



QEYRİ-MƏHDUD OBLASTDA YARIM XƏTTİ PARABOLİK TƏNLIYIN MƏNFI OLMAYAN HƏLLİNİN YOXLUĞU

ŞİRMAYIL HƏSƏN OĞLU BAĞIROV, AYNUR FƏDAİ QIZI CƏBRAYILOVA

Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası
sh_bagirov@mail.ru, a.shafiyeva1@gmail.com

$B'_1 := R^n / \{x \in R^n: |x| \leq 1\}, Q_T^{q_1, q_2} = (0, T) \times \{x; q_1 < |x| < q_2\}, Q_T = (0, T) \times \Omega$ işarə edək. $Q = B'_1 \times (-\infty; +\infty)$ oblastında

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + c_0 |x|^\sigma u^q \quad (1)$$

tənliyinin mənfı olmayan həllərinin varlığı məsələsi öyrənilir. Burada $n \geq 3, \sigma > -2, 0 < q < 1, c_0 = \text{const} > 0, a_{ij}(x, t)$ -lər isə Q -də məhdud ölçülən funksiyalardır, $a_{ij}(x, t + T) = a_{ij}(x, t)$ və elə $\lambda > 0$ var ki, $\forall (x, t) \in Q, \forall \xi \in R^n$ üçün

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \xi_i \xi_j \geq \lambda |\xi|^2, |\xi|^2 = \xi_1^2 + \dots + \xi_n^2.$$

Məsələnin həlli ümumiləşmiş mənada başa düşülür.

Biz $W_2^{1,1/2}(Q_T)$ ilə elə $u(x, t)$ funksiyalar fəzasını işarə edirik ki,

$$u(x, t + T) = u(x, t),$$

$$u(x, t) \in W_2^{1,0}(Q_T), \sum_{k=-\infty}^{\infty} |k| \int_{\Omega} |u_k(x)|^2 dx < \infty,$$

harada ki,

$$u_k(x) = \frac{1}{T} \int_0^T u(x, t) \exp\left\{-ik \frac{2\pi}{T} t\right\} dt.$$

Bu fəzada norma

$$\|u\|_{W_2^{1,1/2}(Q_T)}^2 = \|u\|_{L_2(Q_T)}^2 + \|\nabla u\|_{L_2(Q_T)}^2 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} |k| \int_{\Omega} |u_k(x)|^2 dx$$

münasibətilə verilir.

Biz $W_2^{1,1/2}(Q_T)$ olaraq $\|\cdot\|_{W_2^{1,1/2}(Q_T)}$ normasında $C^{0,\infty}(Q_T)$ -nin qapanmasını başa düşürük. Burada $C^{0,\infty}(Q_T)$ -yə nəzərən T -periodik sonsuz diferensiallanan funksiyalar çoxluğudur və $\partial\Omega$ -nın ətrafında sıfır bərabərdir.

(1) tənliyinin həlli dedikdə elə $u(x, t) \in W_{2,loc}^{1,1/2}(Q_T) \cap L_{\infty,loc}(Q_T)$ funksiyasını başa

düşəcəyik ki, ixtiyari $\varphi(x, t) \in W_2^{1,1/2}(Q_T)$ üçün

$$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} (ik) \int_{\Omega} u_k(x) \varphi_{-k}(x) dx + \int_{\Omega} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dx dt = \int_{Q_T} a_0(x, t) |x|^\sigma u^q dx dt$$

integral eyniliyi ödənilsin. Aşağıdakı iki fakt isbat olunur:

Lemma. Tutaq ki, $u(x, t) > 0$ Q -də (1) tənliyinin həllidir. Onda elə $c > 0$ sabiti var ki,



$$u(x, t) \geq c|x|^{\frac{2+\sigma}{1-q}}, \quad |x| > 2, t \in (-\infty, +\infty).$$

Teorem. Tutaq ki, $n \geq 3, \sigma > -2, 0 < q < 1$ və $u(x, t)(1)$ tənliyinin Q -də mənfi olmayan həllidir. Onda $u \equiv 0$.

Qeyd edək ki, elliptik hal üçün oxşar məsələyə [1] işində, parabolik hal üçün isə $q > 1$ halında [2] işində baxılmışdır.

Ədəbiyyat

1. V.Kondratiev, V.Liskevich, Z.Sobol. Positive solutions to semi-linear and quasi-linear elliptic equations on unbounded domains//Handbook of Differential Equations: Stationary Partial Differential Equations, 2008, Vol. 6, p. 177-267.
2. Sh.Bagyrov. On the existence of a positive solution of a nonlinear second-order parabolic equation with time-periodic coefficients// Differentsial'nye Uravneniya, 2007, Vol. 43, No. 4, p. 562–565.