

УДК 539.3

МАМЕДСАДЫГОВ Г.Г., АЛИЕВ Р.Д.

(AzACU)

## УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК В ПРЕДЕЛАХ УПРУГОСТИ

Прежде всего приведём основные соотношения линейной теории круговых цилиндрических оболочек постоянной толщины  $h$ . Обозначим радиус кривизны срединной поверхности через  $R$ . В качестве параметров, определяющих координаты  $x$  и  $y$ , откладываемые соответственно вдоль образующей и по дуге (рис. 1). Перемещения вдоль этих линий и по нормали по-прежнему обозначим через  $u$ ,  $v$  и  $\omega$ ; прогибы  $\omega$  считаем положительными, если они направлены к центру кривизны.

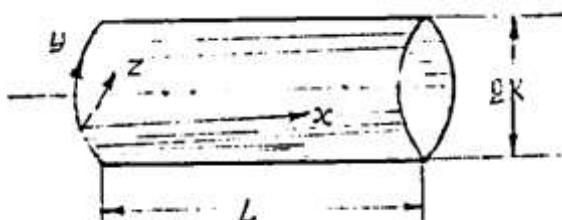


Рис. 1. Координатные линии при рассмотрении цилиндрической оболочки

Первая квадратичная форма срединной поверхности будет здесь

$$I = dx^2 + dy^2 \quad (1)$$

Следовательно, мы должны принять в обозначениях предыдущей статьи [5].  $a_{11}=A_1=1$ ,  $a_{22}=A_2=1$ ,  $a_{12}=0$  и далее,  $\xi=x$ ,  $\eta=y$ . Кроме того надо положить  $R_1=\infty$ ,  $R_2=R$ . Так как коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  здесь постоянны, все соотношения теории оболочек сильно упрощаются.

Выражения для деформаций в срединной поверхности получают вид

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\omega}{R}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad (2)$$

параметры изменения кривизны по [5] будут

$$\begin{aligned} x_x &= -\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}, \quad x_y = -\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}, \\ x_{xy} &= -\frac{1}{2R} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (3)$$

Отметим, что для параметра  $x_y$  в литературе применяется и другое выражение:

$$x_y = -\frac{\omega}{R^2} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \quad (4)$$

Его можно получить из (2), если принять условия «нерастяжимости» срединной поверхности в направлении дуги:  $\varepsilon_y = 0$ , тогда будет\*

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial y} = \frac{\omega}{R} \quad (5)$$

При рассмотрении изотропных оболочек будем вводить в основные соотношения не усилия  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $T$ , а непосредственно напряжения в срединной поверхности

$\sigma_x = \frac{N_x}{h}$ ,  $\sigma_y = \frac{N_y}{h}$  и  $\tau = \frac{t}{h}$ . Уравнения равновесия (5.63) - (5.65) (в [5]) в проекциях на ось  $x$ , касательную к линии  $y$ , и ось  $z$  перепишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} + \frac{1}{h} q_x &= 0, \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \frac{Q_y}{Rh} + \frac{1}{h} q_y &= 0 \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{h \sigma_y}{R} + q_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Уравнения моментов (5.66)-(5.68) получают форму

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} - Q_x = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0 \quad (7)$$

Найдем  $Q_x$  и  $Q_y$  из (7) и поставим в (6), тогда получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} + \frac{1}{h} q_x &= 0, \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \frac{1}{Rh} \left( \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \right) + \frac{1}{h} q_y &= 0 \quad (8) \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{h \sigma_y}{R} + q_z &= 0 \end{aligned}$$

Определим, далее, напряжение в срединной поверхности по (8) и (2)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial y} - \frac{\omega}{R} \right) \right], \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial \vartheta}{\partial y} - \frac{\omega}{R} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right], \\ \tau &= \frac{E}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

И моменты из (8)

