

KVADRATDA KOŞI-RİMAN TƏNLIYI ÜÇÜN TİXONOV- LAVRENTİYEV MƏNADA TƏRS MƏSƏLƏ

Həsənli L.R.

(BDU, Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsi)

leylahasanly@gmail.com

***Xülasə:** Vahid kvadratda Koşî-Riman tənliyi üçün qeyri-lokal sərhəd şərti daxilində baxılan Tixonov-Lavrentyev mənadada tərs məsələdə zəruri şərtlər requlyarlaşdırıldıqdan sonra, alınan requlyar ifadələrlə verilmiş sərhəd şərtlərindən naməlum funksiyanın sərhəd*

qiymətləri Kramer qaydasından istifadə etməklə, bu qiymətlər üçün requlyar nüvəli II növ Fredholm tipli integral tənliklər sistemi alınmışdır. Sonra isə, sərhəd şərtinin naməlum əmsalı üçün II növ qeyri-xətti Fredholm tipli integral tənlik alındığı göstərilmişdir.

Açar sözlər: I tərtib elliptik tənlik, Koşi-Riman tənliyi, qeyri-lokal sərhəd şərti, fundamental həll, zəruri şərtlər, requlyarizasiya, Fredholm luq

Sərhəd məsələsində alınan zəruri şərtlər requlyarlaşdırıldıqdan sonra, alınan requlyar ifadələrlə verilmiş sərhəd şərtlərindən naməlum funksiyanın sərhəd qiymətləri Kramer qaydasından istifadə etməklə, bu qiymətlər üçün requlyar nüvəli II növ Fredholm tipli integral tənliklər sistemi alınır. Bu integral tənliklər sistemindən sərhəd qiymətləri təyin edilərək, requlyarlaşdırılmış zəruri şərtlərlə, sərhəd şərtlərindən qalan ifadələrdə yazmaqla, sərhəd şərtinin naməlum əmsalı üçün II növ qeyri-xətti Fredholm tipli integral tənlik almış oluruq.

Aşağıdakı kimi məsələyə baxılır:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2} + i \frac{\partial u(x)}{\partial x_1} = 0, x_k \in (0,1), k = (1,2) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{k1}(t)u(t,0) + \alpha_{k2}(t)u(1,1-t) + \alpha_{k3}(t)u(1-t,1) + \alpha_{k4}(t)u(0,t) = \\ = \alpha_k(t), k = \overline{1,3} \\ \alpha_{12}(t) = \alpha_{23}(t) = \alpha_{34}(t) = \alpha(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Əsas məchullardan əlavə sərhəd şərtinin 3 əmsalı eyni və naməlumdur. Sərhəd şərtlərinin əmsalında naməlum hədd iştirak etdiyindən 3 sərhəd şərti verilmişdir. Sərhəd şərtləri xətti asılı deyil və Karleman şərti ödənilir.

Tənliyin fundamental həllindən istifadə etməklə əsas münasibətdən zəruri şərtlər ayrılmışdır. Bu zəruri şərtlərə daxil olan sinqulyarlıqlar saflaşdırılmış və sərhəd şərtindən istifadə etməklə zəruri şərtlərdə olan sinqulyarlıqlar requlyarlaşdırılmışdır.

Sərhəd şərtləri aşağıdakı kimidir:

$$\begin{cases} \alpha_{11}(t)u(t,0) + \alpha(t)u(1,1-t) + \alpha_{13}(t)u(1-t,1) + \alpha_{14}(t)u(0,t) = \alpha_1(t) \\ \alpha_{21}(t)u(t,0) + \alpha_{22}(t)u(1,1-t) + \alpha(t)u(1-t,1) + \alpha_{24}(t)u(0,t) = \alpha_2(t) \\ \alpha_{31}(t)u(t,0) + \alpha_{32}(t)u(1,1-t) + \alpha_{33}(t)u(1-t,1) + \alpha(t)u(0,t) = \alpha_3(t) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{11}(t)u(t,0) + \alpha(t)u(1,1-t) - \alpha_{13}(t)u(1-t,1) - \alpha_{14}(t)u(0,t) = \\ = \frac{i}{\pi} \int_0^1 \frac{\alpha_1(\tau)}{\tau-t} d\tau + \dots, \\ \alpha_{21}(t)u(t,0) + \alpha_{22}(t)u(1,1-t) - \alpha(t)u(1-t,1) - \alpha_{24}(t)u(0,t) = \\ = \frac{i}{\pi} \int_0^1 \frac{\alpha_2(\tau)}{\tau-t} d\tau + \dots, \\ \alpha_{31}(t)u(t,0) + \alpha_{32}(t)u(1,1-t) - \alpha_{33}(t)u(1-t,1) - \alpha(t)u(0,t) = \\ = \frac{i}{\pi} \int_0^1 \frac{\alpha_3(\tau)}{\tau-t} d\tau + \dots, \end{aligned}$$

