

XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ DÖRD TƏRTİBLİ TƏNLİK ÜÇÜN BİR QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN HƏLLİ

Cəlilzadə H.N.

(BDU, Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsi)

celilzadehafize@gmail.com

Xülasə: İşdə dörd tərtibli xüsusi törəməli tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd şərtli bir qarışıq məsələnin həlli araşdırılmışdır. Əvvəlcə uyğun spektral məsələnin məxsusi ədədlərinin asimtotikası qurulmuş sonra başlanğıc funksiya və sərhəd şərtlərinin əmsalları müəyyən şərtlərini ödədikdə qarışıq məsələnin həlli tapılmışdır.

Açar sözlər: qarışıq məsələ, spektral məsələ, məxsusi ədədlər, asimtotika, sərhəd şərtləri.

İşdə aşağıdakı dörd tərtibli xüsusi törəməli tənlik üçün bir qarışıq məsələyə baxılır.

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = i \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} + b \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, 0 < x < 1, t > 0 \quad (1)$$

$$u(x, t) = \varphi(x) \quad (2)$$

$$L_1(u) \equiv u(0, t) = 0$$

$$L_2(u) \equiv \frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = 0$$

$$L_3(u) \equiv \frac{\partial^2 u(0, t)}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^2 u(1, t)}{\partial x^2} = 0$$

$$L_4(u) \equiv \frac{\partial^3 u(0, t)}{\partial x^3} + \beta \frac{\partial^3 u(1, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (3)$$

Burada b -kompleks ədəd, α və β həqiqi ədəddir.

(1)-(3) məsələsinə

$$y(x, \lambda) = \int_0^\infty u(x, t) e^{-\lambda^4 t} dt$$

inteqral çevirməsini tətbiq etsək aşağıdakı kimi spektral məsələni alırıq [2]:

$$iy^{IV} + by'' - \lambda^4 y = -\varphi(x) \quad (4)$$

$$L_k(y) = 0, k = \overline{1, 4} \quad (5)$$

(4) tənliyinin fundamental həllərini tapsaq alırıq:

$$y_k(x, \lambda) = e^{\theta_k(\lambda)x}, k = \overline{1,4}$$

Burada,

$$\theta_k(\lambda) = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4i\lambda^4}}{2i}}, k = \overline{1,4}$$

(4),(5) spektral məsələnin məxsusui ədədlərinin asimtotikası aşağıdakı kimi tapılır [1].

$$\lambda_n^4 = i[16\pi^4 n^4 - 32i\pi^3 n^3 \ln_0 E - 24\pi^2 n^2 \ln_0^2 E] - 4\pi^2 b n^2 + O(n),$$

$$n \rightarrow \pm\infty \quad (6)$$

Məxsusi ədədlərin asimtotikasından istifadə edərək (1)-(3) qarışıq məsələnin həlli üçün aşağıdakı teorem isbat edilmişdir.

Teorem: Fərz edək ki, $\varphi(x) \in C^2[0,1], \varphi(0)=\varphi(1)=\varphi'(0)=\varphi'(1)=0, \operatorname{Re} b > 0, |\alpha\beta| > |\alpha + \beta| > 0$ şərtləri ödənilir. Onda (1)-(3) məsələsinin aşağıdakı şəkildə göstərilə bilən həlli var.

$$u(x, t) = i \sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{res}_{\lambda=\lambda_n} \lambda^3 e^{\lambda^4 t} \int_0^1 G(x, \xi, \lambda) \varphi(\xi) d\xi$$

burada $\lambda_n (n=0,1,2,\dots)$ ədədləri (4),(5) spektral məsələnin $G(x, \xi, \lambda)$ Qrin funksiyasının bütün polyusları işarə olunub. Hərada ki, spektral məsələnin məxsusi ədədlərinin asimtotikası (6) düsturu ilə göstərilib.

Ədəbiyyat

1. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. Москва. Наука, 1964.
2. Расулов М.Л. Метод контурного интеграла //М.- Наука, 1964.