partial y} - \frac{w_j}{R} \right)^2 + \tilde{E}_j J_{xy} \left(\frac{\partial^2 w_j}{\partial x^2} + \frac{w_j}{R^2} \right)^2 + \tilde{E}_j J_{yy} \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial y^2} - \frac{\varphi_{xyj}}{R} \right)^2 + \tilde{G}_j J_{xy} \left(\frac{\partial \varphi_{xyj}}{\partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_j}{\partial y} \right)^2 \right] d\varphi$$

$$K_j = \rho_j F_j \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial w_j}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vartheta_j}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_j}{\partial t} \right)^2 + \frac{J_{xyj}}{F_j} \left(\frac{\partial \varphi_{xyj}}{\partial t} \right)^2 \right] d\varphi$$

$$A_0 = -R \int_0^{2\pi} p w dx d\varphi \quad (2)$$

$$V = \frac{R}{2} \iint \left\{ \tilde{b}_{11} \varepsilon_{11}^2 + 2\tilde{b}_{12} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + 2\tilde{b}_{22} \varepsilon_{12}^2 + 2\tilde{b}_{16} \varepsilon_{11} \varepsilon_{12} + \tilde{b}_{22} \varepsilon_{22}^2 + \tilde{b}_{66} \varepsilon_{12}^2 \right\} dx d\varphi$$

$$K = \iint \left(\tilde{\rho} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right) dx d\varphi$$

$$(2) \text{ ifadələrində } \tilde{b}_{11} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tilde{b}_{11}(z) dz; \tilde{b}_{12} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tilde{b}_{12}(z) dz$$

$$\times(z) dz; \tilde{b}_{22} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tilde{b}_{22}(z) dz; \tilde{b}_{66} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tilde{b}_{66}(z) dz$$

$$h_{11}(z) = \frac{E_1(z)}{1-\nu_1\nu_2}; b_{22}(z) = \frac{E_2(z)}{1-\nu_1\nu_2}; h_{12}(z) = -\frac{\nu_2 E_1(z)}{1-\nu_1\nu_2}$$

$$= \frac{\nu_1 E_2(z)}{1-\nu_1\nu_2}; b_{66}(z) = G_{12}(z) = G(z) - \text{ortotrop}$$

materialın əsas elastikiyyət modulları,

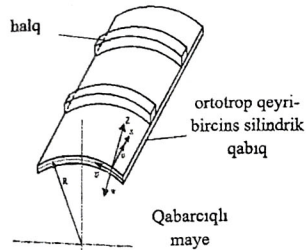
$$\tilde{\rho} = \int_{-h}^h \rho(z) dz, \text{ ifadələrində } u, \vartheta, w - \text{silindrik}$$

qabığın nöqtələrinin yerdəyişmələri, R, h – uyğun olaraq, silindrik qabığın radiusu və qalınlığı, $\tilde{E}_j$ – j -ci halqanın elastikiyyət modulu, F_j – j -ci halqanın en kəsiyinin sahəsi, I_{xyj} – halqanın en kəsiyinin ətalət momentləri, $\tilde{G}_j$ – j -ci halqanın sürüşmədə elastikiyyət modulu, u_j, ϑ_j, w_j – j -ci halqanın nöqtələrinin yerdəyişmələri, ρ_j – j -ci halqanın materialının sıxlığıdır.

Qabarcıqlı maye tərəfindən silindrik örtüyə təsir edən qüvvə aşağıdakı kimidir (4):

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\alpha_{20}}{\rho_{0q} - \alpha_{10}} \quad (3)$$

Burada, α_{20} – qazın məhlulda olan həcmnin mayenin həcminə olan nisbəti, p_0 – başlanğıc halda qazın təzyiqi, ρ_{0q} – sıxlığıdır.



