

YARIMSİLİNDRİK FORMALI YASTIĞIN RƏQSLƏRİ

Körpülərdə yaranan rəqsləri söndürmək məqsədi ilə onları xüsusi formalı yastqlar üzərində yerləşdirirlər. Yastqların formasından asılı olaraq, onların hesabatları da müxtəlif üsullarla aparılır. [1] işində ətalətli dayaq üzərində yerləşən, temperatur təsirinə məruz qalan üçaylı dairəvi lövhənin sərbəst rəqsləri tədqiq olunmuşdur. Nəzərdə tutulmuşdur ki, laylar qeyri-simmetrik yerləşmişdir və onlar arasında yerdəyişmələrin kəsilməməzlik şərti ödənilir. Ətalətli dayağın təsiri nəzərə almaq üçün Vinkler modelindən istifadə edilmişdir. Məsələnin analitik həlli qurulmuşdur. Göstərilmişdir ki, dayağın ətalətliliyinin artması lövhənin rəqslərinin artmasına, periodunun isə azalmasına səbəb olur. Dayağın xüsusi şəkisinin 500-dən 1000 kq/m^2 qədər artması rəqs amplitudunun 47%, 1000-dən 1500 kq/m^2 qədər artması isə rəqs amplitudunun 25% artmasına gətirib çıxarır.

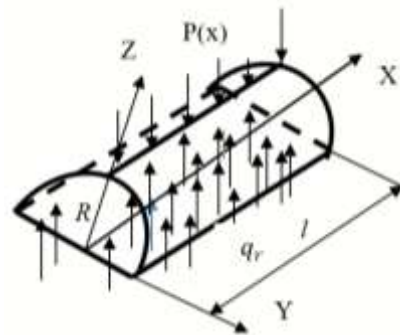
Üçaylı lövhə və örtüklərin dinamik və statik deformasiyası [2] monoqrafiyasında öyrənilmişdir. Birlaylı dəyişgən qalınlıqlı dairəvi lövhənin dinamik deformasiyası [3] işində tədqiq olunmuşdur. Sabit qalınlıqlı elastiki əsas üzərində yerləşən dinamik yükləməyə məruz qalan üçaylı lövhənin deformasiyasına [4], [5] məqalələrində baxılmışdır.

Pilləvari dəyişən sərhədli üçaylı çubuq [6] işində tədqiq edilmişdir.

Təqdim olunan məqalədə yarımşilindrik formada seçilmiş yastığın rəqsləri, dayanıqlığı məsələsi tədqiq edilmişdir. Hesab edilmişdir ki, yarımşilindrik yastığın hərəkəti elastiklik nəzəriyyəsinin yerdəyişmələrdə hərəkət

kət tənlikləri sistemi vasitəsi ilə təyin olunur. Baxılan yarımşilindrik yastığın sərbəst rəqs tezlikəri təyin olunmuş, bu kəmiyyətə konstruksiyanı xarakterizə edən parametrlərin təsiri öyrənilmişdir.

Fərz edək ki, yarımşilindrik yastıq dayaq üzərində yerləşmiş və körpü tərəfindən təsirə məruz qalmışdır (şəkil 1).



Şəkil 1. Dayaq üzərində yerləşmiş yarımşilindrik yastıq.

p - körpü tərəfindən yastığa təsir edən qüvvə q_r - dayaq tərəfindən yastığa təsir edən qüvvə

Məsələnin həllində Hamilton-Ostrogradski variysiya prinsipindən istifadə edəcəyik. Bu prinsipə əsasən [7]

$$\delta W = 0 \quad (1)$$

Burada $W = \int_{t'}^{t''} J dt$ - Hamilton təsiri, t' və t'' - verilmiş ixtiyari zaman anlarıdır.

