

FİBONAÇÇI ƏDƏDLƏRİNİN RİYAZİYYATIN İBTİDAİ KURSUNDA TƏTBİQİ

Xülasə

Leonardo Fibonacci 1170-ci ildə İtaliyanın Pisa şəhərində anadan olub. İlk iki Fibonacci nömrəsi 0 və 1-dir. Növbəti nömrə əvvəlki iki ədədin cəminə bərabərdir. Fibanochi nömrələri arasındakı nisbət 1.618-dir. Fibonacci seriyası Pisali Leonardonun adını daşıyır. Fibonacci nömrələri həyatımızı mərhələlərə bölür. Məsələn, uşaq 1 yaşında gəzməyə başlayır və ətraf mühitin vəziyyətini öyrənir. Fibonacci ardıcılığı təbiətdə çox yayılmışdır. Bir bitkinin gövdəsində və bir ağacın budaqlarında yarpaqların yerləşdirilməsində həmişə qızıl nisbət var.

Açar sözlər: *Ədədlər, nisbət, qızıl bölgü, cəm, ardıcılıq*

Application of fibonacci numbers in mathematics

Summary

Leonardo Fibonacci was born in 1170 in Pisa, Italy. The first two Fibonacci numbers are 0 and 1. The next number is equal to the sum of the previous two numbers. The ratio between Fibanochi numbers is 1.618. The Fibonacci series is named after Pizali Leonardo. Fibonacci numbers divide our lives into stages. For example, a child begins to walk at the age of 1 and learns the immediate environment. The Fibonacci sequence is often encountered in nature. There is always a golden ratio in the arrangement of the leaves on the stalk of a plant and the branches of a tree.

Key words: *Numbers, ratio, gold distribution, total, sequence*

Leonardo Fibonaççi təxminən 1170-ci ildə İtaliyanın Pisa şəhərində anadan olmuşdur. Leonardonun atası tacir olduğu üçün tez-tez oğlu ilə birgə Əlcəzairə səyahətlər edirdi elə orada o ərəb müəllimlərindən təhsil alırdı. Bundan sonra Fibonaççi Misirə, Suriyaya, Bizansa, Sicilyaya səyahətlər etdi. O, ərəb dilində qədim antik və hind riyaziyyatçıların yazıları ilə tanış oldu. Bundan sonra o ilk kitabını – “Liber Abaci” yazır. Burada o romalıların çətin hesablamasının əvəzində hind rəqəmlərinin səmərəli istifadəsi və hesablanması haqda bilgilər vermişdir. Leonardo heç vaxt özünü Fibonaççi adlandırmamışdır. Ona bu ləqəbi “Guglielmo Libri” 1838-ci ildə vermişdir. Fibonaççi sözü iki sözün qısaltmasıdır. “filius Bonacci” hansı ki, “Liber Abaci” kitabının üz qabığında olan sözlərdir. Bu ya “Bonaççonun oğlu” ya da Bonaççini soyad olaraq qəbul etsək “Bonaççoların oğlu”. Digər versiyaya görə Bonaçço sözünü uğurlu mənasında da

tərcümə edə bilərik. Leonardonun “Liber abaci (1202-1228)”, “Practica geometriae (1220)”, “Flos (1225)”, “Liber quadratorum (1225)” və s. Kitabları var.

Riyaziyyatda, Fibonaççi ədədləri aşağıdakı kimi təyin olunur:

n	...	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
$\{F_n\}$	...	-55	34	-21	13	-8	5	-3	2	-1	1	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	...

Tərifə əsasən, ilk iki Fibonaççi ədədləri 0 və 1-dir. Sonra gələn ədəd özündən əvvəlki ilk iki qonşusunun cəminə bərabərdir. Bəzi mənbələrdə sıranın ilk ədədi 0 yox, 1 götürülür. Riyazi dildə, Fibanoççi sırası F_n aşağıdakı rekkurent düsturla verilir harda ki, $F_0 = 0$ və Fibonaççi sırası Pizali Leonardonun adı ilə bağlıdır.