(3) tənliklər sistemində $u(t, 0)$ funksiyasını sağ tərəfə keçirsək, alırıq:

$$\begin{cases} \alpha(t)u(1, 1-t) + \alpha_{13}(t)u(1-t, 1) + \alpha_{14}(t)u(0, t) = \alpha_1(t) - \alpha_{11}(t)u(t, 0) \\ \alpha_{22}(t)u(1, 1-t) + \alpha(t)u(1-t, 1) + \alpha_{24}(t)u(0, t) = \alpha_2(t) - \alpha_{21}(t)u(t, 0) \\ \alpha_{32}(t)u(1, 1-t) + \alpha_{33}(t)u(1-t, 1) + \alpha(t)u(0, t) = \alpha_3(t) - \alpha_{31}(t)u(t, 0) \end{cases}, \quad (4)$$

$$\Delta(t) = \begin{vmatrix} \alpha(t) & \alpha_{13}(t) & \alpha_{14}(t) \\ \alpha_{22}(t) & \alpha(t) & \alpha_{24}(t) \\ \alpha_{32}(t) & \alpha_{33}(t) & \alpha(t) \end{vmatrix} \neq 0, \quad (5)$$

şerti daxilində (4) sistemindən naməlum $u(1, 1-t)$, $u(1-t, 1)$ və $u(0, t)$ funksiyaları Kramer qaydasından istifadə etməklə, $u(t, 0)$ vasitəsilə tapılır: [1]

$$u(1, 1-t) = \frac{1}{\Delta(t)} \begin{vmatrix} \alpha_1(t) - \alpha_{11}(t)u(t, 0) & \alpha_{13}(t) & \alpha_{14}(t) \\ \alpha_2(t) - \alpha_{21}(t)u(t, 0) & \alpha(t) & \alpha_{24}(t) \\ \alpha_3(t) - \alpha_{31}(t)u(t, 0) & \alpha_{33}(t) & \alpha(t) \end{vmatrix},$$

$$u(1-t, 1) = \frac{1}{\Delta(t)} \begin{vmatrix} \alpha(t) & \alpha_1(t) - \alpha_{11}(t)u(t, 0) & \alpha_{14}(t) \\ \alpha_{22}(t) & \alpha_2(t) - \alpha_{21}(t)u(t, 0) & \alpha_{24}(t) \\ \alpha_{32}(t) & \alpha_3(t) - \alpha_{31}(t)u(t, 0) & \alpha(t) \end{vmatrix},$$

$$u(0, t) = \frac{1}{\Delta(t)} \begin{vmatrix} \alpha(t) & \alpha_{13}(t) & \alpha_1(t) - \alpha_{11}(t)u(t, 0) \\ \alpha_{22}(t) & \alpha(t) & \alpha_2(t) - \alpha_{21}(t)u(t, 0) \\ \alpha_{32}(t) & \alpha_{33}(t) & \alpha_3(t) - \alpha_{31}(t)u(t, 0) \end{vmatrix}.$$

Nəhayət, $u(1, 1-t)$, $u(1-t, 1)$ və $u(0, t)$ funksiyaları üçün aldığımız ifadələri requlyar ifadələrdə nəzərə alsaq, requlyar nüvəli II növ Fredholm tipli integral tənliklər sistemi alırıq. Bu integral tənliklər sistemindən $u(t, 0)$ funksiyası təyin edilərək, requlyarlaşdırılmış zəruri şərtlərlə, sərhəd şərtlərindən qalan ifadələrdə yazılmaqla, sərhəd şərtinin naməlum əmsalı üçün II növ qeyri-xətti Fredholm tipli integral tənlik alırıq [2].

Ədəbiyyat

1. M. Sajjadmanesh, M. Jahanshahi, N. Aliyev. Tikhonov-Lavrentev type inverse problem including Cauchy-Riemann equation, *Azerbaijan Journal of Mathematics*, Baku, January 2013, Vol. 3, No.1, pp. 104-110.
2. N.A. Aliyev, M. Sajjadmanesh; M. Jahanshahi; Inverse Problem of the Kind of Tikhonov-Lavrentev Including the Cauchy-Riemann Equation on a Boundary Region (English) Book of Abstracts, The Fourth Congress of The Turkic World Mathematical Society. Azerbaijan, Baku, 1-3 July, 2011, p.266.