$$J = V_{ks} - V_{ps} - A_p - A_q \quad (2)$$

Burada V_{ps} – yarım silindrik yastığın potensialı, V_{ks} – kinetik enerjisi, A_q – dayaq tərəfindən yarım silindrik yastığa təsir edən qüvvələrin yastığın nöqtələrinin yerdəyişmələrində gördüyü iş, A_p – körpü tərəfindən normal istiqamətdə yarım silindrik yastığa təsir edən qüvvələrin yastığın nöqtələrinin yerdəyişmələrində gördüyü işdir. Qeyd olunan kəmiyyətlər aşağıdakı kimi hesablanır:

$$V_{ps} = \frac{\lambda_s + 2\mu_s}{2} (e_{11}^2 + e_{22}^2 + e_{33}^2) + (\lambda_s + 2\mu_s) (e_{11}e_{22} + e_{22}e_{33} + e_{11}e_{33}) \quad (3)$$

$$V_{ks} = \frac{\rho_s}{2} \iiint_V \left(\left(\frac{\partial s_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial s_\theta}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial s_r}{\partial t} \right)^2 \right) dx dy dr$$

$$A_q = - \iint_S q_r s_r|_{r=0} dx dy; \quad (4)$$

$$A_p = - \int p(x) s_r|_{r=R, \theta=\pi/2} dx \quad (5)$$

Burada s_x, s_θ, s_r yastığın nöqtələrinin yerdəyişmələri, t -zaman, e_{11}, e_{22} , deformasiya komponentləri olub, s_x, s_θ, s_r yerdəyişmələri vasitəsi ilə aşağıdakı şəkildə ifadə olunur:

$$e_{11} = \frac{\partial s_r}{\partial r}, e_{22} = R \left(\frac{\partial s_\theta}{\partial \theta} + s_r \right), e_{33} = \frac{\partial s_x}{\partial x} \quad (6)$$

Hesab edəcəyik ki, dayaq tərəfindən yastığa təsir edən q_r yastığın əyintisi s_r ilə, Vinkler modelinə uyğun, aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$q_r = k_g s_r + m_d \frac{\partial^2 s_r}{\partial t^2} \quad (7)$$

Burada k_g - sərtlik əmsalı, m_d - elastiki dayaq materialının xüsusi çəkisidir.

$P(x)$ qüvvəsi isə

$$P(x) = p_0 \cos \frac{n\pi}{2} \sin kx \sin \omega t \quad (8)$$

şəklində qəbul edilir.

Yarım silindrik yastığın s_x, s_θ, s_r yerdəyişmələri elastiklik nəzəriyyəsinin yerdəyişmələrdə yazılmış hərəkət tənliyinin həllindən tapılır [8]:

$$a_l^2 \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} - a_l^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{u} + \rho_s \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

$$a_l = \sqrt{\frac{\lambda_s + 2\mu_s}{\rho_s}}, \quad a_e = \sqrt{\frac{\mu_s}{\rho_s}}$$

ρ_s – sıxlıq, λ_s və μ_s – Lamé əmsallarıdır. Silindrik yastığın ətalət təsirini rəqs prosesinə nəzərə almayacağıq. Bu halda (9) tənliyinin həlli aşağıdakı şəkildə olur [8]:

$$s_x = \left[\left(-kr \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} - 4(1-\nu_s) k I_n(kr) \right) A_s + k I_n(kr) B_s \right] \cos n\theta \cos kx \sin \omega t$$

$$s_\theta = \left[-\frac{n}{R} I_n(kr) B_s - \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} C_s \right] \times \sin n\theta \sin kx \sin \omega t \quad (10)$$

$$s_r = \left[-k^2 r I_n(kr) A_s + \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} B_s + \frac{n}{R} I_n(kr) C_s \right] \cos n\theta \sin kx \sin \omega t$$

