

## ŞREDİNGER TƏNLIYININ ESKART VƏ KULON POTENSİALLARININ XƏTTİ CƏMİ ÜÇÜN HƏLLİ

**Hüseynova S.N., Bədəlov V.H.**

*Bakı Dövlət Universitet*  
*sonahsynva23@gmail.com*

Sferik simmetrik Eskart potensialı [1]

$$V(r) = -\alpha \frac{e^{-r/a}}{1 - e^{-r/a}} + \beta \frac{e^{-r/a}}{(1 - e^{-r/a})^2}, \quad (1)$$

burada  $\alpha, \beta > 0$  – potensial çuxurun dərinliyini,  $a$  – isə potensialın dəyişmə diapazonunu ifadə edir. Eskart və Kulon potensiallarının xətti cəmi üçün radial Şredinger tənliyinin

$$\frac{d^2 u_{nl}(r)}{dr^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E_{nl} - V_{eff}(r)] u_{nl}(r) = 0 \quad (2)$$

analitik həlli nüvənin nuklonlarla qarşılıqlı təsirinin əlaqəli və səpilmə halları üçün çox əhəmiyyətlidir, burada

$$V_{eff}(r) = -\alpha \frac{e^{-r/a}}{1 - e^{-r/a}} + \beta \frac{e^{-r/a}}{(1 - e^{-r/a})^2} + \frac{V_C}{r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \quad (3)$$

effektiv potensialdır. (2) radial Şredinger tənliyini orbital kvant ədədinin ixtiyari qiymətində (3) münasibətində üçüncü və dördüncü hədlərə görə analitik həll etmək mümkün olmur. Təkmilləşmiş Greene-Aldrich yaxınlaşmasından istifadə edərək Zommerfeld metodunun köməyiylə  $l \neq 0$  halı üçün (2) tənliyini analitik həll edib, enerji spektri

$$E_{nl} = \frac{V_C}{a} D_0 + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu a^2} C_0 - \frac{\hbar^2}{8\mu a^2} \left[ \frac{\frac{2\mu a^2}{\hbar^2} \left( \alpha - \frac{V_C}{a} \right)}{\sqrt{\frac{2\mu a^2}{\hbar^2} \beta + \left( l + \frac{1}{2} \right)^2} + n + \frac{1}{2}} - \left( \sqrt{\frac{2\mu a^2}{\hbar^2} \beta + \left( l + \frac{1}{2} \right)^2} + n + \frac{1}{2} \right) \right]^2 \quad (4)$$

və radial dalğa funksiyası tapılmışdır, burada  $C_0 = \frac{1}{12}$  və  $D_0 = \frac{1}{2}$  – sürüşmə parametrləri və  $n$  radial kvant ədədidir:

$$n = 0, 1, 2, \dots, \left\lfloor \sqrt{\frac{2\mu a^2}{\hbar^2} \left( \alpha - \frac{V_C}{a} \right)} - \sqrt{\frac{2\mu a^2}{\hbar^2} \beta + \left( l + \frac{1}{2} \right)^2} - \frac{1}{2} \right\rfloor.$$

(2) radial Şredinger tənliyinin Zommerfeld metodu ilə həlli

burada  $u_{nl}(z) = N_{nl} z^{\varepsilon} (1-z)^{\gamma+\frac{1}{2}} {}_2F_1(-n, 2\varepsilon+2\gamma+1+n, 2\varepsilon+1, z)$ , (5)  
 ${}_2F_1(-n, 2\varepsilon+2\gamma+1+n; 2\varepsilon+1; z)$  – Qausun hiperhəndəsi  
 funksiyası,  $z = e^{-r/a}$ ,  $\varepsilon = \sqrt{\frac{2\mu a^2}{\hbar^2} \left(-E_{nl} + \frac{V_C}{a} D_0\right) + l(l+1)C_0}$ ,  $\gamma =$

$\sqrt{\frac{2\mu a^2}{\hbar^2} \beta + \left(l + \frac{1}{2}\right)^2}$ ;  $0 \leq z \leq 1$  və  $N_{nl}$  isə normallaşma sabitidir.

(4) ifadəsindən görünür ki, baxılan sistem  $\alpha, \beta, V_C$  və  $a$  potensial parametrlərindən, radial  $n$  və orbital  $l$  kvant ədədlərindən asılı məhdud sayda  $E_{nl}$  enerji spektrinə malikdir.

Xüsusi halda,

- 1) (4) münasibətində  $V_C = 0$  olduqda [2] işində enerji spektrinin (28) ifadəsi alınır;
- 2) (4) münasibətində  $V_C = 0$  olması şərtində alınan ifadə  $C_0 = 0$ ,  $\hbar = \mu = 1$  ilə [3] işində enerji spektrinin (17) ifadəsinə keçir;
- 3) (4) münasibətində  $V_C = \beta = 0$  olması şərtində alınan ifadə [4] işində enerji spektrinin (32) ifadəsinə keçir.

### Ədəbiyyat:

1. C. Eckart, The Penetration of a Potential Barrier by Electrons, Phys. Rev. **35**, 1303-1309, 1930.
2. Y.F. Diao, L.Z. Yi, T. Chen, C.S. Jia, Arbitrary  $l$  - wave bound state solutions of the Schrödinger equation with Eckart potential, Mod. Phys. Lett. **B 23**, 2269-2279, 2009.
3. S.H. Dong, W.C. Qiang, G.H. Sun, V.B. Bezerra, Analytical approximations to the  $l$  - wave solutions of the Schrödinger equation with the Eckart potential, J. Phys. A: Math. Theor., **40**, 10535-10540, 2007.
4. O. Bayrak, G. Kocak, I. Boztosun, Any  $l$  - state solutions of the Hulthen potential by the asymptotic iteration method, J. Phys. **A: Math. Gen.**, **39**, 11521-11529, 2006.