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \mu \left( \frac{1}{R} \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \right], \\ M_y &= -D \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right], \\ H &= -D(1-\mu) \left( \frac{1}{2R} \frac{\partial \nu}{\partial x} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Введем выражения (9) и (10) в условия равновесия (8), тогда придём к следующим уравнениям.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2} \times \\ \times \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x \partial y} - \frac{\mu}{R} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{1-\mu^2}{Eh} q_x &= 0, \\ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{h^2}{12R^2} \times \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \right. \\ \left. + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \right) + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{1}{R} \frac{\partial \omega}{\partial y} + \\ + \frac{h^2}{12R} \left( \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial y^3} \right) + \frac{1-\mu^2}{Eh} \cdot q_y &= 0, \\ \frac{h^2}{12} \nabla^4 \omega + \frac{\omega}{R^2} - \frac{\mu}{R} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \\ + \frac{h^2}{12R} \left( \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial y^3} \right) - \frac{1-\mu^2}{Eh} q_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где  $\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2$ -двойной оператор Лапласа.

Мы получили один из вариантов уравнений теории цилиндрических оболочек в перемещениях\*). Перепишем эти уравнения в виде таблицы операторов по отношению к  $u, \vartheta, \omega$  (грузовые члены опущены) см. табл.1.

Отметим, что недиагональные члены этой таблицы построены симметрично.

Обратимся теперь к упрощенному варианту линейной теории оболочек. Новые выражения для изменений кривизны имеют вид

$$x_x = -\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}, \quad x_y = -\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}, \quad x_{xy} = -\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \quad (12)$$

**Таблица 1.**

**Дифференциальные операторы основных уравнений**

$u$	$\vartheta$	$\omega$
$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2}$	$\frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$	$-\frac{\mu}{R} \frac{\partial}{\partial x}$
$\frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$	$\left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \cdot \left( 1 + \frac{h^2}{12R^2} \right)$	$-\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{h^2}{12R^2} \left( \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3}{\partial y^3} \right)$
$-\frac{\mu}{R} \frac{\partial}{\partial x}$	$-\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{h^2}{12R} \left( \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3}{\partial y^3} \right)$	$\frac{h^2}{12} \nabla^4 + \frac{1}{R^2}$

Отметим, что недиагональные члены этой таблицы построены симметрично в соответствии с энергетическими принципами теории упругости и, в частности, с теоремой о взаимности работ.

В соответствии с упрощённым вариантом линейной теории оболочек новые выражения для изменений кривизны имеют вид:

$$x_x = -\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}, \quad x_y = -\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2}, \quad x_{xy} = -\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x \partial y} \quad (13)$$

Окончательные выражения для деформаций (2) и параметров кривизны (13) совпадают с такими же выражениями в теории пластинок, исключение составляют формула для  $\varepsilon_y$ , включающая здесь дополнительный член  $(-\vartheta/R)$ . Первые два уравнения равновесия (8) приобретают вид.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \end{array} \right\} \quad (14)$$

Они аналогичны соответствующим уравнениям для элемента пластинки. Это позволяет ввести функцию  $\phi$ .

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad \tau = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}, \quad (15)$$

Уравнение совместности деформаций получает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial y} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \\ \frac{1+\mu}{2} \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x \partial y^3} + \\ + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^4 v}{\partial x^3 \partial y} - \frac{1}{R} \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Идя далее по пути, приходим к окончательным уравнениям [5]. Полагая по (5.84), ([5]).

$$\nabla_k^2 = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

Находим:

$$\frac{D}{h} \nabla^4 \omega = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{q_z}{h} \quad (17)$$

$$\frac{1}{E} \nabla^4 \phi = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (18)$$

Нами получена известная система уравнений смешанного типа относительно прогиба  $\omega$  и функции напряжений  $\phi$ , лежащую в основе многих исследований. При решении задач устойчивости оболочек в уравнение (17) надо подставить вместо  $q_z/h$  величину  $\Pi(\sigma, x)$ , в полном виде уравнение будет

$$\begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^4 \omega &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - P_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - \\ &- P_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - 2s \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (19)$$

Далее, уравнения (19) и (17) можно привести к одному разрешающему уравнению вида (1.91a). Если напряжения  $P_x, P_y$  не зависят от координат, получим:

$$\begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^8 \omega + \frac{E}{R^2} \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + P_x \nabla^4 \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) + \\ + P_y \nabla^4 \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + 2s \nabla^4 \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Упрощённый вариант теории цилиндрических оболочек можно представить и в виде уравнений в перемещениях. В таблице 1 можно при этом отбросить члены со вторыми и третьими производными, коэффициенты в которых содержат  $h^2$ , тогда придём к следующей таблице 2.