(10) ifadələrini (6) və (3)-(5)-də nəzərə alsaq, yaza bilərik:

$$V_{ps} = \left\{ \frac{\pi l (\lambda_s + 2\mu_s)}{8} \int_0^R [\beta_1^2(r) + k^4 \beta_4(r)] \times \right. \\ \times dr + \frac{\pi l (\lambda_s + \mu_s) k^2}{4} \int_0^R [\beta_1(r) \beta_4(r) + \\ + r^2 I_n(kr)] dr \Big\} A_s^2 + \left\{ \frac{\pi l (\lambda_s + 2\mu_s)}{8} \times \right. \\ \times \int_0^R \left[\left(\frac{\partial^2 I_n(kr)}{\partial r^2} \right)^2 + k^4 I_n^2(kr) + \beta_2^2(r) \right] \times \\ \times dr - \frac{\pi l (\lambda_s + \mu_s) k^2}{4} \int_0^R I_n(kr) \times \\ \times \frac{\partial^2 I_n(kr)}{\partial r^2} dr \Big\} B_s^2 + \left\{ \frac{\pi l (\lambda_s + 2\mu_s)}{8} \times \right. \\ \times \int_0^R \left[\frac{n^2}{R^2} \left(\frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} \right)^2 + \beta_3^2(r) \right] dr \Big\} \times \\ \times C_s^2 + \left\{ \frac{\pi l (\lambda_s + 2\mu_s)}{8} \int_0^R \left[2 \frac{\partial^2 I_n(kr)}{\partial r^2} \times \right. \right. \\ \times \beta_1(r) - 2k^2 r I_n(kr) \beta_2(r) -$$

$$\begin{aligned}
 & -2k^4 I_n(kr) \beta_4(r) \Big] dr + \frac{\pi l (\lambda_s + \mu_s) k^2}{4} \times \\
 & + \left\{ \frac{\pi l (\lambda_s + 2\mu_s)}{4} \int_0^R \left[\frac{n}{R} \frac{\partial^2 I_n(kr)}{\partial r^2} \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \beta_2(r) \beta_3(r) \right] dr - \frac{\pi \ln(\lambda_s + \mu_s) k^2}{4R} \times \right. \\
 & \left. \times \int_0^R I_n(kr) \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} dr \right\} B_s C_s \Big\} \sin^2 \omega t + \\
 & \left\{ \frac{\pi l (\lambda_s + 2\mu_s)}{4} \int_0^R \left[\frac{n}{R} \frac{\partial^2 I_n(kr)}{\partial r^2} \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \beta_2(r) \beta_3(r) \right] dr - \frac{\pi \ln(\lambda_s + \mu_s) k^2}{4R} \times \right. \\
 & \left. \times \int_0^R I_n(kr) \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} dr \right\} B_s C_s \Big\} \sin^2 \omega t \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\beta_1(r) = -k^2 \left(I_n(kr) - r \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} \right);$$

$$\beta_2(r) = \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} - \frac{n^2}{R} I_n(kr);$$

$$\beta_3(r) = n \left(\frac{1}{R} I_n(kr) - \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} \right)$$

$$\beta_4(r) = \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} + 4(1 - \nu_s) I_n(kr)$$

$$\begin{aligned}
 A_q = & \frac{lR}{2} \left(1 + \frac{\sin 2n}{2n} \right) \left[\left(\frac{\partial I_n(0)}{\partial r} \right)^2 B_s^2 + \right. \\
 & + \frac{2n}{R} I_n(0) \frac{\partial I_n(0)}{\partial r} B_s C_s + \\
 & \left. + \left(\frac{n}{R} I_n(0) \right)^2 C_s^2 \right] \times (k_g - \omega^2 m_d) \sin^2 \omega t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_p = & -\frac{lp_0}{2} \left[-k^2 R I_n(kR) A_s + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial I_n(kR)}{\partial r} B_s + \frac{n}{R} I_n(kR) C_s \right] \sin^2 \omega t
 \end{aligned}$$

(11) ifadələrini (2)-də nəzərə alsaq, J funksiyasının ifadəsini almaq olar. (11) ifadələrindən görüldüyü kimi J funksiyası A_s , B_s , C_s sabitlərinə nəzərən çoxhədlidir. Hamilton-Ostrogradski variyasiya prinsipindən istifadə edərək, J ifadəsini asılı olmayan A_s , B_s , C_s A_s ,

