

DAİRƏVİ SİLİNDRDƏ İSTİLİK MƏNBƏYİNİN İNTENSİVLİYİNİN VƏ HƏCMİ QÜVVƏLƏRİN TƏYİNİNƏ AİD RABİTƏLİ MƏSƏLƏ

Abbasov Z.D.

(GDU, Riyaziyyat-informatika fakültəsi)

dumanli.zefer@mail.ru

Xülasə: Məlumdur ki, müasir maşınqayırma və energetika eləcə də kosmik aparatların lahiyələşdirilməsi zamanı konstruksiya elementlərini elastiklik hədudunda xarici və daxili temperatur sahələrinin rabitəli təyini praktiki olaraq böyük əhəmiyyətə malikdir. Belə ki, istehsal olunmuş aparatların və mexanizmlərin örtüklərində və daxili sətlərində yaranan həcmi qüvvələrin, istilik mənbəyinin əlaqəli təsirini öyrənmək baxılan məsələnin aktuallığını üzə çıxarır.

Açar sözlər: temperatur, həcmi qüvvələr, istidən genişlənmə, sürüşmə modulu, məxsusi funksiyalar.

Məsələnin qoyuluşu: Fərz edək ki, R radiuslu silindrin yan səthi $t = 0$ anında sıfır temperaturda saxlanılır. Silindrin daxilində intensivliyi $\Omega(r)$ -ə bərabər istilik mənbəyi və sıxlığı $F(r)$ olan radial istiqamətdə yönəlmiş həcmi qüvvələr təsir edir. Burada cismin bircinsliyi qeyd olunur. ($\rho = const$). Demək həm səthi, həm həcmi qüvvələr, həm də daxili istilik mənbəyinin intensivliyi ikinci silindrik koordinantlardan asılı olmur. Həm daxili, həm xarici faktorların silindrin oxu boyunca yönəlmiş z koordinatından asılı olmadığından istilikkeçirmə və Lamé tənlikləri üçün aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq [1-3].

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \Omega(r), \quad (1)$$

$$\frac{(1-2\nu)\rho}{2G(1-\nu)} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} - \frac{\alpha(1+\nu)}{1-\nu} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + F(r), \quad (2)$$

burada T - temperatur, $\Omega(r)$ - daxili istilik mənbəyinin intensivliyi, a^2 - temperaturkeçirmə əmsalı, u - radius istiqamətində yerdəyişmə, $F(r)$ - həcmi qüvvə, G - sürüşmə modulu, ν - Puasson əmsalı, t - zaman, α - istidən genişlənmə əmsalıdır.

$$T(r, t) = T(R, t) = 0, \quad r \in [0, R], \quad t \geq 0, \quad (3)$$

$$u(r, 0) = u_t(r, 0) = 0, \quad r \in [0, R] \quad (4)$$

$$u(R, t) = 0, \quad t \geq 0 \quad (5)$$

bircinsli sərhəd şərtləri

$$T(r, t_1) = \varphi_1(r), \quad t = t_1, \quad r \in [0, R] \quad (6)$$

$$u(r, t_2) = \varphi_2(r), \quad t = t_2, \quad r \in [0, R] \quad (7)$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həllini tapmalı. Burada $\varphi_1(r), \varphi_2(r)$ funksiyaları $[0, R]$ parçasında kəsilməz, t_1 və t_2 verilmiş ədədlərdir. Xüsusi olaraq $t_1 = t_2$ götürə bilərik.

Məsələnin həlli: Məsələnin həllini sadə şəkllə gətirmək üçün ölçüsüz kəmiyyətləri daxil etmək məqsədəuyğundur.

$$x = \frac{r}{R}, \quad \tau = \frac{at}{R^2}, \quad b = \frac{1+\nu}{1-\nu}, \quad \gamma^2 = \frac{\rho a^2(1-2\nu)}{2GR^2(1-\nu)}, \quad \theta = \alpha T,$$

$$S = \frac{u}{R}, \quad F(x) = RF_1(Rx), \quad \psi_1(x) = \varphi_1(Rx), \quad \psi_2(x) = \varphi_2(Rx),$$

$$\Phi(x) = \frac{\alpha R^2}{a} \Omega(Rx), \quad \tau_k = \frac{at_k}{R^2}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Onda bu dəyişənlərdən asılı qoyulmuş (1) – (7) məsləsinin həlli

