

*Nəbiyev İbrahim Mayıl oğlu ,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor,
AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu,
Məmmədova Leyla İbrahim qızı,
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, baş müəllim,
Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti
Məcidli Aygün Malik qızı, magistrant,
Bakı Dövlət Universiteti*

SƏRHƏD ŞƏRTİNDƏ SPEKTRAL PARAMETR OLAN İKİNCİ TƏRTİB DİFERENSİAL OPERATORUN SPEKTRİNİN XASSƏLƏRİ

Fərz edək ki, $q(x) - L_2[0, \pi]$ fəzasına daxil olan həqiqi funksiyadır. $[0, \pi]$ parçasında

$$-y''(x) + q(x)y(x) = \lambda^2 y(x) \quad (1)$$

Şturm-Liuvil tənliyinin və

$$\begin{aligned} y(0) &= 0, \\ y'(0) - (\alpha\lambda + \beta)y(\pi) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

sərhəd şərtlərinin doğurduğu sərhəd məsələsinə baxaq, burada λ –spektral parametr, α, β – həqiqi ədədlərdir və $\alpha > 1, \beta \neq 0$. (1)-(2) məsələsini P ilə işarə edəcəyik. Təqdim olunan bu işdə P məsələsinin məxsusi ədədlərinin bəzi xassələri öyrənilir. Qeyd edək ki, ayrılmayan sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan Şturm-Liuvil operatorları üçün spektral analiz düz və tərs məsələlərinin bəzi variantları əvvəllər ətraflı tədqiq edilmişdir (bax: [1-3]).

Tutaq ki, $s(x, \lambda)$ funksiyası (1) diferensial tənliyinin

$$s(0, \lambda) = 0, \quad s'(0, \lambda) = 1$$

başlangıç şərtlərini ödəyən həllidir. Onda P məsələsinin xarakteristik funksiyası

$$\Delta(\lambda) = (\alpha\lambda + \beta)s(\pi, \lambda) - 1 \quad (3)$$

şəklində olar. Bu funksiyanın sıfırları P məsələsinin məxsusi ədədləridir. $s(\pi, \lambda)$ funksiyasının məlum [4, s. 38]

$$s(\pi, \lambda) = \frac{\sin \lambda\pi}{\lambda} - Q \frac{\cos \lambda\pi}{\lambda^2} + \frac{f_1(\lambda)}{\lambda^2},$$

ifadəsindən və Peli-Viner teoremindən istifadə etməklə (3) funksiyası üçün aşağıdakı göstəriş alınır:

$$\Delta(\lambda) = \alpha \sin \lambda\pi - 1 + \beta \frac{\sin \lambda\pi}{\lambda} - Q\alpha \frac{\cos \lambda\pi}{\lambda} + \frac{f_2(\lambda)}{\lambda}, \quad (4)$$

burada $Q = \frac{1}{2} \int_0^\pi q(t) dt$, $f_j(\lambda) = \int_{-\pi}^\pi \tilde{f}_j(t) e^{i\lambda t} dt$, $\tilde{f}_j(t) \in L_2[-\pi, \pi]$, $j = 1, 2$.

İndi işin əsas nəticələrini qeyd edək.

Teorem 1. a) $\lambda = -\frac{\alpha}{\beta}$ ədədi P məsələsinin məxsusi ədədi deyil;

b) əgər $\lambda = 0$ bu məsələnin məxsusi ədədi olarsa, onda bu məxsusi ədəd sadədir (yəni $\Delta(0) = 0$ olarsa, onda $\Delta'(0) \neq 0$);

c) əgər müəyyən $\lambda_0 \neq 0$ üçün $\Delta(\lambda_0) = 0$ olarsa, onda $\Delta(-\lambda_0) \neq 0$ (yəni P məsələsinin məxsusi ədədləri koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik deyil).

Bu teorem (3) münasibətindən və $s(\pi, \lambda)$ -nin cüt funksiya olması faktından istifadə etməklə isbat olunur.

Teorem 2. P sərhəd məsələsinin γ_k ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) məxsusi ədədləri üçün ($|k| \rightarrow \infty$ olduqda) aşağıdakı asimptotik düstur doğrudur:

$$\gamma_k = k + a_k + \frac{b_k}{\pi k} + \frac{r_k}{k},$$

$$\text{burada } a_k = \frac{(-1)^k}{\pi} \arcsin \frac{1}{\alpha}, \quad b_k = (-1)^k Q - \frac{\beta}{\alpha \sqrt{\alpha^2 - 1}}, \quad \{r_k\} \in l_2.$$

Bu təklif xarakteristik funksiyanın (4) göstərilişindən, Ruşə teoremindən və $\sin x$, $\cos x$ və $\frac{1}{1+x}$ funksiylarının Teylor düsturlarından istifadə etməklə isbat edilir.

Teorem 3. $\Delta(\lambda)$ xarakteristik funksiyası $\{\gamma_k\}$ spektri vasitəsi ilə aşağıdakı sonsuz hasil şəklində birqiyətli bərpa olunur:

$$\Delta(\lambda) = \pi \alpha (\lambda - \gamma_0) \prod_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \frac{\gamma_k - \lambda}{k},$$

$$\text{burada } \alpha = \frac{1}{\lim_{k \rightarrow \infty} \sin \pi (\gamma_{2k} - 2k)}.$$

Sonsuz hasilə ayrılış Adamar teoreminin köməyi ilə göstərilir.

İstifadə olunmuş ədəbiyyat:

1. Nabiev I.M. Reconstruction of the differential operator with spectral parameter in the boundary condition, *Mediterr. J. Math.*, 2022, v. 19, № 3, art. 124, p. 1-14.
2. Mammadova L.I., Nabiev I.M., Rzayeva Ch.H. Uniqueness of the solution of the inverse problem for differential operator with semiseparated boundary conditions, *Baku Mathematical Journal*, 2022, v. 1, № 1, p. 47-52.
3. Гасымов Т.Ф. Асимптотика собственных значений и собственных функций одной несамосопряженной задачи со спектральным параметром в краевом условии, *J. Contemporary Applied Math.*, 2021, v. 11, № 2, p. 11-22.
4. Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. Киев: Наукова думка, 1977, 332 с.