

PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN SƏRBƏST HƏDDİN TAPILMASI HAQQINDA TƏRS MƏSƏLƏNİN VARIASİONAL QOYULUŞU

Səfərova G.Ş.

(BDU, Təbii riyaziyyat və kibernetika fakültəsi)

gunew.seferova96@mail.ru

Xülasə: Təqdim olunan işdə parabolik tənliyin sərbəst həddinin tapılması üçün tərs məsələnin variasional qoyuluşunun korrektiliyi tədqiq olunmuş, məqsəd funksionalının qradienti üçün ifadə tapılmış və optimallıq əlaməti çıxarılmışdır.

Açar sözlər: parabolik tənlik, tərs məsələ, optimallıq əlaməti.

Tutaq ki ,

$$J(v) = \int_0^l \left| \frac{1}{T} \int_0^T u(x, t; v) dt - \chi(x) \right|^2 dx$$

(1)

funksionalını aşağıdakı şərtlər daxilində minimallaşdırmaq tələb olunur :

$$u_t - (k(x, t) u_x)_x + q(x, t) u = v(x) + f(x, t),$$

$$(x, t) \in Q = \{(x, t) : 0 < x < l, 0 < t \leq T\},$$

(2)

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad 0 < t \leq T, \quad (4)$$

$$v = v(x) \in V. \quad (5)$$

Burada $l, T > 0$ verilmiş ədədlər , $k(x, t)$, $q(x, t)$, $f(x, t)$, $\varphi(x)$, $\chi(x)$ verilmiş funksiyalar , $V \subset L_2(0, l)$ verilmiş çoxluq , $v = v(x)$ - idarəedici funksiya , $u = u(x, t) = u(x, t; v)$ -(2)-(4) sərhəd məsələsinin $W_2^{1,0}(Q)$ -dən olan ümumiləşmiş həllidir [1].

Fərz edək ki , (1)-(5) məsələsinin verilənləri aşağıdakı şərtləri ödəyir :

$$0 < \nu \leq k(x, t) \leq \mu, \quad |k_t(x, t)| \leq \mu_1, \quad |q(x, t)| \leq \mu \quad Q_T - \text{də sanki hər yerdə};$$

$$\chi(x) \in L_2(0, l), \quad f(x, t) \in L_2(Q_T), \quad \varphi(x) \in \overset{\circ}{W}_2^1(Q).$$

(6)

Teorem 1. Tutaq ki , (6) şərtləri ödənilir və V çoxluğu $L_2(0, l)$ -də qabarıq, qapalı və məhdud çoxluqdur. Onda (1)-(5) məsələsinin V_* minimum nöqtələr çoxluğu boş deyil və ixtiyari minimallaşdırıcı ardıcılıq $L_2(0, l)$ -də V_* çoxluğuna zəif yığılır.

(1)-(5) məsələsinə uyğun qoşma sərhəd məsələsini daxil edək [2] :

$$\psi_t + (k(x, t)\psi_x)_x - q(x, t)\psi = -\frac{2}{T^2} \left[\int_0^T u(x, \tau; \nu) d\tau - \chi(x) \right], \quad (x, t) \in Q, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \psi(x, T) &= 0, \quad 0 \leq x \leq l, \\ \psi(0, t) &= \psi(l, t) = 0, \quad 0 < t < T. \end{aligned} \quad (8)$$

(9)

Teorem 2. Tutaq ki , (6) şərtləri ödənilir . Onda (1)-(5) məsələsində (1) funksionalı $L_2(0, l)$ -də Freşe mənada kəsilməz diferensiallanandır və onun qradienti üçün aşağıdakı bərabərlik doğrudur :

$$J'(\nu) = \int_0^T \psi(x, t; \nu) dt, \quad 0 < x < l.$$

Burada $\psi(x, t; \nu)$ - (7)-(9) məsələsinin $W_2^{1,0}(Q)$ -dən olan ümumiləşmiş həllidir.

Teorem 3. Tutaq ki , (6) şərtləri ödənilir və V çoxluğu $L_2(0, l)$ -də qabarıqdır. Onda $\nu_* \in V$ idarəedicisinin (1)-(5) məsələsinin optimallığı üçün

$$\int_0^l \left(\int_0^T \psi(x, t; \nu_*) dt \right) (\nu(x) - \nu_*(x)) dx \geq 0, \quad \forall \nu = \nu(x) \in V$$

bərabərsizliyinin ödənilməsi zəruri və kafidir.

Ədəbiyyat

1. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.:Наука, 1973, 407 с.
2. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981, 400 с.