

FİZİKİ QEYRİ-XƏTLİ HƏLQƏVİ LÖVHƏLƏRİN ƏYİLMƏSİ

Bu məqalədə qeyri-xətli elastik xüsusiyyətlərə malik materialdan hazırlanmış sabit qalınlıqlı nazik həlqəvi lövhələrin simmetrik əyilmə məsələsi tədqiq edilmişdir.

Qeyri-xətli məsələlər kifayət qədər aktualdır, çünki fiziki qeyri-xətli materialdan hazırlanmış konstruksiya elementlərinin gərginlikli-deformasiya halını daha dəqiq qiymətləndirmək və uyğun olaraq möhkəmlik ehtiyatlarını müəyyən etmək üçün onların materiallarının qeyri-xətli elastik xüsusiyyətlərinin nəzərə alınması böyük əhəmiyyət kəsb edir. Müxtəlif konstruksiya elementlərində fiziki qeyri-xətli az və ya çox dərəcədə özünü büruzə verir. Ona görə də müxtəlif materiallar üçün gərginliklə deformasiya arasındakı asılılıqlar müxtəlif qanunlarla ifadə edilir. Yüksək möhkəmlikli legirlənmiş poladlarda, müxtəlif əlvan metallarda bu asılılığa ifadə edən fiziki tənliklər aşağıda göstərilmiş kvadratik qanuna tabe olur.

$$\sigma_i = 3K\chi(\varepsilon_o)\varepsilon_o + 2G\gamma(\psi_o^2)(\varepsilon_i - \varepsilon_o) \quad (1)$$

Bu tənlik az fiziki qeyri-xətli xüsusiyyətlərə malik materiallar üçün Kaudererin təklif etdiyi xüsusiyyətlərə malik qanundur.

Burada K və G — uyğun olaraq sıxılma və sürüşmə modalları, $\chi(\varepsilon_o)$ və $\gamma(\psi_o^2)$ isə uyğun olaraq uzanma və sürüşmə funksiyalarıdır.

Sıxılma və sürüşmə modulları hər bir material üçün sabitdir. Uzanma və sürüşmə funksiyaları isə sıra şəklində verilir:

$$\chi(\varepsilon_o) = \sum_{n=0}^{\infty} \chi_n \varepsilon_o^n, \quad (\chi_0 = 1); \quad (2)$$

$$(\psi_o^2) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{2n} \psi_o^{2n}, \quad (\gamma_{2,0}) = I;$$

Biz baxılan məsələdə sıradan iki həddi qəbul edirik, çünki digər hədlərin nəzərə alınmasının məsələnin həllinə əhəmiyyətli təsiri

yoxdur. Bu fikrin irəli sürülməsi aparılmış tədqiqatların nəticələrinə əsaslanır.

$$\chi(\varepsilon_o) = I + \chi_2 \varepsilon_o^2; \quad \gamma(\psi_o^2) = I + \gamma_2 \psi_o^2 \quad (3)$$

(1) ifadəsini deformasiyaya görə də yazsa bilərik:

$$\varepsilon_i = -\frac{1}{3K} k(S_o) \sigma_o + \frac{1}{2G} g(t_o^2)(\sigma_i - \sigma_o) \quad (4)$$

$K(S_o)$ və $g(t_o^2)$ uypun olaraq orta gərginlik və toxunan gərginliyin intensivliyi funksiyalarıdır.

Əmsallar arasındakı əlaqə aşağıdakı kimidir:

$$k_1 = -\chi_1, \quad k_2 = 2\chi_1^2 - \chi_2,$$

$$k_3 = -(5\chi_1^3 - 5\chi_1\chi_2 + \chi_3)$$

$$g_2 = -\gamma_2, \quad g_4 = 3\gamma_2^2 - \gamma_4 \quad \text{və s.}$$

Daxili konturu üzrə sərf bərkidilmiş, qalınlığı h , daxili radiusu b , xarici radiusu isə a olub bütün səthi üzrə q intensivlikli yayılmış yüklə yüklənmiş həlqəvi lövhənin simmetrik əyilmə məsələsinə baxaq.

