

BİR DETEKTORDAN ÇIXIŞ TƏSADÜFİ PROSESİNİN MOMENTLƏRİNİN KEÇİD SƏVİYYƏSİNDƏN ASILILIĞININ MAPLE PAKETİNDƏ TƏDQIQI

Babayeva N.V.

(BDU, Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsi)

nubar123.nb@gmail.com

Xülasə: Təqdim olunan işdə girişinə $\bar{x}$ və $K_x(t)$ xarakteristikaları məlum normal stasionar $X(t)$ signalı daxil olan müəyyən bir a keçid səviyyəsinə malik detektorun çıxışında alınan təsadüfi prosesin riyazi gözləməsi, dispersiyası və korelyasiya funksiyası hesablanır. Alınan nəticələr Maple proqram paketi vasitəsilə tədqiq edilir.

Açar sözlər: detektor, keçid səviyyəsi, korelyasiya funksiyası.

İşdə girişinə normal stasionar $X(t)$ prosesi daxil olan, keçid səviyyəsi a parametri ilə təyin olunan və

$$Z(t) = \frac{1}{2} [X(t) - a] \{1 + \text{sign}[X(t) - a]\}$$

tənliyi vasitəsilə verilən detektorun çıxışında alınan təsadüfi prosesin riyazi gözləməsi, korelyasiya funksiyası və dispersiyası hesablanır, alınan nəticələr Maple proqram paketində araşdırılır. Fərz olunur ki, $X(t)$ -nin riyazi gözləməsi və korelyasiya funksiyası məlumdur: $\bar{x}(t) = 0, K_x(t)$.

$$\text{sign}X(t) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{iuX(t)} \frac{du}{u}$$

Dirixle düsturu əsasında

$$Z(t) = \frac{1}{2} [X(t) - a] + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[iu[X(t) - a]] [X(t) - a] \frac{du}{u}$$

alınır. Buradan da, $X(t)$ -nin $\varphi_x(u) = e^{-\sigma_x^2 u^2/2}$ ilə təyin olunan ($\sigma_x^2 - X(t)$ -nin dispersiyasıdır) xarakteristik funksiyasını nəzərə almaqla $Z(t)$ -nin riyazi gözləməsi

$$\bar{z}(t) = -\frac{a}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{a}{\sigma_x}\right) \right] + \frac{\sigma_x}{\sqrt{2\pi}} e^{-a^2/2\sigma_x^2} \quad (1)$$

kimi hesablanır[1].

$K_z(\tau_1, \tau_2)$ korelyasiya funksiyasını hesablamaq üçün isə $(X_1 = X(\tau_1), X_2 = X(\tau_2))$ normal sistemin

$\varphi_{x_1, x_2}(u_1, u_2) = \exp\left\{-\frac{\sigma_x^2}{2}(u_1^2 + u_2^2) - K_x(\tau)u_1u_2\right\}$ xarakteristik

funksiyasından istifadə edilir və aşağıdakı nəticə alınır:

$$K_z(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{4} (K_x + a^2) + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\sigma_x^2 u^2/2 - iau} [(K_x + a^2) - ia(\sigma_x^2 + K_x)u - \sigma_x^2 K_x u^2] \frac{du}{u} -$$

$$-\frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\sigma_x^2}{2}(u_1^2+u_2^2)-K_x(\tau)u_1u_2-ia(u_1+u_2)} [(K_x+a^2) - (\sigma_x^4+K_x^2)u_1u_1-2\sigma_x^2K_xu_1^2-2ia(\sigma_x^2+K_x)u_1] \frac{du_1du_2}{u_1u_2} - \bar{z}^2, \quad (2)$$

burada $K_x \equiv K_x(\tau_2 - \tau_1)$.

(2)-yə daxil olan birqat və ikiqat integralların hesablanması üçün işçi düsturlardan istifadə olunur və korelyasiya funksiyası aşağıdakı şəkildə alınır:

$$K_z(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{4} (K_x + a^2) \left(1 - \Phi \left(\frac{a}{\sigma_x} \right) \right)^2 + \frac{a \sigma e^{-\frac{1}{2} \frac{a^2}{\sigma_x^2}} \Phi \left(\frac{a \sqrt{\frac{\sigma_x^2 - K_x}{\sigma_x^2 + K_x}}}{\sigma_x} \right)}{\sqrt{2\pi}} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\sigma_x^4 - K_x^2} e^{-\frac{a^2}{\sigma_x^2 + K_x}}}{\pi} + (K_x + a^2) \left(\int_0^{K_x} \frac{1}{2} \frac{e^{-\frac{a^2}{\sigma_x^2 + k}}}{\sqrt{\sigma_x^4 - k^2} \pi} dk \right) - \bar{z}^2. \quad (3)$$

(1)-(3) düsturları əsasında araşdırılan ehtimal xarakteristikalarının keçid səviyyəsindən asılılığını təsvir edən 3D qrafiklərin, bəzi praktiki əhəmiyyət kəsb edən cədvəllərin alınmasının Maple proqramı qurulur və reallaşdırılır:

