BİR DETEKTOR-KVADRATORDAN ÇIXIŞ TƏSADÜFİ PROSESİNİN MOMENTLƏRİNİN KEÇİD SƏVİYYƏSİNDƏN ASILILIĞININ MAPLE PAKETINDƏ TƏDQİQİ

Babayeva N.V.
(BDU, Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsi)
nubar123.nb@gmail.com

Xülasə: *Təqdim olunan işdə keçid səviyyəsi a parametri ilə təyin olunan və girişinə normal stasionar siqnal daxil olan detektor-kvadratorun çıxışında alınan təsadüfi prosesin ehtimal xarakteristikaları Maple proqram paketi vasitəsilə hesablanılır.*

Açar sözlər*: keçid səviyyəsi, detektor-kvadrator, korelyasiya funksiyası*

İşdə a keçid səviyyəsinə malik və

$$Z(t) = \frac{1}{2}[X(t) - a]^2\{1 + \mathrm{sign}[X(t) - a]\}$$

tənliyi ilə ifadə olunan detektor-kvadratorun çıxışında alınan təsadüfi prosesin riyazi gözləməsi, korelyasiya funksiyası və dispersiyası hesablanılır; harada ki $X(t)$ riyazi gözləməsi və korelyasiya funksiyası ($\bar{x}(t) = 0, K_x(t) = \sigma_x^2 e^{-t}$) məlum olan normal stasionar giriş siqnalıdır.

Riyazi gözləməni hesablamaq üçün

$$\mathrm{signX}(t) = \frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} e^{iuX(t)}\frac{du}{u}$$

Dirixle düsturundan istifadə edərək,

$$\bar{z}(t) = \frac{1}{2}(\sigma_x^2 + a^2) + \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\sigma_x^2 e^{-\sigma_x^2 u^2/2} + u^2\sigma_x^4 e^{-\sigma_x^2 u^2/2}\right]e^{-iau}\frac{du}{u} -$$
$$-\frac{a}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} u\sigma_x^2 e^{-\sigma_x^2 u^2/2}e^{-iau}\frac{du}{u} + \frac{a^2}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sigma_x^2 u^2/2}e^{-iau}\frac{du}{u}$$

alınır. İşçi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sigma_x^2 u^2/2 - iau}\frac{du}{u} = -i\pi\Phi\left(\frac{a}{\sigma_x}\right),$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sigma_x^2 u^2/2 - iau}du = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma_x}e^{-a^2/(2\sigma_x^2)},$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} ue^{-\sigma_x^2 u^2/2}e^{-iau}du = -\frac{ia}{\sigma_x^3}\sqrt{2\pi}e^{-a^2/(2\sigma_x^2)}$$

düsturları [1] və $X(t)$-nin $\varphi_x(u) = e^{-\sigma_x^2 u^2/2}$ ilə təyin olunan ($\sigma_x^2 - X(t)$-nin dispersiyasıdır) xarakteristik funkiyası nəzərə alınaraq, riyazi gözləmə üçün

$$\bar{z}(t)=\frac{1}{2}(\sigma_x^2+a^2)\left[1-\Phi\left(\frac{a}{\sigma_x}\right)\right]+\frac{a}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}(\sigma_x^2-2)e^{-a^2/(2\sigma_x^2)}\equiv\bar{z}(\mathrm{const})\quad(1)$$

ifadəsi alınır.

$K_z(t_1,t_2)$ korelyasiya funksiyası aşağıdakı sxem üzrə hesablanılır:

$$K_z(t_1,t_2)+\bar{z}^2=E\left\{\left[\frac{1}{2}(X(t_1)-a)^2+\frac{1}{2}(X(t_1)-a)^2\operatorname{sign}(X(t_1)-a)\right]\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left[\frac{1}{2}(X(t_2)-a)^2+\frac{1}{2}(X(t_2)-a)^2\operatorname{sign}(X(t_2)-a)\right]\right\}=$$

$$=\frac{1}{4}E\{(X(t_1)-a)^2(X(t_2)-a)^2\}$$

$$+\frac{1}{4}E\{(X(t_1)-a)^2(X(t_2)-a)^2\operatorname{sign}(X(t_2)-a)\}$$

$$+\frac{1}{4}E\{(X(t_1)-a)^2(X(t_2)-a)^2\operatorname{sign}(X(t_1)-a)\}+$$

$$+\frac{1}{4}E\{(X(t_1)-a)^2(X(t_2)-a)^2\operatorname{sign}[(X(t_1)-a)(X(t_2)-a)]\}.\qquad(2)$$