Həlqəvi lövhələr polyar koordinat sisteminə hesablanır və simmetrik əyilmədə əyilmə funksiyası yalnız bir koordinatdan rr (radius) asılı olur.

Həlqəvi lövhənin neytral səthinin əyintisi xətti nəzəriyyəyə əsasən aşağıdakı funksiya ilə təyin edilir:

$$\omega = \frac{q_o a^4}{64 N} \left[-\beta^4 + 2(\beta^2 - k_1 - 2)(\beta^2 - \right. \quad (5)$$

$$\left. -\rho^2) + \rho^4 - 4k_1 \beta^2 \ell n \frac{\rho}{\beta} - 8\rho^2 \ell n \frac{\rho}{\beta} \right]$$

$$k_1 = \frac{1 - \nu + (1 + \nu)(\beta^2 - 4\ell n \beta)}{1 + \nu + (1 - \nu)\beta^2};$$

$$\rho = \frac{r}{a}; \quad \beta = \frac{b}{a}$$

Normal gərginliyin maksimum qiymətləri lövhənin sərt bərkidilmiş daxili konturunda yaranır:

$$\sigma_{\max} = (\sigma_r)_{\beta} = \frac{3q_0 a^2}{4\delta^2} \times \left[\frac{1 + 3\nu - 4\nu\beta^2 - (1-\nu)\beta^4 + 4(1+\nu)\ell n\beta}{(1+\nu) + (1-\nu)\beta^2} \right]$$

Əyintinin maksimum qiyməti lövhənin xarici konturunda yaranır:

$$\omega_{\max}^* = (\omega)_{\rho=a} = \frac{q_0 a^4}{64N} \left[(s - \beta^2)(1 - \beta^2) + 8\ell n\beta + 2K_1(1 - \beta^2 + 2\beta^2 \ell n\beta) \right]$$

Fiziki qeyri-xətli qoyuluşda həlqəvi lövhənin simmetrik əyilməsinin diferensial tənliyinin həlli kifayət qədər mürəkkəb olduğundan, baxılan məsələnin həllində başqa üsullardan da istifadə etmək olar. Bu üsullardan biri də Rits üsuludur. Bu üsul energetik üsul olub, potensial enerjinin minimum olması prinsipinə əsaslanır.

$$\omega = \sum_{k=1}^n a_k w_k^* = a_1 \omega_1^* + a_2 \omega_2^* + a_3 \omega_3^* + \dots + a_n \omega_n^* \quad (6)$$

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ axtarılan parametrlərdir; $\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*, \dots, \omega_n^*$ neytral səthin əyilməsini ifadə edən aproksimasiya funksiyalarıdır.

Bu parametrləri elə axtarmaq lazımdır ki, tam potensial enerji Π minimum qiymət alsın, yəni

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_k} = 0 \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n)$$

Axtarılan parametrlərə nəzərən bunlar n sayda qeyri-xətli tənliklərdir (6) sırasından bir həddi götürməklə məsələnin təxmini həllini ola bilərik.

$$\omega = a_1 \omega_1 \quad (7)$$

ω_1^* – həlqəvi lövhənin xətti nəzəriyyəyə əsaslanan əyilmə funksiyasıdır.

a_1 – parametrini təyin etmək üçün aşağıdakı kub tənlikdən istifadə edirik [1]:

$$\frac{4}{3}(a_1 - 1)L^3 + (6K\chi_2 E_4^* + G\chi_2 \psi_4^*)a_1^3 = 0 \quad (8)$$

L^* – Huk qanunu daxilində q intensivlikli yayılmış yükün gördüyü işdir.