Fibanoççi ədədləri arasında nisbət 1,618- dir. O, qədim misirlilər tərəfindən tapılmış və Pifaqor ondan riyaziyyatda istifadə etmişdir. Bu, tamın iki qeyri-bərabər, lakin proporsional hissələrə bölmənin nəticəsidir. Vaxtı ilə bunu "iləhə proporsiya", "qızıl bölgü", adlandırmışlar, sonra isə Leonardo da Vinçi proporsiyamı ifadə etmək üçün ümumi qəbul edilmiş termin – "qızıl kəsik"dən istifadə etmişdir. O vaxtdan bu proporsiya bir çox təbii hadisələrdə tapılmışdır: bədənimizin quruluşunda, botanikada, kvant mexanikası proseslərində və s. bizim zamanədə qızıl kəsik olmaz praktiki fəaliyyətdə istifadə olunur, riyaziyyatda, texnikada, musiqidə, estetikada və s. geniş elmi tətbiqini tapmışdır. İnsanın inkişafı da həmçinin bu proporsiyaya müvafiq baş verir, həyatımızı yaradıcılıq mexanizminin bu və ya digər dominantları ilə mərhələlərə bölərək onun ədədlərinin qanununa tabe olur.

$$\begin{array}{l}
 1 \\
 1+1=2 \quad 2/1=2 \\
 2+1=3 \quad 3/2=1,5 \\
 2+3=5 \quad 5/3=1,6666... \\
 3+5=8 \quad 8/5=1,6 \\
 5+8=13 \quad 13/8=1,625 \\
 8+13=21 \quad 21/13=1,615384... \\
 13+21=34 \quad 34/21=1,619046... \\
 21+34=55 \quad 55/34=1,617647... \quad \rightarrow \text{Qızıl bölgüyə doğru gedir} \\
 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ... \\
 a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} (\lambda_+^{n-1} - \lambda_-^{n-1} - 2\lambda_+^n - 2\lambda_-^n) \\
 a_{52} = 86.267.571.272
 \end{array}$$

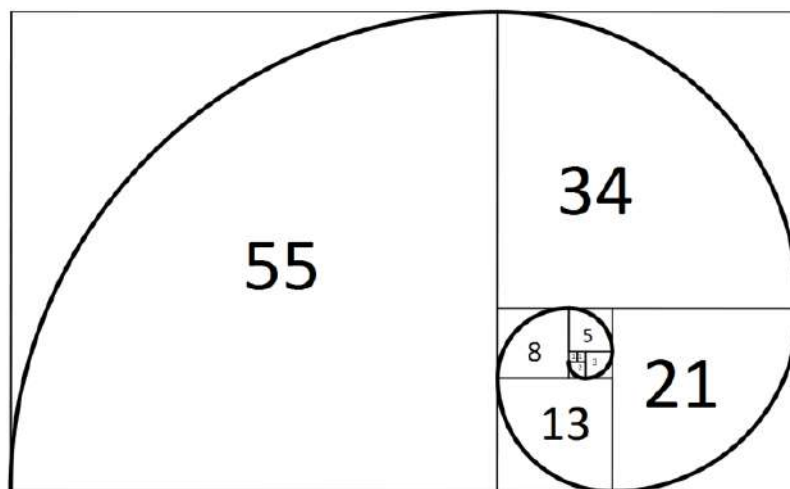
Fibonaççi ədədləri bizim həyatımızı yaşadığımız illərin sayı üzrə mərhələlərə bölür:

