

BİR PAYLANMIŞ OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNDƏ BAŞLANGİC ŞƏRT ADI DİFERENSİAL TƏNLIYIN HƏLLİ OLAN HALDA OPTİMALLIQ ŞƏRTİ

Əhmədova P.R.

(BDU, Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsi)

pervane.ahmedova179@gmail.com

Xülasə: İşdə bir paylanmış parametrlı optimal idarəetmə məsələsində başlangıç şərt adi diferensial tənliyin həlli olan halda optimallıq şərtinin tapılması məsələsinə baxılır[1-4]. Optimallıq üçün zəruri şərt tapılır.

Açar sözlər: optimal idarəetmə, mümkün idarə, diskret proses, diferensial tənlik, optimal proses.

Tutaq ki, $U \subset R^r, V \subset R^r$ -verilmiş, boş olmayan, məhdud çoxluqlardır. $u(t)$ sonlu sayda birinci növ kəsilmə nöqtəsinə malik, hissə-hissə kəsilməz r ölçülü idarəedici vektor funksiya olub, $v(t)$ sonlu sayda birinci növ kəsilmə nöqtəsinə malik, hissə-hissə kəsilməz r ölçülü idarəedici vektor funksiya

$D = T \times X = [t_0, t_1] \times [x_0, x_1]$ verilmiş düzbucaqlıdır.

Fərz edək ki, idarə olunan kəsilməz obyektin hərəkət qanunu D düzbucaqlısında

$$z_t(t, x) = A(t, x)z(t, x) + f(t, x, u(t)), \quad (t, x) \in D \quad (1)$$

birinci tərtib diferensial tənliklər sistemi və

$$z(t_0, x) = a(x), x \in [x_0, x_1]. \quad (2)$$

başlangıç şərti ilə təsvir olunur.

Burada $A(t, x)$ – verilmiş $(n \times n)$ ölçülü kəsilməz matris funksiya, $f(t, x, u)$ – verilmiş, arqumentlərinin küllüsünə nəzərən kəsilməz r ölçülü vektor funksiya, $a(x)$ – başlangıç funksiya olub

$$\dot{a}(x) = B(x)a + g(x, v) \quad (3)$$

xətti diferensial tənliklər sisteminin

$$a(x_0) = a_0 \quad (4)$$

başlangıç şərtini ödəyən həllidir.

Fərz olunur ki, $u(t)$ və $v(x)$ idarəedici vektor-funksiyaları

$$u(t) \in U \subset R^r, t \in T \quad (5)$$

$$v(x) \in V \subset R^r, x \in X \quad (6)$$

şərtlərini ödəyirlər. (5)-(6) şərtlərini ödəyən $(u^0(t), v^0(x))$ cütünə mümkün idarə deyilir.

Daha sonra $T_i(t_0 < \tau_1 < \dots < \tau_k < t_k), i = \overline{1, k}$

$X_i \in X(x_0 < x_1 < \dots < x_k \leq m), i = \overline{1, m}$ ilə verilmiş nöqtələri işarə edək və aşağıdakı şəkildə

$$J(u, v) = \int_{x_0}^{x_1} C_i'(x)z(\tau_i, x) dx + \sum_{i=1}^m d_i'(x)a(x_i) \quad (4)$$

funksionalını təyin edək.

Burada $C_i(x), i = \overline{1, n}, d_i(x), i = \overline{1, m}$, – verilmiş, sabit sütun vektorlardır. Göründüyü kimi bu funksional çoxnöqtəli olub, terminal tipli funksionalın ümumiləşməsidir.

Əsas məqsəd optimal idarəetmə məsələsində mümkün idarələr içərisindən eləsini tapmaqdan ibarətdir ki, (1)-(3) məsələsinin bu idarəyə uyğun həlli üzərində (4) funksional minimum qiymət alsın.

$$H(t, x, u, \psi^0) = \psi^{0'} f(t, x, u)$$

$$M(t, x, v, p^0) = p^{0'} q(x, v)$$

işarələməsini daxil etsək, bu funksiyalar Hamilton-Pontryagin funksiyalarının analoqlarıdır və fərz edək ki, $\psi^0(t, x)$ və $p^0(t, x)$ vektor funksiyalar olub, aşağıdakı münasibətləri ödəyirlər.

$$\begin{aligned} \psi^0(t, x) = & \int_{x_0}^{x_1} \sum_{i=1}^k d_i(t) C_i'(x) dx + \\ & + \int_{t_0}^{t_1} A'(\tau, x) \psi^0(\tau, x) d\tau + \sum_{i=1}^k \int_{x_0}^{x_1} \left(\int_{x_0}^{x_1} \sum_{i=1}^k C_i'(s) ds \right) \Delta a^0(x) dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^{0'}(t, x) C_i' = & - \sum_{i=1}^k \int_{x_0}^{x_1} c_i(s) ds + \\ & + \int_{x_0}^{x_1} B'(s) p(s) ds + \int_{t_0}^{t_1} \left(\int_{x_0}^{x_1} A'(t, s) \psi^0(t, s) \right) ds dt \end{aligned}$$

Tutaq ki, $u^0(t)$ və $v^0(x)$ baxılan məsələ də optimal idarədirlər. Baxılan məsələdə funksionalın artım düsturundan istifadə etməklə aşağıdakı hökmün isbat etmiş oluruq.

Teorem: Baxılan (1)-(4) məsələsində $(u^0(t)$ və $v^0(x))$ mümkün idarəsini optimal idarə olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\int_{x_0}^{x_1} H(\theta, x, u, \psi(\theta, x)) - H(\theta, x, u^0(\theta), \psi(\theta, x)) dx \leq 0 \quad (6)$$

$$M(\xi, v, p^0(\xi)) - M(\xi, v^0(\xi), p^0(\xi)) \leq 0 \quad (7)$$

bərabərsizliklərinin ixtiyari $u \in U, \theta \in [t_0, t_1]$ və $v \in U, \xi \in [x_0, x_1]$ üçün uyğun olaraq ödənilməsidir.

Ədəbiyyat

1. К. Б. Мансимов, “К теории необходимых условий оптимальности в одной задаче с распределенными параметрами”, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., (2001), 1505–1520

2. К. В. Mansimov, “On the theory of necessary optimality conditions for a problem with distributed parameters”, Comput. Math. Math. Phys., (2001), 1429–1443

3. Габасова Р., Кириллова Ф.М. Принцип максимума в теории оптимального управления. [The maximum principle in the optimal control theory]. Moscow. URSS. 272 p. (2011)

4. Москаленко А.И. Об одном классе задач оптимального регулирования. мат. и мат физики . 1. pp. 68–95.