

KLEYN-FOK-QORDON TƏNLİYİNİN HELLMAN POTENSİALİ ÜÇÜN ANALİTİK HƏLLİ

Mehdiyeva N.N.

Bakı Dövlət Universiteti

nurlanamehdiyeva7@gmail.com

İşdə Kleyn-Fok-Qordon tənliyi Hellman potensialı üçün Nikiforov-Uvorov metodu ilə analitik şəkildə həll edilmişdir. Verilmiş potensial üçün enerji spektri və radial dalğa funksiyası alınmışdır.

Sferik koordinatlarda skalyar və vektor potensialları üçün Kleyn-Fok-Qordon tənliyi aşağıdakı formada olur[1]:

$$\left[-\left(i \frac{\partial}{\partial} - V(r) \right) - \nabla + (S(r) + M) \right] \psi(r, \theta, \varphi) = 0, \quad (1)$$

burada M – nuklon sisteminin kütləsi θ – polyar bucaq, φ – azimutal bucaqdır.

Stasionar halda dalğa funksiyası aşağıdakı şəkildə dəyişənlərinə ayrılabilir:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{R(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (2)$$

Hellman potensialını aşağıdakı şəkildədir[2]

$$V(r) = -\frac{V_0}{r} - \frac{V_1}{r^2} e^{-\alpha r}, \quad (3)$$

$$\chi'' + \left[E^2 - M^2 - 2(M + E)V(r) - \frac{\lambda}{r^2} \right] \chi = 0, \quad (4)$$

burada $\lambda = l(l + 1)$ dəyişənlərə görə ayırma sabitləridir.

Bu tənliyi Nikiforov-Uvorov metodu ilə həll etmək üçün əvvəlcə aşağıdakı formada hiperhəndəsi şəkildə təsvirini vermək lazımdır[3]:

$$\psi''(s) + \frac{\bar{\tau}(s)}{\sigma(s)} \psi'(s) + \frac{\bar{\sigma}(s)}{\sigma^2} \psi(s) = 0. \quad (5)$$

Bu potensialı Klein-Fok-Qordon tənliyində yerinə qoysaq və həll edərək açıq şəklini tapsaq:

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \left[(E^2 - M^2 c^2) - 2(E + M) \left(-\frac{V_0}{r} - \frac{V_1}{r^2} e^{-\alpha r} \right) - \frac{l(l + 1)}{r^2} \right] R(r) = 0. \quad (6)$$

$$\frac{d^2 R}{ds^2} + \frac{(1 - s)dR}{s(1 - s)ds} + \frac{1}{s^2(1 - s)^2} \times \\ \times [-\varepsilon s^2 + (2\varepsilon + \beta_1 + \beta_2)s - (\varepsilon + \beta_1 + \gamma)] R(s) = 0. \quad (7)$$

Qeyri-relyativistik hal üçün $M + E \rightarrow 2\mu/\hbar^2$, $M - E \rightarrow E_{n,l}$ keçidlərindən

istifadə edərək enerji spektri aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$E_{nl} = -\frac{\alpha^2 \hbar^2}{2\mu} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{n^2 + \frac{4\mu V_0}{\alpha \hbar^2} - \frac{4\mu V_1}{\hbar^2} + 2l(l + 1)}{2n + 2\sqrt{l(l + 1) - \frac{4\mu V_1}{\hbar^2} + \frac{1}{4} + 1}} \right)^2 - \frac{4\mu V_0}{\alpha \hbar^2} - l(l + 1) \right] \quad (8)$$

Ədəbiyyat:

1. Greiner W., Relativistics Quantum Mechanics, 3ed (Berlin, Springer, 2000).
2. Hamzaavi M., Thylwe K.E. and Rajabi Rajabi A.A., Approximates Bound States of the Hellman Potential, (2013)
3. Nikiforov A.F. and Uvarov V.B., Special Functions of Mathematical Physics, (Basel 1988)