(8) kub tənliyinə daxil olan funksiyalar aşağıdakı düsturlar vasitəsilə təyin edilir:

$$L^* = \pi \int_b^a q(r) w(r) dr \quad (9)$$

$$E_4^* = \frac{2\pi}{64} \frac{h^2}{5} \left(\frac{1 - 2\nu_0}{1 - \nu_0} \right)^4 \times \int_b^a \left(\omega^{**} + \frac{1}{r} \omega^* \right)^4 r dr \quad (10)$$

$$\psi_4^* = 2\pi \left(\frac{2}{9} \right)^2 \frac{h^5}{5} \int_b^a \left[v_1 \left(\omega^{**2} + \frac{1}{r^2} \omega^{*2} \right) + \frac{v_2}{r} \omega^* \omega^{**} \right] r dr \quad (11)$$

ν_0 – Poasson əmsalıdır:

$$\nu_0 = \frac{1}{2} \frac{3K + 2G}{3K + G}; \quad \nu_1 = \frac{\nu_0}{(1 - \nu_0)^2} + 1; \quad \nu_2 = \frac{2\nu_0}{(1 - \nu_0)^2} - 1;$$

Materialların verilmiş mexaniki xarakteristikaları əsasında (9), (10) və (11) funksiyaları hesablanaraq (8) kub tənliyinə nəzərə alınmaqla axtarılan a_1 parametrini təyin edirik.

Aşağıdakı verilənlər əsasında baxılan məsələnin həllini araşdırırıq:

$$K = 1,35 \cdot 10^6 \text{ kq / sm}^2;$$

$$G = 0,477 \cdot 10^6 \text{ kq / sm}^2$$

$$N = 120811 \text{ kq / sm}^2; \quad \nu_0 = 0,34,$$

$$a = 60 \text{ sm}, \quad h = 1,0 \text{ sm}; \quad b = 20 \text{ sm}.$$

$$q_0 = 0,5 \text{ kq / sm}^2 \quad (1);$$

$$q_0 = 1,0 \text{ kq / sm}^2 \quad (2);$$

$$q_0 = 1,3 \text{ kq / sm}^2 \quad (3);$$

Məlum düsturlardan istifadə etməklə xarakterik kəsiklərdə gərginlik komponentləri və əyintilər hesablanır. Bu verilənlər əsasında aldığımız nəticələrə uyğun olaraq qeyd edə bilərik ki, yayılmış yükün intensivliyi artdıqca fiziki qeyri-xəttilik daha çox büruzə verir.

ƏDƏBİYYAT

1. Каудерер Г. Нелинейная механика. ИЛ. М., 1961, 777с.
2. Вайнберг Д.В. Вайнберг Е.Д. Расчет пластин. Киев, 1970, 436с.
3. İbrahimov Ş.H. Qeyri-xətli elastik dairəvi lövhələrin əyilməsi. Ekologiya və su təsərrüfatı jurnalı, №5, dekabr, 2021-ci il.

İbrahimov Ş.H.

Fiziki qeyri-xətli həlqəvi lövhələrin əyilməsi

XÜLASƏ

Bu məqalədə fiziki qeyri-xətli materialdan hazırlanmış sabit qalınlıqlı nazik həlqəvi lövhələrin simmetrik əyilmə məsələsinə baxılmışdır. Potensial enerjinin minimum olması prinsipinə əsaslanan Rits üsulundan istifadə etməklə məsələ həll edilmişdir. Məsələnin nəticələrinə əsaslanaraq qeyd edilmişdir ki, yayılmış yükün intensivliyi artdıqca qeyri-xəttilik özünü daha çox büruzə verir.

УДК 62-50

Ибрагимов Ш.А.

Изгиб физически нелинейных кольцевых пластин

РЕЗЮМЕ

В данной статье рассматривается задача о симметричном изгибе тонких кольцевых пластин постоянной толщины из физически нелинейного материала. Задача решалась методом Ритца, основанным на принципе минимума потенциальной энергии. По результатам решенной задачи было отмечено, что по мере увеличения интенсивности распределенной нагрузки нелинейность становится более явной.

Ibrahimov Sh.H.

Bending of physically nonlinear annular plates

SUMMARY

In this article, the problem of symmetric bending of thin annular plates of constant thickness made of physical non-linear material is considered. The problem was solved using the Ritz method based on the principle of minimum potential energy. Based on the results of the case, it was noted that as the intensity of the distributed load increases, the nonlinearity becomes more apparent.

Məqaləyə AzMTU-nun "Mexanika" kafedrasının dosenti D.Ə. Mahmudov rəy vermişdir.

le
v