Şəkil 1. Qabarcıqlı maye ilə təmasda olan halqalarla möhkəmləndirilmiş silindrik örtük

Nəzərdə tutulur ki, qabıqla qabırğalar arasında sərt kontakt şərtləri ödənilir:

$$u_j(y) = u(x_j, y) + h_j \varphi_1(x_j, y)$$

$$\vartheta_j(y) = \vartheta(x_j, y) + h_j \varphi_2(x_j, y)$$

$$w_j(y) = w(x_j, y) + h_j \varphi_3(x_j, y), \quad (4)$$

$$\varphi_j(y) = \varphi_1(x_j, y) \quad \varphi_{xyj}(y) = \varphi_1(x_j, y)$$

Burada H_j^1 – j -ci halqanın oxunun silindrik qabığın səthindən olan məsafəsi, φ_j – j -ci halqanın en kəsiyinin dönmə və burulma bucaqları olub, qabığın yerdəyişmələri ilə belə ifadə olunur:

$$\varphi_{xyj}(y) = \varphi_1(x_j, y) = -\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=x_j}$$

Beləliklə, halqalarla möhkəmləndirilmiş və qabarcıqlı maye ilə dinamik təmasda olan qalınlığı boyu qeyri-bircins, ortotrop silindrik qabığın rəqsləri məsələnin həlli (1) tam enerjisinin (4) kontakt şərtləri daxilində birgə inteqrallamasına gətirilir.

Məsələnin həlli. Qabığın yerdəyişmələrini aşağıdakı şəkildə axtaraq:

$$u = u_0 \cos \frac{\pi x}{l} \sin \varphi \sin \omega t;$$

$$\vartheta = \vartheta_0 \sin \frac{\pi x}{l} \cos \varphi \sin \omega t$$

$$w = w_0 \sin \frac{\pi x}{l} \sin \varphi \sin \omega t \quad (4)$$

Burada, u_0, ϑ_0, w_0 – naməlum sabitlər, χ, n – silindrik qabığın doğurarı və dairəvi istiqamətlərdəki dalğa ədədləridir.

$p_0 = kw$ olduğunu etsək və J ifadəsini asılı olmayan u_0, ϑ_0, w_0 sabitlərinə nəzərən variasiyalasaq və asılı olmayan variasiyaların əmsallarını sıfıra bərabər etsək, aşağıdakı bircins cəbri tənliklər sistemini alırıq:

$$1) \frac{\partial J}{\partial u_0} = 0; 2) \frac{\partial J}{\partial \vartheta_0} = 0; 3) \frac{\partial J}{\partial w_0} = 0. \quad (5)$$

(5) sistemi xətti bircins cəbri tənliklər sistemini olduğundan, onun sıfırdan fərqli həllinin varlığı üçün zəruri və kafi şərt onun baş determinantının sıfıra bərabər olmasıdır. Nəticədə aşağıdakı tezlik tənliyini alırıq:

$$\text{deta}_j = 0, i, j = 1, 3 \quad (6)$$

(6) tənliyinin kökləri ədədi üsulla hesablanmışdır. Hesablamada mayeni, qabığı və qabırğaları xarakterizə edən parametrlər üçün aşağıdakı qiymətlər götürülmüşdür:

$$E_j = 6,67 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2; \nu = 0,3; \chi = 1;$$

$$n = 8; h_j = 1,39 \text{ mm}; R = 160 \text{ mm};$$

$$L = 800 \text{ mm}; I_{xyj} = 0,48 \text{ mm}^4;$$

$$I_{xj} = 19,9 \text{ mm}^4; F_j = 5,75 \text{ mm}^2;$$

$$h = 0,45 \text{ sm}; \rho_0 = \rho_j = 1850 \text{ kq/m}^3;$$

$$\alpha_{20} = 0,05$$

Qeyri-bircinsliyin dəyişməsinin iki halı nəzərdən keçirilmişdir:

xətti –

$$E_1(z) = E_1 \left[1 + \alpha \left(\frac{z}{h} \right) \right] \quad E_2(z) = E_2 \left[1 + \beta \left(\frac{z}{h} \right) \right]$$

$$\rho(z) = \rho_0 \left[1 + \alpha \left(\frac{z}{h} \right) \right]$$

və parabolik –

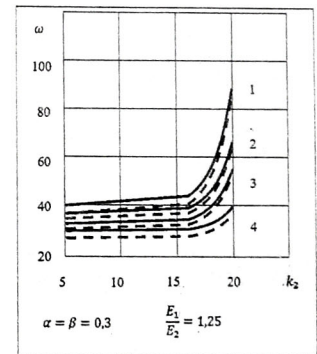
$$E_1(z) = E_1 \left[1 + \alpha \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right]$$

$$E_2(z) = E_2 \left[1 + \beta \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right]$$

$$\rho(z) = \rho_0 \left[1 + \alpha \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right]$$

Burada α və β – qeyri-bircinslik parametrləridir. Qeyd edək ki, xətti qanunla dəyişmə halında $|\alpha| < 1, |\beta| < 1$, parabolik qanunla dəyişmə halında α, β – istənilən ədədlərdir.