- 0 – sayın başlanğıcı – uşaq doğulur. Hələ onun nəinki psixomotorikası, düşüncəsi, hissləri, təsəvvürü, həm də operativ enerji potensialı da yoxdur. O – yeni həyatın, yeni harmoniyanın başlanğıcıdır;
- 1 – uşaq gəzməyə başlayır və yaxın ətrafı mənimsəyir;
- 2 – nitqi başa düşür və söz göstərişlərindən istifadə edərək hərəkət edir;
- 3 – söz vasitəsilə hərəkət edir, suallar verir;
- 5 – "zəriflik yaşı" - psixomotorikanın, yaddaşın, təsəvvürün və hisslərin ahəngi. Bunlar uşağa aləmi bütövlükdə əhatə etməyə imkan verir;
- 8 – hisslər ön plana keçir. Bu, təsəvvürdür, təqdiqi qüvvə ilə düşünmə isə həyatın daxili və xarici ahənglərinin saxlanması yönəlmişdir;
- 13 – öz istedadını inkişaf etdirməklə varislik prosesində əldə edilmiş materiala yönəldilmiş istedad mexanizmi işə düşür;
- 21 – yaradıcılıq mexanizmi ahəngdarlıq vəziyyətinə yaxınlaşmışdır və istedadlı iş görməyə cəhdlər edilir;
- 34 – düşüncə, hisslər, təsəvvür və psixomotorikanın ahəngi: dahi iş qabiliyyəti yaranır;
- 55 – bu yaşda ruhun və bədənənin ahəngi saxlanmaq şərti ilə insan yaratmağa hazırdır.

Fibonaççi ədədlərinin tətbiqi. Riyazi dildə, Fibanoççi sırası F_n aşağıdakı rekkurent düsturla verilir harda ki, $F_0 = 0$ və $F_1 = 1$. Fibonaççi sırası Pizali Leonardonun adı ilə bağlıdır. Şahmata şamil edilən sadə bir nümunəni misal göstərim:

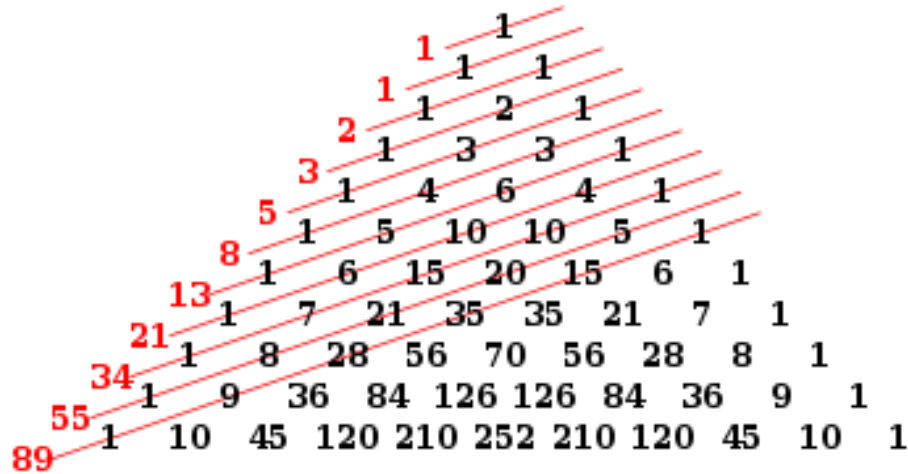
Belə ki, şahmat başladıqda birinci başlayan, yəni ağ 1 gediş, daha sonra qara da 1 gediş, daha sonra ağ 2 gediş, daha sonra qara 3 gediş, sonra ağ 5 və s. Beləliklə, sonu məlum olmayan ardıcılıq sayəsində öz şahmat bacarığını göstərmək mümkündür.

Təkcə şahmat deyil, müxtəlif yuxarıda yazdığım tipli duellolarda da, şəffaf olsun deyə, tətbiq etmək mümkündür.



