

*Aslanov Həmdulla İsrəfil oğlu,
fizika - riyaziyyat elmləri doktoru, professor,
Axundov Ədalət Yavuz oğlu,
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor,
AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu*

RIYAZİYYATIN BƏZİ TƏTBİQLƏRİ HAQQINDA

Böyük alman riyaziyyatçısı Qauss demişdir: “Elmlər yalnız o zaman kamilləşir ki, ona riyaziyyat tətbiq edilmiş olsun”. Qaussun uzaqgörənliklə söylədiyi bu kəlam müasir elmi-texniki inqilab dövründə daha artıq nəzərə çarpmadadır. Riyaziyyatın mexanika, fizika və digər texniki sahələrdə tətbiqləri təbii görünsə də, onun iqtisadiyyatda, biologiyada təbabətdə sosioloji tədqiqatlarda, dilçilikdə və s. tətbiqləri olduqca maraqlıdır. Riyaziyyat təbiəti öyrənmək üçün qüdrətli bir vasitə olub, kainatın sirlərini açmaqda insanların ən yaxın köməkçisidir.

Qalileyə görə, dünya riyaziyyat dilində yazılmış bir kitabdır: bunu ancaq həmin dilə yiyələnənlər oxuyub öyrənə bilirlər. Bizi əhatə edən aləmi öyrənərkən riyaziyyat, adətən, birbaşa deyil, başqa elmlər vasitəsilə tətbiq edilir. İndiki dövrdə biliklərin müxtəlif sahələrində gedən “riyaziləşmə” prosesi və bunun müsbət nəticələri bu elmin aparıcı rolunu bir daha təsdiq edir.

Son illərdə riyazi modelləşdirmə metodu fiziki proseslərdə və texnikanın bir çox sahələrində geniş tətbiq edilir. Eləcə də riyazi modelləşmə tibbdə və immunologiyada daha çox tətbiq olunur. Keçən onilliklər ərzində immunologiyanın sürətli inkişafı canlı orqanizm antigenlərinin təsirinə immunoloji cavablarının tam sahəsini yaratmağa imkan vermişdir. Riyaziyyatın bioloji tədqiqatlarda və ekologiyada tətbiqlərinə aid aşağıdakı maraqlı məsələləri nəzərdən keçirək.

1. Hər hansı cinsin artma modelinə (populyasiyasına) baxaq. Əgər cinsin artması üçün lazım olan ehtiyatlar və şərait kifayət qədər olarsa, bu halda cinsin artma sürəti cinsin həcmi ilə mütənəsib olar. Cinsin t anında sayını göstərən kəmiyyəti $x(t)$ ilə işarə etsək, onda $x(t)$ funksiyası üçün sadə

$$\frac{dx(t)}{dt} = ax(t)$$

diferensial tənliyini alaraq. Məlum olduğu kimi bu tənliyinin ümumi həlli $x(t) = ce^{at}$ şəklindədir. Əgər hər hansı $t = t_0$ anında cinsin ölçüsü (miqdarı) məlum olarsa, bu halda c sabitini birqiymətli olaraq tapmaq mümkün olar: $c = x(t_0) = e^{-at}$.

Nəticədə $x(t) = x(t_0)e^{a(t-t_0)}$ alırıq. Əgər başlanğıc $t_0 = 0$ anında $x(0)$ məlum olarsa, o da istənilən t zamanında cinsin sayı üçün $x(t) = x(0)e^{at}$ olduğunu alırıq.

Bu onu göstərir ki, cins eksponensial artma sürətinə malikdir. Əgər $a > 0$ olarsa, zaman keçdikcə cinsin miqdarı artır, $a < 0$ olduqda isə azalır və zaman keçdikcə sıfıra yaxınlaşır.

Tutaq ki, $a = 0,1$. Bu halda cinsin artma ölçüsü $x(t) = x(0)e^{0,1t}$ qanunu ilə dəyişər. Əgər $x(0) = 1000$ olarsa, 10 saat müddətində cinsin həcmi necə dəyişər? Qanunu nəzərə alsaq $x(10) = 1000e^{0,1 \cdot 10} = 1000e \approx 1000 \cdot 2,718 = 2718$ olar. Yəni cinsin həcmi

2718-ə bərabər olar.

2. Fərz edək ki, bakterianın populyasiyası elə artıma malikdir ki, t anında artma sürəti $\frac{1}{1-2t}$ kəmiyyət ilə ifadə olunur.

Əgər başlanğıc populyasiya $x(0)=1000$ olarsa $t=4$ saat və $t=12$ saat müddətində populyasiyanın həcmi necə olar? Bu məsələni həll etmək üçün populyasiyanın dəyişmə qanunundan istifadə olunur. Həmin qanuna görə $\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{1+2t}x(t)$ olmalıdır. Bu birinci tərtib xətti diferensial tənlikdir. Bu tənliyin ümumi həlli $x(t) = c(1+2t)^{1/2}$ kimidir. Əgər $x(0)=1000$ başlanğıc şərtini nəzərə alsaq $c=1000$ alırıq. Onda axtarılan həll $x(t) = 1000(1+2t)^{1/2}$ olar. $t=4$ olduqda populyasiya artımı

$$x(4) = 1000(1+8)^{1/2} = 3000, \quad t=12 \text{ olduqda isə } x(12) = 1000(1+24)^{1/2} = 5000 \text{ olar.}$$

3. Əgər cinsin inkişaf sürəti $\frac{dx(t)}{dt}$ kəmiyyəti öz işarəsini ardıcıl olaraq müsbətdən mənfiyə, yaxud əksinə dəyişərsə, onda cinsin populyasiyası gah artar, gah da azalar. Bu halda proses $\frac{dx(t)}{dt} = rx(t)\cos t$ diferensial tənliyi ilə təsvir edilir, burada t müsbət kəmiyyətdir. Bu tənlik populyasiyanın mövsümi dəyişməsini təsbit edən sadə model adlanır. Bu tipli proseslər mövsümi xarakterə malik faktorlardan asılı olur. Baxılan tənliyin ümumi həlli $x(t) = xe^{r\sin t}$ şəklində olur. $t=0$ olduqda $c = x(0)$ alırıq.

Nəticədə $x(t) = x(0)e^{r\sin t}$ alırıq.

Populyasiyanın ən böyük qiyməti $e^r x(0)$ -ə bərabər olub, bu qiyməti $t = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \dots$ nöqtələrində alır, çünki bu nöqtələrdə $\sin t = 1$ olur. Ən kiçik qiymət isə $t = \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}, \dots$ nöqtələrində alınır və $e^{-r} x(0)$ olur.

Bu modeldə populyasiyanın həddi 2π periodu ilə $e^r x(0)$ -dan $e^{-r} x(0)$ -a kimi dəyişir. Zamanın $t = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ momentləri yemin ən asan əldə edilməsi dövrü kimi, (yay mövsümü kimi), $t = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ isə yemin çətin əldə edilən momentləri hesab edilə bilər (qış mövsümü kimi). Bir il zamanı 2π ölçü vahidinə uyğundur. Bu misallar göstərir ki, təbiətşünaslığın bir çox sahələrində olduğu kimi, biologiyada, tibbi elmlərdə və ekoloji proseslərin öyrənilməsi prosesində riyaziyyatın bir çox sahələrinin geniş tətbiq sahələri vardır.

İstifadə olunmuş ədəbiyyat:

1. Elşar Orucov, Ekonometrika, "Avrora", Bakı, 2018.
2. Н. Бейли, Математика в биологии и медицине, Изд. «Мир», Москва, 1970.