Эти операторы также обладают полной симметрией. Приведенные в таблице 2 уравнения можно преобразовать. Дифференцируя второе уравнение по  $x$  и  $y$ , находим:

Таблица 2.

**Дифференциальные операторы основных уравнений**

$u$	$\vartheta$	$\omega$
$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2}$	$\frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$	$-\frac{\mu}{R} \frac{\partial}{\partial x}$
$\frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$	$\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$	$-\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial y}$
$-\frac{\mu}{R} \frac{\partial}{\partial x}$	$-\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial y}$	$\frac{h^2}{12} \nabla^4 + \frac{1}{R^2}$

$$\frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial x \partial y^3} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^4 v}{\partial x^3 \partial y} - \frac{1}{R} \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (21)$$

$$R \frac{\partial^4 \varepsilon_x}{\partial y^4} + \frac{1}{K} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 x y}{\partial x^2} \quad (24)$$

Уравнения (8) приобретают вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} + \frac{1}{h} q_x = 0, \quad (25)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \frac{1}{R_h} \cdot \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{1}{h} q_y =$$

$$= \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{h}{R} \sigma_y + q_z = 0$$

Пользуясь первым уравнением, определяем входящие сюда производные  $v$ , тогда придём к уравнению

$$R \nabla^4 u = \mu \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} \quad (22)$$

Аналогичное уравнение для  $v$  имеет вид

$$R \nabla^4 v = (2+\mu) \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} \quad (23)$$

Рассмотрим другой вариант упрощения основных уравнений. Такая теория оболочек получила название полубезмоментной\*).

При этом выполняется условие (5), поэтому для  $x_y$ , получаем выражение (4)

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, x_y = - \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \frac{\omega}{R^2} \right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\omega}{R}, \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial v}{\partial x}$$

Отсюда вытекает соотношение

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

Сопоставляя его с выражением для  $x_y$ , приходим к следующему уравнению совместности деформаций:

Объединяя их, получаем уравнение равновесия

$$\frac{\partial^4 M_y}{\partial y^4} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + h \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = P \quad (26)$$

где

$$P = - \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} - R \frac{\partial^2 q_z}{\partial y^2} \quad (27)$$

Соотношения закона Гука выпишем в виде

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} \varepsilon_x \approx E \varepsilon_x, \quad (28)$$

$$M_y = \frac{E h^3}{12(1-\mu^2)} x_y = D x_y$$

Введём переменные  $\alpha = \frac{x}{R}$ ,  $\beta = y / R$  и воспользуемся оператором

$$\Omega = \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} + \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \quad (29)$$

тогда уравнения (19) и (20) примут вид

$$\begin{aligned} \Omega\sigma_x - \frac{12R}{h^3} \frac{\partial^2 M_y}{\partial \alpha^2} &= \\ = 0, R_h \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial \alpha^2} + \Omega M_y &= R^2 P^* \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$P^* = -\frac{\partial q_x}{\partial \alpha} + \frac{\partial q_y}{\partial \beta} - \frac{\partial^2 q_z}{\partial \beta^2} \quad (31)$$

Исключая  $\sigma_x$  и подставляя  $M_y$  по (30), приходим после исключения (для задач устойчивости) оператора  $\left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1\right)$  к уравнению

$$D\Omega\Omega\omega + EhR^2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial \alpha^4} = -R^4 \frac{\partial^2 P^*}{\partial \beta^2} \quad (32)$$

Этим уравнением следует пользоваться, исследуя устойчивость оболочек средней и особенно большой длины при том характере волнобразования, о котором говорилось выше.