(2) ifadəsinin sağ tərəfindəki toplananlar(proqramda onlar uyğun olaraq $a1,\ a2,\ a3,\ a4$ ilə işarə edilir) normal sistemin $\varphi_{x_1,x_2}(u_1,u_2)=\exp\left\{-\frac{\sigma_x^2}{2}(u_1^2+u_2^2)-K_x(\tau)u_1u_2\right\}$ xarakteristik funksiyası və müəyyən işçi düsturlar vasitəsilə hesablanılır:

$$a1(t)=2K_x(t)^2+\sigma_x^4+a^2[a^2+2\sigma_x^2+4K_x(t)],$$

$$\frac{1}{4}\big(a2(t)+a3(t)\big)=-\left(K_x(t)^2+\frac{1}{2}\sigma_x^4+a^2\sigma_x^2+2a^2K_x(t)+\frac{1}{2}a^2\right)\cdot$$

$$\cdot\Phi\left(\frac{a}{\sigma_x}\right)+\left(-\frac{1}{2}a\sigma_x^4-2a\sigma_x^2K_x(t)+\frac{1}{2}a^3\sigma_x^2\right)\frac{\sqrt{2}}{\sigma_x\sqrt{\pi}}e^{-a^2/(2\sigma_x^2)},$$

$$a4(t)=\frac{2}{\pi}\int_0^{K_x(t)}\frac{1}{\sqrt{\sigma_x^4-k^2}}e^{-a^2/(\sigma_x^2+k)}dk-2K_x(t)^2+\sigma_x^4+$$

$$+a^2(2\sigma_x^2+4K_x(t)+a^2)\Phi^2\left(\frac{a}{\sigma_x}\right)+\frac{4}{\pi}\left[\frac{a\sqrt{2\pi}}{\sigma}\left(\frac{3}{2}\sigma_x^4+3K_x(t)\sigma_x^2+\frac{3}{2}a^2\sigma_x^2+\right.\right.$$

$$+3a^2K_x(t)+\frac{5}{2}K_x(t)^2+\frac{1}{2}\frac{a^2K_x(t)^2}{\sigma_x^2}+\frac{1}{2}\frac{K_x(t)^2(3\sigma_x^2-a^2)}{\sigma_x^2}-$$

$$\left.-\frac{(K_x(t)^2+K_x(t)\sigma_x^2)(\sigma_x^2-a^2)}{\sigma_x^2}\right]e^{-a^2/(2\sigma_x^2)}\Phi\left(\frac{a}{\sigma}\sqrt{\frac{\sigma_x^2-K_x(t)}{\sigma_x^2+K_x(t)}}\right).(3)$$