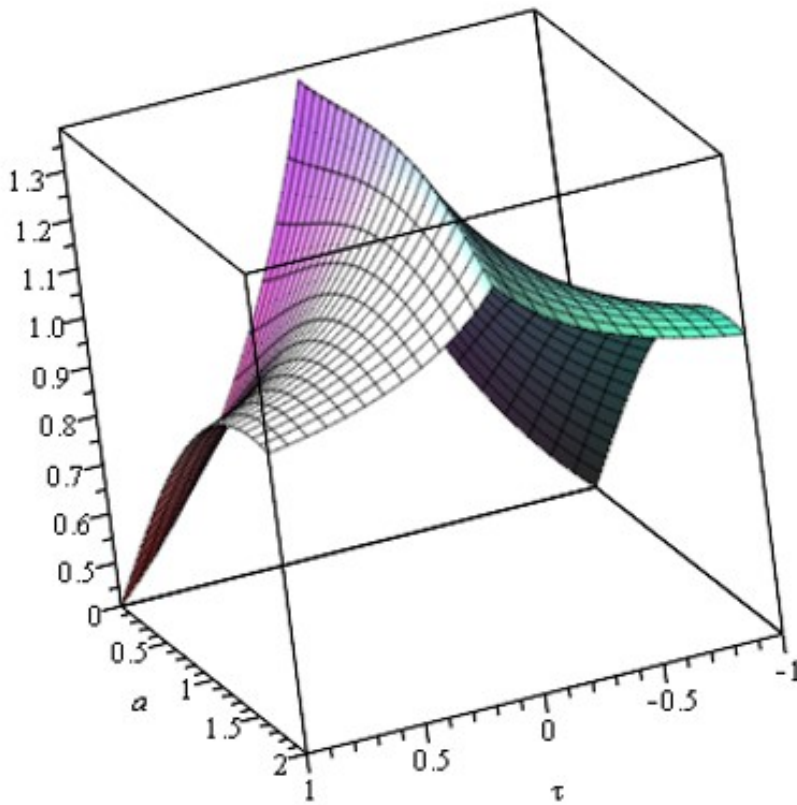
```
> restart;
> kx:=(tau,sigma,alpha)-> sigma^2*exp(-alpha*abs(tau)):
> Phi:=(x)-> sqrt(2/Pi)*int(exp(-t^2/2),t=0..x):
> ez:=(a,sigma)-> -a*(1-Phi(a/sigma))/2+sigma*exp(-a^2/(2*sigma^2))/sqrt(2*Pi):
> kz:=(tau,a,sigma,alpha)-> (kx(tau,sigma,alpha)+a^2)*(1-Phi(a/sigma))^2/4+a*sigma*exp(-a^2/(2*sigma^2))*Phi((a/sigma)*sqrt((sigma^2-kx(tau,sigma,alpha))/(sigma^2+kx(tau,sigma,alpha))))/sqrt(2*Pi)+sqrt(sigma^4-kx(tau,sigma,alpha)^2)*exp(-a^2/(sigma^2+kx(tau,sigma,alpha)))/(2*Pi)+(kx(tau,sigma,alpha)+a^2)*int(exp(-a^2/(sigma^2+k))/sqrt(sigma^4-k^2)/(2*Pi),k=0..kx(tau,sigma,alpha))-ez(a,sigma)^2:
> ks:=array(1..7):rg:=array(1..7):disp:=array(1..7):
> for n from 1 to 7 do ks[n]:=0.1*n:rg[n]:=evalf(ez(0.1*n,1),3):disp[n]:=evalf(kz(0,0.5*n,1,0.5),3): od:
> parel:=(ks,rg)-> [ks,rg]:
> evalf(zip(parel,ks,rg)):
[[0.1, 0.351], [0.2, 0.306], [0.3, 0.266], [0.4, 0.230], [0.5, 0.197], [0.6, 0.169], [0.7, 0.143]] (1)
> pare2:=(ks,disp)-> [ks,disp]:
> evalf(zip(pare2,ks,disp)):
[[0.1, 0.346], [0.2, 0.309], [0.3, 0.215], [0.4, 0.113], [0.5, 0.0450], [0.6, 0.0134], [0.7, 0.00320]] (2)
```

Yuxarıda göstərilmiş proqramda riyazi gözləmə və dispersiya üçün a -nın müxtəlif qiymətlərində keçid səviyyəsindən asılılıq cədvəli alınır.

Proqramda qəbul olunmuş identifikatorlar: $kx - X(t)$ –nin korelyasiya funksiyası, $ez - Z(t)$ –nin riyazi gözləməsi, $kz - Z(t)$ –nin korelyasiya funksiyası, ks –keçid səviyyəsi matrisi, $rg - Z(t)$ –nin riyazi gözləmələr matrisi, $disp - Z(t)$ –nin dispersiya matrisi, Phi – Laplas funksiyası. Proqramların yazılmasında [2] ədəbiyyatından istifadə olunmuşdur.

Proqramın sonunda korelyasiya funksiyasının a keçid səviyyəsindən asılılığının Maple paketi vasitəsilə alınmış 3D qrafiki təsvir olunmuşdur:

```
[> plot3d(kz(tau,a,2,1),tau=-1..1,a=0..2);
```



Ədəbiyyat

1. A.A.Sveshnikov, "Applied methods of the theory of random functions", New-York, 1966.
2. Bernard V. Liengme, "Maple: A Primer", May 2019.