Əgər yuxarıdakı ardıcılığı tanıdırsınızsa azca baxıb məntiqi işlədib silsilədəki ardıcılığın düsturunu tapmağınız yaxşı olar. Hər sonrakı ədəd özünkündən əvvəlki ədədlərin cəmi şəklində davam edən bu ardıcılığa Fibonaççi ardıcılığı deyilir. $F_0=0$, $F_1=1$, $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$, $n \geq 2$. Daha rahat dildə desək hər ədəd özündən əvvəl gələn iki ədədin cəminə bərabərdir. Burdan biz $F_n=F_{n+2}-F_{n+1}$ alırıq. Bu halda da Fibonaççi ədədlərinin təkcə natural ədədlərə aid olmadığını görə bilərik. $F_n=(-1)^{n+1}F_{n-1}$

Fibonaççi ədədləri riyaziyyatda da tətbiq edilir. Yuxarı sinflərdə tədris edilən Paskal üçbucağının öyrədilməsində bu ədədlərə istinad edilə bilər.



The Fibonacci Sequence

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...

$$1+1=2$$

$$1+2=3$$

$$2+3=5$$

$$3+5=8$$

$$5+8=13$$

$$8+13=21$$

$$13+21=34$$

$$21+34=55$$

$$34+55=89$$

$$55+89=144$$

$$89+144=233$$

$$144+233=377$$

Əgər hər bir ədədi özündən əvvəlki ədədə bölsək qismət getdikcə 1.618 ədədinə yaxınlaşacaq. Bu da “Golden ratio” kimi tanınır.

Lakin ibtidai siniflərdə bu ədədlərdən istifadə edərək şagirdlərə misal və yaxud məsələ həll etdirilməsi bir qədər sadə formada həyata keçirilir. Daha çox məntiqi təfəkkürün inkişaf etdirilməsində aşağıdakı kimi nümunələri verə bilərik.

Nümunə 1. 1; 2; 3; 5; 8-ardıcılığına uyğun olan 5 ədəd daha əlavə edin.

Şagird nümunələrə baxdıqda rahatlıqla bir sonrakı ədədin əvvəlki iki ədədin cəmi olduğunu görə bilər. İndi isə ardıcılığa 5 ədəd də əlavə edək.



$$AB / AC = AC / CB = 1.618$$

$$13+21=34$$

$$34+21=55$$

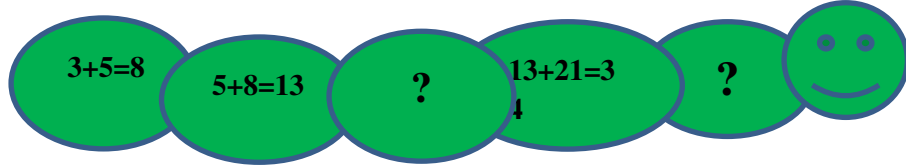
$$55+34=89$$

Qeyd etmək lazımdır ki, bu kimi nümunələri I sinfdə verərkən 20 dairəsində olmasına diqqət yetirmək lazımdır. II sinfdən başlayaraq 100-lük, III sinfdən başlayaraq 1000-lik dairəsində misalları davam etdirmək olar.

Nümunə 2. Boşluqları doldurun.

Nümunə 3.

1. $1+1=2$;
2. $2+1=3$;
3. $3+2=5$



misalları bu ardıcılıqla davam etdirsək 6-cı misal neçə olar?

4. $5+3=8$;
5. $8+5=13$;
6. $13+8=21$

Cavab: Demək 6-cı misal $13+8$ olar.

Fibonaççi ədədlərini əsrlərdir bu qədər əhəmiyyətli edən səbəblər...

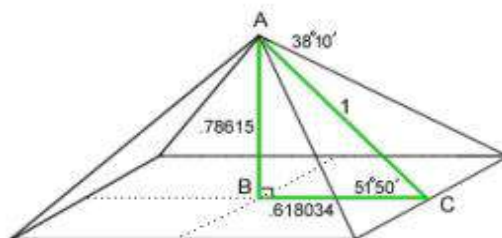
Fibonaççi ardıcılığı təbiətdə tez-tez qarşımıza çıxır. Bu ədədlər istifadə edilərək alınan kəsrlər bizə «Qızıl bölgü» verir. «Qızıl bölgü»nü qədim misirlilər və yunanlılar tapmış və daha çox memarlıqda istifadə etmişdilər. Sadə mənası ilə «Qızıl bölgü» bütünün parçaları arasında olan həndəsi və ədədi bir nisbət əlaqəsidir.