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \Phi(x), \quad (1_1)$$

$$\mu^2 \frac{\partial^2 S}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{S}{x^2} - b \frac{\partial \theta}{\partial x} + F(x), \quad (2_1)$$

$$\theta(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 1], \quad \theta(1, \tau) = 0, \quad \tau \geq 0 \quad (3_1)$$

$$S(x, 0) = 0, \quad S_\tau(x, 0) = 0, \quad x \in [0, 1], \quad S(1, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (4_1)$$

$$\theta(x, \tau_1) = \psi_1(x), \quad \tau_1 > 0, \quad x \in [0, 1], \quad (5_1)$$

$$S(x, \tau_2) = \psi_2(x), \quad \tau_2 > 0, \quad x \in [0, 1] \quad (6_1)$$

Deməli (1₁) – (6₁) məsələsinin həlli baxılan silindrik oblastda rəbitəli məsələnin şərtləridir. Verilmiş şərtləri ödəyən

$$AS \equiv -\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} - \frac{1}{x} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{S}{x^2},$$

$$B\theta \equiv -\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{1}{x} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x},$$

öz-özünə qoşma kəsilməz müsbət operatorları daxil etmək lazım gəlir. Onda axtarılan həlli $J_1(\lambda_n x)$, $J_0(\mu_m x)$ məxsusi funksiyalarından asılı aşağıdakı sıra şəklində axtarıyıq:

$$\theta(x, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \theta_m(\tau) \cdot J_0(\mu_m x), \quad (7)$$

$$S(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n(\tau) \cdot J_1(\lambda_n x), \quad (8)$$

burada $\theta_m(\tau)$ və $S_n(\tau)$ ilə $\{J_0(\mu_m(x))\}$ və $\{J_1(\lambda_n(x))\}$ sistemləri üzrə Furiye-Bessel sırasının əmsalları işarə edilmişdir. Bu sistemlərə uyğun həcmi qüvvələr və mənbəyin intensivliyi də məxsusi funksiyalara görə sıra şəklində yazıla bilən olmalıdır.

$$\Phi(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m J_0(\mu_m x), \quad F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n J_1(\lambda_n x) \quad (9)$$

(7) – (8) və (9) sıralarını (1₁) – (2₁) tənliyində yazıb, qruplaşdırma aparsaq,

$$\gamma^2 S_n''(\tau) + \lambda_n^2 S_n(\tau) - \Phi_n = \sum_{m=1}^{\infty} g_{mn} \left(1 - e^{-\mu_m^2 \tau} \right), \quad (10)$$

$$g_{mn} = \frac{4b\psi_{1m}\mu_m P_{mn}}{J_1^2(\mu_m)J_2(\lambda_n)(1 - e^{-\mu_m^2 \tau})}, \quad P_{mn} = \int_0^1 x J_\lambda(\mu_m x) J_\lambda(\lambda_n x) dx \quad (11)$$

alırıq. (10) tənliyinin həlli

$$S_n(\tau) = A_n \cos \frac{\lambda_n \tau}{\gamma} + B_n \sin \frac{\lambda_n \tau}{\gamma} + \frac{\Phi_n}{\lambda_n^2} + \frac{1}{\lambda_n^2} \sum_{m=1}^{\infty} g_{mn} \left(1 - \frac{\lambda_n^2 e^{-\mu_m^2 \tau}}{\mu^2 \mu_m^4 + \lambda_n^2} \right),$$

burada $\forall A_n$ və B_n sabitləri

$S_n(0) = S_{n\tau}(0) = 0$ bircins şərtlərində asanlıqla tapılır. Onda: (2₁) tənliyinin analitik həlli alırıq ki, buradan həcmi qüvvələrin sıxlığını tapa bilərik.

$$\Phi_n = \frac{1}{\cos \frac{\lambda_n \tau_2}{\mu}} \left\{ \lambda_n^2 \psi_{1n} - \sum_{m=1}^{\infty} g_{mn} \left[1 - \frac{\lambda_n^2}{\mu^2 \mu_m^4 + \lambda_n^2} \left(e^{-\mu_m^2 \tau_2} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{\mu^2 \mu_m^4}{\lambda_n^2} \cos \frac{\lambda_n \tau_2}{\mu} + \frac{\mu \mu_m^2}{\lambda_n} \sin \frac{\lambda_n \tau_2}{\mu} \right) \right] \right\}, \quad n = 1, 2, 3 \quad (12)$$

Ədəbiyyat

1. Z.D. Abbasov Düz dairəvi silindrdə istilik mənbəyi və həcmi qüvvələrin təyininə aid termoelastikiyyətin rəbitəli məsələsi. "Nəzəri və tətbiqi mexanika" N2 (10), Bakı – 2008, səh. [34-38].
2. З.Д.Аббасов Влияние пондермоторный силы на температурные поля и напряжение в слое. «Журнал научных публикаций» N 5 (59). Москва 2011ст. [45-49].
- 3.З.Д.Аббасов Обратная задача теплопроводности об определении интенсивности теплового источника в двухслойном кольце. «Сборник докладов» Москва 2011 стр [7-10].