



HƏNDƏSİ SILSİLƏNİN CƏM DÜSTURLARININ BƏZİ TƏTBİQLƏRİ

ALI HEYDƏR OĞLU SOFUYEV

Bakı Dövlət Universiteti, Qazax filialı
almammadova.57@gmail.com

Orta məktəb riyaziyyat kursunda həndəsi silsilə mövzusu xüsusi önəm daşıyır. Orta məktəb riyaziyyat kursunda (bax "Riyaziyyat 9") həndəsi silsilələrə aid kifayət qədər çalışmalar verilmişdir. Bu çalışmalar dərslikdə verilən düsturlara əsasən həll edilir. Lakin dərslikdə verilən bəzi çalışmalar vardır ki, onların həllini bu düsturlarla həll etmək çətin olur, hesablamalar çox uzun çəkir.

Bu məqalə də biz bu tip çalışmaların daha sadə üsulla həllini verməyə çalışmışıq. Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmini S_n ilə işarə edək. $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$ olsun. Buradan

$$S_n = b_1 + b_1q + b_1q^2 + \dots + b_1q^{n-1} = b_1 + q \cdot (S_n - b_1q^{n-1}) \quad (1)$$

olduğunu alırıq. (1) düsturunun tətbiqi ilə bəzi nümunələrə baxaq.

1. Cəmi tapın:

$$S = -4 + 12 - 36 + 108 - 224 + 672 - 2016$$

$$S = 1 - 2(S + 2016) = 1 - 2S - 4032 = -4031 - 2S$$

$$S + 2S = -4031$$

Buradan da $S = -1343 \frac{1}{3}$ olduğunu alırıq.

2. Cəmi tapın:

$$S = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243} + \frac{1}{729} - \frac{1}{2187}$$

$$S = 1 - \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{2187}\right)$$

Buradan da $S = \frac{3281}{4374}$ olduğunu alırıq.

3. Cəmi tapın:

$$S = 1 + 3 + 9 + \dots + 3^n$$

$$S = 1 + 3 \cdot (S - 3^n)$$

$$S = 1 + 3S - 3 \cdot 3^n$$

$$2S = 3^{n+1} - 1$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot (3^{n+1} - 1)$$

4. Cəmi tapın:

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$$

$$S = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(S - \frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

$$2S = 1 - S + \frac{1}{2^n}$$



$$3S = 1 + \frac{1}{2^n}$$

$$S = \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$$

İndi isə $|q| < 1$ olduqda sonsuz azalan həndəsi silsilənin cəminin tapılmasına aid

nümunələrə baxaq. Tutaq ki, bizə $\frac{1}{9}$ kəsri verilmişdir. Bu kəsri $\frac{1}{9} = 0,111 \dots = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$

Bu silsilənin ilk n həddinin cəmini tapaq

$$S_n = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$$

$$S_n = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \cdot \left(S_n - \frac{1}{10^n}\right)$$

$$10 S_n = 1 + S_n - \frac{1}{10^n}$$

$$9 S_n = 1 - \frac{1}{10^n}$$

$$S_n = \frac{1}{9} - \frac{1}{9 \cdot 10^n}$$

Buradan görünür ki, n qeyri – məhdud artdıqda, yəni $n \rightarrow \infty$ olduqda $S \rightarrow \frac{1}{9}$ olacaq.

Beləliklə $0,111 \dots = \frac{1}{9}$. Baxdığımız bu nümunəyə uyğun bəzi misalların həllinə baxaq

5. Cəmi tapın:

$$S = -\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$$

$$S = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots\right)$$

Buradan da

$$S = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} S; \quad S = -\frac{1}{4} \text{ olduğunu alarıq.}$$

6. Cəmi hesablayın:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} \text{ cəmi belə yazaq}$$

$$S = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots\right)$$

Hər bir cəmi ayrılıqda hesablayaq

$$S_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} S_1$$

Beləliklə,

$$2S_1 = 1 + S_1$$

$$S_1 = 1, \quad S_2 = 0,5$$

Onda ümumi cəm $S = S_1 + S_2 = 1 + 0,5 = 1,5$ olacaq.

Ədəbiyyat

1. H.M.Xəlilov "Riyaziyyat 1" Maarif nəşriyyat 1993
2. Mərdanov M.C. və b. "Cəbr və analizin başlanğıcı" (X-XI siniflər), Bakı, "Çaşıoğlu", 2009
3. N.Qəhrəmanova, və b. "Riyaziyyat-9" Dərslik 2016