B_s , C_s sabitlərinə nəzərən variasiyalasaq və asılı olmayan variyasiyaların əmsallarını sıfıra bərabər etsək, aşağıdakı qeyri-bircins cəbri tənliklər sistemini alırıq:

$$1) \frac{\partial J}{\partial A_s} = \varphi_1; 2) \frac{\partial J}{\partial B_s} = \varphi_2; 3) \frac{\partial J}{\partial C_s} = \varphi_3. \quad (12)$$

Sonuncu sistemi açıq şəkildə yazsaq, alırıq:

$$\begin{cases} \varphi_{11} A_s + \varphi_{12} B_s + \varphi_{13} C_s = -\frac{lp_0}{2} k^2 R I_n(kR) \\ \varphi_{21} A_s + \varphi_{22} B_s + \varphi_{23} C_s = -\frac{lp_0}{2} \frac{\partial I_n(kR)}{\partial r} \\ \varphi_{31} A_s + \varphi_{32} B_s + \varphi_{33} C_s = -\frac{lp_0}{2} \frac{n I_n(kR)}{R} \end{cases} \quad (13)$$

(13) sistemdən A_s , B_s , C_s sabitlərini Kramer qaydasına əsasən təyin edə bilərik:

$$A_s = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad B_s = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad C_s = \frac{\Delta_3}{\Delta} \quad (14)$$

Burada Δ_i - sistemin baş determinantı, $\Delta_i (i=1, 2, 3)$ - köməkçi determinantlardır.

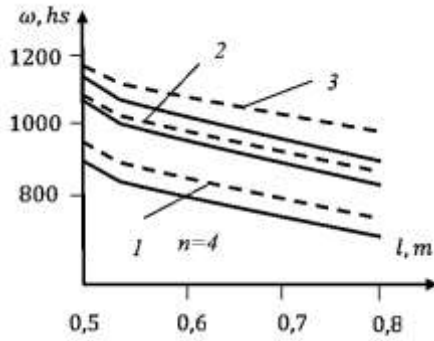
(14)-ü (10)-da s_r ifadəsində nəzərə alsaq səth nöqtələrinin yerdəyişmələri üçün yazı bilərik:

$$\begin{aligned}
 s_r = & \Delta^{-1} \left[-k^2 R I_n(kR) \Delta_1 + \frac{\partial I_n(kR)}{\partial r} \Delta_2 + \right. \\
 & \left. + \frac{n}{R} I_n(kR) \Delta_3 \right] \cos \frac{n\pi}{2} \sin kx \sin \omega t
 \end{aligned}$$

Konstruksiyanın rezonans tezlikləri $\Delta=0$ şərtindən tapılır. $\Delta=0$ tənliyinin kökləri ədədi üsulla hesablanmışdır. Hesablamada yarım-silindrik dayağı xarakterizə edən parametrlər üçün aşağıdakı qiymətlər götürülmüşdür:

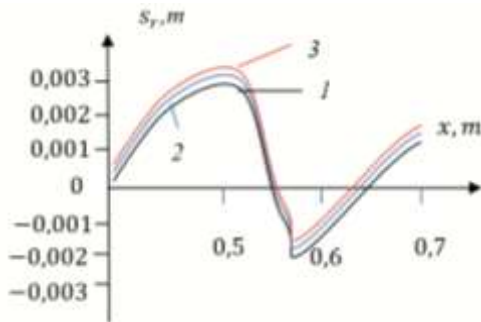
$$\begin{aligned}
 k_g = & 50 \frac{\text{MPa}}{m}, \quad m_d = 1000 \frac{\text{MPa}}{m} \\
 a_i = & 2,25a_i; \quad a_i = 308m/\text{san}.
 \end{aligned}$$

Hesablamaların nəticələri şəkil 2-də sistemin tezlik parametrlərinin yarım-silindrin uzunluğu l -dən asılılığı şəklində verilmişdir.