Hesablamaların nəticələri şəkil 2-də sistemin tezlik parametrlərinin halqaların sayından asılılığı şəklində, müxtəlif konsentrasiya pa-



Şəkil 2. Rəqs tezliyinin halqaların sayından asılılığı

rametri üçün verilmişdir. Şəkil 2-dən göründüyü kimi konsentrasiya parametrlərinin qiyməti artdıqca, rəqs tezlikləri artır. Şəkildə bütün xətlərə qeyri-bircinsliyin xətti qanunla, qırıq xətlərə parabolik qanunla dəyişmə hali uyğundur. Göründüyü kimi rəqs tezlikləri parabolik dəyişmə halında xətti qanunla dəyişmə halına uyğun tezliklərindən azdır. Şəkildə 1, 2, 3, 4 əyrlərinə konsentrasiya parametri α_{20} – n uyğun olaraq 0,03; 0,05; 0,07; 0,1 qiymətləri uyğundur.

ƏDƏBİYYAT

1. Badirov Z.M. Vibrations of an orthotropic, heterogeneous cylindrical shell dynamically contacting with liquid and stiffened with bars// International Journal on "Technical and Physical Problems of Engineering" (IJTPE) March 2021 Issue 46 Volume 13 Number 1 Pages 18-22.
2. Badirov, Z.M. Vibrations of an anisotropic laterally stiffened fluid filled cylindrical shell inhomogeneous in thickness and circumference// International Journal on "Technical and Physical Problems of Engineering" (IJTPE) March 2020 Issue 42 Volume 12 Number 1 Pages 73-77.
3. Амиро И.Я., Заруцкий В.А. Теория ребристых оболочек. Методы расчета оболочек. «Наукова думка», 1980, 367с.
4. Нагиев Ф.Б., Худиева А.И. Модель идеальной сжимаемой жидкости для описания распространения длиноволновых возмущений в пузырьковой жидкости //Международный научно-технический журнал «Материалы, технологии, Инструменты», Минск, 2014, Том 19, №4, стр.14-17.

Badirov Z.M.

Qabarçıqlı maye ilə dinamik təmasda olan qeyri-bircins, ortotrop silindrik rəqsləri

XÜLASƏ

Məqalə daxili oblastında hava qabarçıqları olan maye ilə dinamik təmasda olan qalınlığı istiqamətində qeyri-bircins, ortotrop, halqalarla möhkəmləndirilmiş silindrik örtüyün sərbəst rəqsləri haqqında məsələnin həllinə həsr olunmuşdur. Məsələnin həllində Hamilton-Ostrogradski variyasiya prinsipindən istifadə olunmuşdur.

Açar sözlər: silindrik örtük, halqa, qeyri-bircins, ortotrop, məxsusi rəqs, qabarçıqlı maye, tezlik.

Бадиров З.М.

Колебания неоднородной, ортотропной цилиндрической оболочки при динамическом контакте с пузырьковой жидкостью

АННОТАЦИЯ

Статья посвящена решению задачи о свободных колебаниях неоднородного ортотропного подкрепленного кольцами цилиндрической оболочки, находящегося в динамическом контакте с жидкостью, содержащей во внутренней области пузырьки воздуха. Для решения задачи использовался вариационный принцип Гамильтона-Остроградского.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, кольцо, неоднородность, ортотропность, собственные колебания, пузырьковая жидкость, частота.

Badirov Z.M.

Vibrations of an Inhomogeneous orthotropic cylindrical shell in dynamic contact with a bubble liquid

SUMMARY

The article is devoted to solving the problem of free oscillations of an inhomogeneous orthotropic cylindrical shell supported by rings, which is in dynamic contact with a liquid containing air bubbles in the inner region. The variational principle of Hamilton-Ostrogradsky was used to solve the problem.

Keywords: cylindrical shell, ring, inhomogeneity, orthotropy, natural oscillations, bubbly liquid, frequency.

Məqaləyə AzTU-nun professoru, t.e.d., E.İsgəndərov rəy vermişdir.