Отметим, что уравнению (19) непосредственно связывает изменение кривизны  $x_y$ , характеризующее искажение контура поперечного сечения, с деформацией  $\varepsilon_x$ , определяющей искажение сечения в направлении образующей т.е. депланацию сечения. Напряжения  $\sigma_x$ , возникающие которую мы называли бимоментом. Таким образом, данный вариант теории оболочек тесно связан с теорией тонкостенных стержней.

К приведённым выше уравнениям мы будем обращаться в последующем при решении линейных задач. В нелинейных задачах будем пользоваться упрощенными уравнениями теории гибких оболочек, приведёнными в [5], полагая  $k_1=0$ .

Окончательные уравнения получают вид\*.

$$\frac{D}{h} \nabla^4 \omega = L(\omega, \phi) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (33)$$

$$\frac{1}{E} \nabla^4 \phi = -\frac{1}{2} L(\omega, \omega) - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \quad (34)$$

Дополненное разрушающее уравнение типа (17) будет

$$\begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^8 \omega + \frac{E}{R^2} \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} - \nabla^4 L(\omega, \phi) + \\ + \frac{E}{2R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} L(\omega, \omega) = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

При исследовании оболочек с начальной погибью надо воспользоваться уравнениями (5.11), они переходят в следующие (при  $q=0$ )

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{h} \nabla^4 (\omega - \omega_0) &= L(\omega, \phi) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \\ \frac{1}{E} \nabla^4 \phi &= -\frac{1}{2} [L(\omega, \omega) - L(\omega_0, \omega_0)] \\ - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (\omega - \omega_0)}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Если с помощью уравнений (26)-(29) исследуется закритическая деформация оболочки, то производные от  $\phi$  по формулам (13) определяют полные напряжения и включают, таким образом, критические усилия.

Интегрируя приведённые выше линейные (либо нелинейные) уравнения, мы должны удовлетворить граничным условиям. Выясним каковы будут эти усилия для торцевых сечений замкнутой оболочки\*\*). При шарнирном опирании и или защемлении оболочки по краям  $x=0$ ,  $x=L$  должно быть соответственно

$$\omega=0, \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}=0 \quad \text{или} \quad \omega=0, \frac{\partial \omega}{\partial x}=0.$$

Далее, необходимо формулировать условия, касающиеся перемещений  $u$ ,  $v$ , а также усилий в срединной поверхности. Если точки краев свободно смещаются вдоль образующей и по дуге. В этих точках будет  $\sigma_x = 0$ ,  $\tau = 0$ . В другом предельном случае несмущающихся кромок надо положить  $u = 0, v = 0$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Александровский С.В., Об устойчивости цилиндрической оболочки при больших прогибах, «расчет пространств конструкций» Стройиздат (1955), 453-492
2. Леонтьев Н.Н. К вопросу устойчивости замкнутой цилиндрической оболочки, Научн. доклад. Высшей школы, Строительство, №1 (1958), 26-34.
3. Лукаш П.А., Об устойчивости ортотропных цилиндрических оболочек, Научн. Доклад высшей школы, Строительство, №2 (1958), 5-13
4. Садыгов И.Р. Расчет сетчатых цилиндрических оболочек на прочность и жесткость. «Инженерная Механика» Т.II, № 1-2, Баку, 2021, стр. 5-13.
5. Садыгов И.Р., Мамедсадыгов Г.Г. Расчет цилиндрических оболочек вращения по без моментной теории с учетом краевок эффектов. В журнале: «Теоретическая и прикладная механика», № 4, 2018. стр. 9-18.
6. Садыгов И.Р., Мамедсадыгов Г.Г. Вопросы деформации физически и геометрически нелинейных пластинок и пологих оболочек «Инженерная Механика» Т.II, № 3-4, Баку, 2021, стр. 5-13.
7. Садыгов И.Р., Мамедсадыгов Г.Г., Алиев Р.Д. Вариационное представление задачи упруго-пластических деформаций оболочек. «Инженерная Механика» Т.III, № 1-2, Баку, 2022, стр. 6-13.
8. Нагаев В.А., Определение нижней критической нагрузки цилиндрической оболочки при внешнем поперечном давлении, Изв. Акад. уч. зав., серия машиностр, №6 (1959), 46-52.
9. Мамедсадыгов Г.Г., Алиев Р.Д., Сейдов Н.Г. Уравнение теплопроводности двухслойной ортотропной оболочки, подкрепленным ребрами жесткости. В журнале: «Теоретическая и прикладная механика», № 3, 2009. стр. 96-104.
10. Мамедсадыгов Г.Г., Сейдов Н.Г., Алиева Г.М. Определение внутренних усилий и деформаций в произвольно нагретой подкрепленной оболочке. В журнале: «Теоретическая и прикладная механика», № 4, 2009. стр. 58-64.