Şəkil 2. Tezlik parametrinin yarım silindrin uzunluğundan asılılığı

Şəkil 2 – dən görüldüyü kimi silindrin uzunluğu artdıqca məxsusi rəqs tezlikləri azalır, dayaq materialının xüsusi çəkisinin artdıqda artır. Yarım silindrin səth nöqtələrinin əyintisinin x koordinatından asılılığı dayaq materialının xüsusi çəkisinin müxtəlif qiymətləri üçün şəkil 3-də verilmişdir. Şəkil 3 göstərir ki, dayaq materialının xüsusi çəkisinin artması onun ətalət təsirinin güclənməsinə, bu da öz növbəsində yarım silindrin səth nöqtələrinin əyintisinin artmasına səbəb olur. Hər iki şəkildə 1 əyrisinə $m_d = 1000 \frac{\text{MPa}}{m}$, 2 əyrisinə $m_d = 1500 \frac{\text{MPa}}{m}$, 3 əyrisinə $m_d = 2000 \frac{\text{MPa}}{m}$ uyğundur.



Şəkil 3. Yarım silindrin əyintisinin x koordinatından asılılığı

ƏDƏBİYYAT

1. Леоненко Д.В. Свободные колебания трехслойной круговой пластины на инерционном основании при действии температуры/ Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины, №6(117), 2019, с.174-179.

2. Старовойтов, Э.И. Вязкоупругопластические слоистые пластины и оболочки / Гомель : БелГУТ, 2002. – 344 с.
3. Коваленко, А.Д. Круглые пластины переменной толщины /А. Д. Коваленко. – Москва : Физматгиз, 1959. – 294 с.
4. Леоненко, Д. В. Свободные колебания трехслойной круговой пластины на инерционном основании при действии температуры /Д.В. Леоненко //Известия Гомельского гос. Ун-та им. Ф. Скорины. Естественные науки. – 2019. – № 6 (117). – С. 174–179.
5. Леоненко, Д. В. Свободные колебания круговых трехслойных пластин на упругом основании /Д.В. Леоненко // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2008. – № 3. – С. 42.
6. Старовойтова, Е.Э. Напряженное состояние металлополимерного трехслойного стержня прямоугольного сечения со ступенчато-переменной границей /Е.Э. Старовойтова //Механика машин, механизмов и материалов. – 2010. – № 1 (10). – С. 58–62.
6. Новацкий В.Теория упругости. Москва, Мир, 1975,872 с.
7. Латифов Ф.С. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой, Баку, 1999, с. 164.

UOT:539.3

QARAYEV P.Ş.

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti

Yarım silindrik formalı yastığın rəqsləri

XÜLASƏ

Məqalədə yarım silindrik formada qəbul edilmiş yastığın rəqsləri məsələsinə baxılmışdır. Qəbul edilmişdir ki, yarım silindrik yastığın hərəkəti elastiklik nəzəriyyəsinin yerdəyişmələrdə hərəkət tənlikləri sisteminin həllindən təyin olunur. Yarım silindrik yastığın sərbəst rəqs tezlikləri təyin olunmuş, bu kəmiyyətlərə konstruksiyayı xarakterizə edən parametrlərin təsiri öyrənilmişdir.

УДК: 539.4

ГАРАЕВ П.Ш.

*Азербайджанский Архитектурно-
Строительный Университет*

**Колебания подушки в форме
полуцилиндра**

РЕЗЮМЕ

В статье рассмотрен вопрос о колебаниях полуцилиндрической подушки. Принято, что движение полуцилиндрической подушки определяется решением системы уравнений движения в перемещениях теории упругости. Определена частота свободных колебаний полуцилиндрической подушки и изучено влияние на эти величины параметров, характеризующих конструкцию.

GARAYEV P.Sh.

*Azerbaijan University of
Architecture and Construction*

**Cushion vibrations in the
form of a half-cylinder**

SUMMARY

It is accepted that the motion of a semi-cylindrical pillow is determined by the solution of the system of equations of motion in the displacements of the theory of elasticity. The frequency of free oscillations of a semi-cylindrical pillow is determined and the influence of the parameters characterizing the design on these values is studied.

*Məqaləyə AzMİU-nun "Mexanika"
kafedrasının dosenti Ş.H. İbrahimov
rəv vermişdir.*