Aşağıda Maple proqramında (bu proqramın tərtib olunmasında [2]-dən istifadə olunur) (1)-(3) düsturları ilə alınan ehtimal xarakteristikalarının a keçid səviyyəsindən asılılq cədvəllərinin qurulması reallaşdırılır:

```
> restart;
> Phi := (x) -> 2/sqrt(2*Pi)*int(exp(-t^2/2),t=0..x):
> ez := (a, s) -> (s^2+a^2)/2*(1-Phi(a/s))+a/(s*sqrt(2*Pi))*(s^2-2)
  *exp(-a^2/(2*s^2)):
> kx := (s,t) -> s^2*exp(-t^2):
> a1 := (a,s,t) -> 2*kx(s,t)^2+s^4+a^2*(a^2+2*s^2+4*kx(s,t)):
> a2 := (a,s,t) -> -(kx(s,t)^2+s^4/2+a^2*s^2+2*a^2*kx(s,t)+a^2/2)*
  Phi(a/s)+(-a*s^4/2-2*a*s^2*kx(s,t)-a^3* s^2/2)*sqrt(2)/(s*sqrt
  (Pi))*exp(-a^2/(2*s^2)):
> a41 := (a,s,t) -> (2/Pi)*int(exp(-a^2/(s^2+k))/sqrt(s^4-k^2),k=0.
  .kx(s,t))-(2*kx(s,t)^2+s^4+a^2*(2*s^2+4*kx(s,t)+a^2))*Phi(a/s)^2+
  (4/Pi)*a*sqrt(2*Pi)/s*(s^4+3*kx(s,t)*s^2+a^2*s^2+a^2*kx(s,t)+
  (s^4+5*kx(s,t)^2+a^2*s^2+4*a^2*kx(s,t)+a^2*kx(s,t)^2/s^2)/2+kx(s,
  t)^2*(3*s^2-a^2)/(2*s^2)-(kx(s,t)^2+kx(s,t)*s^2)*(s^2-a^2)/s^2)*
  exp(-a^2/(2*s^2))*Phi(a/s*sqrt((s^2-kx(s,t))/(s^2+kx(s,t)))):
> a42 := (a,s,t) -> -4/Pi*(-2*kx(s,t)*(2*s^4+kx(s,t)^2+a^2*s^2)+2*
  a^2*(a*kx(s,t)^3+s^6)/(s^2+kx(s,t))+kx(s,t)*(s^4+5*kx(s,t)^2+a^2*
  s^2+4*a^2*kx(s,t)+a^2*kx(s,t)^2/s^2)+(kx(s,t)^4+s^8)*(a^2-kx(s,t)
  *s/(s^2-kx(s,t))+kx(s,t)*a^2/(s*(s^2+kx(s,t)))))/(2*s^2*(s^2+kx(s,
  t)))+2*(kx(s,t)^2+s^4)*kx(s,t)/s^2*((s^2-a^2)+2*a^2*kx(s,t)/(s^2+
  kx(s,t))-kx(s,t)^2*a^2/(s^2+kx(s,t))^2+kx(s,t)^2*s^2/(s^4-kx(s,t)
  ^2))+(kx(s,t)^2/s^2)*(3*kx(s,t)*(a^2-s^2)-3*a*kx(s,t)^2/(s^2+kx
  (s,t))+kx(s,t)^3*(a^2/(s^2+kx(s,t))^2-s^2/(s^4-kx(s,t)^2)))-2*
  a^2*kx(s,t)^2*(2*s^2+kx(s,t))/s^2)*exp(-a^2/(s^2+kx(s,t)))/sqrt
  (s^4-kx(s,t)^2):
> kz := (a,s,t) ->  a1(a,s,t)/4+a2(a,s,t)+(a41(a,s,t)+a42(a,s,t))
  /4:
> ks:=array(1..7):rg:=array(1..7):disp:=array(1..7):
> for n from 1 to 7 do ks[n]:=0.1*n:rg[n]:=evalf(ez(0.1*n,1),3)
  :disp[n]:=evalf(kz(0,0.5*n,1),3): od:
> pare1:=(ks,rg)-> [ks,rg]:
> evalf(zip(pare1,ks,rg));
[[0.1, 0.425], [0.2, 0.359], [0.3, 0.302], [0.4, 0.252], [0.5, 0.211], [0.6, 0.174], [0.7,
   0.142]]                                                                              (1)
> pare2:=(ks,disp)-> [ks,disp]:
> evalf(zip(pare2,ks,disp));
 [ [0.1, 0.0918]  [0.2, 0.502]  [0.3, 2.16]  [0.4, 6.56]  [0.5, 15.6]  [0.6, 32.0]  [0.7, 58.1] ]   (2)
```

Bu proqramda $kx - X(t)$ –nin korelyasiya funksiyası, $ez - Z(t)$ –nin riyazi gözləməsi, $kz - Z(t)$ –nin korelyasiya funksiyası, ks –keçid səviyyəsi matrisi, $rg - Z(t)$ –nin riyazi gözləmələr matrisi, $disp - Z(t)$ –nin dispersiya matrisi, Phi – Laplas funksiyasını ifadə edir.

Ədəbiyyat

1. A.A.Sveshnikov, ”Applied methods of the theory of random functions”, New-York,1966.
2. Ian Thompson, “Understanding Maple”, November 2016.