

NORMAL QANUNLA PAYLANMIŞ MÜDAXİLƏYƏ MALİK TƏSADÜFİ PROSESİN ERQODİK PAYLANMASININ MOMENTLƏRİNİN TƏDQIQI

Rzazadə G.İ.

(BDU, Tətbiqi riyaziyyat və kibernetika fakültəsi)

rgulare@bk.ru

Xülasə: Təqdim olunan işdə normal müdaxiləyə malik gecikməli (s, S) tipli $X(t)$ semi-Markov prosesinin erqodik paylanmasının momentləri verilmiş, η_n təsadüfi kəmiyyətlərinin eksponensial paylanmaya malik olduğu halda n -ci tərtib erqodik momenti hesablanmışdır.

Açar sözlər: semi-Markov prosesi, erqodik momentlər, erqodik paylanma, riyazi gözləmə, eksponensial paylanma, asimptotik metod.

$\{\xi_n\}, \{\eta_n\}, \{\theta_n\}, \{\zeta_n\}, n = 1, 2, \dots$, ardıcılıqları eyni bir $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ fəzasında təyin olunmuş asılı olmayan, öz aralarında eyni paylanmaya malik, müsbət qiymətli təsadüfi kəmiyyətlərdir. Baxılan $X(t)$ prosesi normal müdaxiləyə malik gecikməli (s, S) tipli semi-Markov prosesidir. Bu proseslərə oxşar tip proseslər [1]-[4] məqalələrində tədqiq olunmuşdur.

$$X(t) = \max\{s; \zeta_{r-1} - (Y_{\nu(t)} - Y_{L_{r-1}})\}, \gamma_{r-1} \leq t < \gamma_r, r = 1, 2, \dots$$

$$\gamma_0 = 0; \zeta_0 \equiv z; Y_0 = 0; Y_n = \sum_{i=1}^n \eta_i; L_0 = 0,$$

$$L_{r-1} \equiv \sum_{i=1}^{r-1} N_i(\zeta_{i-1} - s); \quad r = 2, 3, \dots$$

$$v(t) \equiv \max\{n \geq 0: T_n \leq t\}.$$

$X(t)$ prosesinin erqodik paylanmasının n -ci momentini aşağıdakı kimi işarə edək:

$$E(X^n) \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} E((X(t))^n)$$

Prosesin erqodik paylanmasının n -ci momentini onun erqodik paylanması ilə aşağıdakı kimi ifadə etmək mümkündür.

$$E(X^n) = n \int_s^S x^{n-1} (1 - Q_x(x)) dx$$

Digər tərəfdən erqodik paylanmanın aşkar şəkli

$$Q_x(x) = 1 - \frac{E(U_\eta(\zeta_1 - x))}{K + E(U_\eta(\zeta_1 - s))} \quad \text{kimi olduğu üçün,}$$

$$E(X^n) = \frac{n}{K + E(U_\eta(\zeta_1 - s))} \int_s^S x^{n-1} E(U_\eta(\zeta_1 - x)) dx \text{ olur, burada } U_\eta(v) \{ \eta_n \}$$

təsadüfi kəmiyyətlərinin əmələ gətirdiyi bərpə funksiyasıdır.

Misal. η_n təsadüfi kəmiyyətləri $\lambda > 0$ parametrlı eksponensial paylanmaya malik olsunlar. Bu halda, hər bir $n=1, 2, \dots$ üçün aşağıdakı ifadə doğrudur:

$$E(X^n) = \frac{n}{K + 1 + \lambda(E(\zeta_1) - s)} \left\{ \frac{(\lambda E(\zeta_1) + 1)(S^n - s^n)}{n} - \lambda \frac{S^{n+1} - s^{n+1}}{n+1} \right\}.$$

Doğrudan da η_n $\lambda > 0$ parametrlı eksponensial paylanmaya malik olduğu üçün asanlıqla göstərmək mümkündür ki, $U_\eta(x) = \lambda x + 1$ olur. Buna görə də

$$\begin{aligned} E(X^n) &= \frac{n}{K + E\{\lambda(\zeta_1 - s) + 1\}} \int_s^S x^{n-1} E\{\lambda(\zeta_1 - x) + 1\} dx \\ &= \frac{n}{K + 1 + \lambda(E(\zeta_1) - s)} \int_s^S x^{n-1} \{\lambda(E(\zeta_1) - x) + 1\} dx \\ &= \frac{n}{K + 1 + \lambda(E(\zeta_1) - s)} \left\{ \int_s^S (\lambda E(\zeta_1) + 1) x^{n-1} dx - \int_s^S \lambda x^n dx \right\} \\ &= \frac{n}{K + 1 + \lambda(E(\zeta_1) - s)} \left\{ (\lambda E(\zeta_1) + 1) \frac{S^n - s^n}{n} - \lambda \frac{S^{n+1} - s^{n+1}}{n+1} \right\} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Burada $E(\zeta_1), \zeta_1$ təsadüfi kəmiyyətinin riyazi gözləməsidir:

$$\zeta_1 = \min\{s; \max\{s; Z_1\}\}, Z_1 \in N(a; \sigma^2).$$

Ədəbiyyat

1. Aliyev R.T. Ardinc O., Khaniyev T. Asymptotic approach for a renewal-reward process with a general interference of chance //

Communications in Statistics - Theory and Methods, 2016, 45, pp. 4237-4248.

2. Aliyev R.T. Khaniyev T.A. On limit behavior of characteristic function of ergodic distribution of semi-Markovian random walk with two boundaries. //Mathematical Notes, 2017, Vol. 102, No. 4, pp. 444–454.
3. Khaniev T.A., On the probability characteristics of a semi-Markovian random walks with two barriers // Bulletin of International Statistical Institute, 57, 2(1997), 569-570.
4. Khaniyev T.A. and Mammadova Z.I., On the stationary characteristics of the extended model of type (s,S) with Gaussian distribution of summands // Journal of Statistical Computation and Simulation, 76, 10 (2006) 861-874.