Мəммəedsadıqov H.H., Əliyev R.D.

## Elastiklik hədudu daxilində silindrik qabıqların dayanıqlığı

### ANOTASIYA

Dairəvi silindrik qabıqların hazırlanmasının sadəliyi və çəkisinin az olması onun texnikanın müxtəlif sahələrində tətbiq olunmasına imkan verir. Bunlara üçan aparatların konstruksiyaları, mühərriliklər, sualtı qayıqlar, rezervuarlar, boru kəmərləri və s. daxildir. Silindrik qabıqların dağıılması müxtəlif qüvvələr təsirindən baş verə bilər: oxboyu sıxılmadan, eninə təzyiqdən, burulmadan, əyilmədən və s. Qeyd edək ki, bu qüvvələr ayrı-ayrılıqda və müxtəlif yük birləşmələri şəklində təsir edə bilər. Məqalədə bu yükləmələrə uyğun olaraq, silindrik qabıqların dayanıqlığı məsələsinə baxılır.

*Açar sözlər: qabıqlar, dağıılma, elastiklik həddi, oxboyu sıxılma, eninə təzyiq, dayanıqlıq, burulma, əyilmə, yükləmə növləri, konstruksiyalar, üçan aparatlar, yerdəyişmələr, gərginlik funksiyası və s.*

Мамедсадыгов Г.Г., Алиев Р.Д.

## Устойчивость цилиндрических оболочек в пределах упругости

### РЕЗЮМЕ

Оболочки кругового цилиндрического очертания отвечают, как правило, требованиям наименьшего веса конструкции и простоты изготовления, поэтому они широко применяются в различных областях техники. Они входят в конструкции летательных аппаратов и двигателей, подводных лодок, резервуаров, трубопроводов и т.д. Выпучивание цилиндрических оболочек может произойти в тех случаях, когда они подвергаются действию осевого сжатия, поперечного давления, кручения, изгиба, причем эти нагрузки встречаются отдельно либо в различных сочетаниях. В дальнейшем мы рассмотрим последовательно задачи об устойчивости оболочек при этих видах нагружения.

**Ключевые слова.** Оболочки, выпучивание, пределы упругости, осевое сжатие, цилиндрического очертания, попечного давления, устойчивость, кручение, изгиба, виды нагружения, области техники, конструкции, летательные аппараты.

**Mammadsadigov H.H., Aliyev R.D.**

**Stability of cylindrical shells  
with in elastic limits**

**ABSTRACT**

Shells of a circular cylindrical shape, as a rule, meet the requirements of the least weight of the structure and ease of manufacture, therefore they are widely used in various fields

of technology. They are included in the structures of aircraft and engines, submarines, tanks, pipelines, etc. Buckling of cylindrical shells can occur in cases where they are subjected to axial compression, transverse pressure, torsion, bending, and these loads occur separately or in various combinations. In the future, we will consider successively the problems of the stability of shells under these types of loading.

**Keywords.** Shells, buckling, elastic limits, axial compression, cylindrical shape, lateral pressure, stability, torsion, bending, types of loading, fields of technology, structures, aircraft.

*Məqaləyə AzMİU-nun “Mexanika” kafedrasının professoru, texnika elmləri doktoru, A.Ə. Qasimzadə rəv vermişdir.*