• **İnsan üzü**- Qulaqlar arasındakı məsafə, gözlə üst dodaq arasında, burnun altı ilə çənə arasındakı məsafə qızıl nisbətdir.

• **İnsanın işarə barmağı**-Bir insanın işarə barmağı (normal standartlardakı barmaqlar üçün etibarlı) hər bir hissəsi bir əvvəlki hissəyə nisbəti Fibonaççi sayını verir. Qolumuzun üst hissəsinin alt hissəyə nisbəti qızıl nisbətdir.



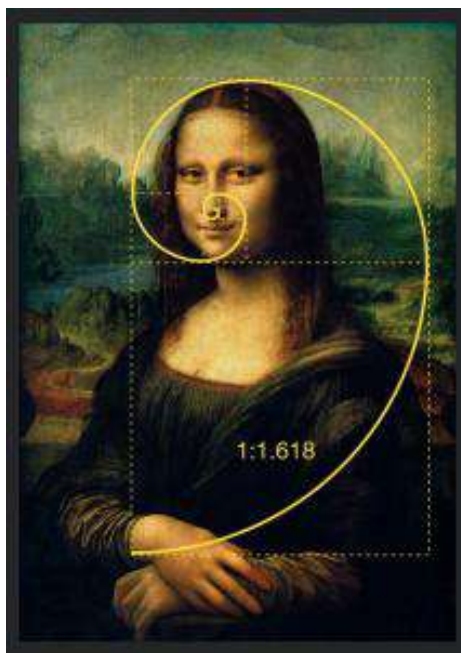
• **Misir piramidaları**- Hər bir piramidanın döşəməsinin yüksəkliyinə nisbəti qızıl nisbəti verir.



• **Bitkilər**- Bitkinin sapındakı yarpaqların, bir ağacın budaqlarının nizamında hər zaman qızıl nisbət qaydası vardır. Yarpaqlardan biri başlanğıc nöqtəsi olaraq alındığında, bundan başlayaraq yuxarıya doğru (aşağıya doğru da ola bilər) sayılarsa, Fibonaççi ədədlərini verir.



Məhz bu “Qızıl nisbət”, sənətçilərin çox yaxşı bildikləri və tətbiq etdikləri estetik qaydadır. Bu nisbətə əsasən yaradılan sənət əsərləri estetik mükəmməlliyi təmsil edirlər.



Bu qayda estetik mükəmməllik mənasını verir və rəssamlıq, heykəltəraşlıq, memarlıq kimi sahələrdə əsas bir ölçü olaraq istifadə edilir. Təbiətdə çox sıx rast gəlinən bu nisbət bitkilərdəki incə hesab və dizaynı başa düşmək üçün əhəmiyyətli bir vasitədir.

Ədəbiyyat

1. Parmanand Singh. "Acharya Hemachandra and the (so called) Fibonacci Numbers". Math. Ed. Siwan, 20(1):28-30, 1986. ISSN 0047-6269]
2. ↑ Parmanand Singh, "The So-called Fibonacci numbers in ancient and medieval India." Historia Mathematica 12(3), 229–44, 1985.
3. <https://kayzen.az/blog/riyaziyyat/7471/fibonaççi-ədədlərinin-tətbiqi.html>
4. <https://kayzen.az/blog/riyaziyyat/21670/fibonaççi-silsiləsi.html>
5. <https://memarlar.wordpress.com/2015/07/15/fibonacci-ardıcılığı-və-qızıl-bölge/>