



SONLU PARÇADA YÜKSƏK TƏRTİBLİ OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLIYIN REZOLVENTASI HAQQINDA

NÖVRƏSTƏ SİDQƏLİ QIZI BAYRAMOVA

Sumqayıt Dövlət Universiteti
abdullayev_ayxan@list.ru

Tutaq ki, H -separabel Hilbert fəzasıdır. Elementləri $[0, \pi]$ parçasında təyin olunmuş, qiymətləri H fəzasına daxil olan və

$$\int_0^{\pi} \|f(x)\|_H^2 dx < \infty$$

şərtini ödəyən funksiyalar fəzasını $H_1 = L_2[H; [0, \pi]]$ kimi işarə edək[2]. Bu fəzada elementlərin skalyar hasili

$$(f, g) = \int_0^{\pi} (f(x), g(x))_H dx; \quad f, g \in H_1$$

kimi təyin olunur.

Bu işdə H_1 fəzasında

$$\ell(y) = (-1)^n y^{(2n)} + Q(x)y \quad (1)$$

diferensial ifadəsi və

$$\begin{cases} y(0) = y'(0) = \dots = y^{(n-1)}(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) = \dots = y^{(n-1)}(\pi) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

sərhəd şərtləri ilə təyin olunmuş L operatoruna baxılır. Fərz olunur ki, $Q(x)$ operator əmsalı aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) Hər bir $x \in [0, \pi]$ qiymətində $Q(x)$ operatoru öz-özünə qoşma, aşağıdan məhdud operatorlardır, yəni istənilən $f \in D(Q)$ üçün $(Q(x)f, f) > (f, f)$ şərti ödənilir[1].

2) Hər bir $x \in [0, \pi]$ qiymətində $Q^{-1}(x)$ tamam kəsilməz operatorudur. Tutaq ki, $\alpha_1(x) \leq \alpha_2(x) \leq \dots \leq \alpha_n(x) \leq \dots$ $Q(x)$ operatorunun artma istiqamətində düzülmüş məxsusi ədədləridir, belə ki, onlar ölçülən funksiyalardır

$$\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^{\frac{1-4n}{2n}}(x)$$

sırası istənilən $x \in [0, \pi]$ üçün yığılandır və onun cəmi olan $F(x)$ funksiyası $L_1[0, \pi]$ fəzasına daxildir, yəni $F(x) \in L_1[0, \pi]$.

3) Elə $A > 0$ və $0 < a < \frac{2n+1}{2n}$ ədədləri vardır ki, $|x - \xi| \leq 1$ şərti ödənildikdə

$$\|[Q(\xi) - Q(x)]Q^{-a}(x)\|_H \leq A|x - \xi|$$

bərabərsizliyi ödənilir.

4) Elə $B > 0$ sabiti vardır ki, istənilən x üçün $|x - \xi| > 1$ olduqda



$$\| [Q(\xi) \exp \left(-\frac{Im \varepsilon_1}{2} |x - \xi| Q^{\frac{1}{2n}}(x) \right) \|_H < B$$

bərabərsizliyi ödənilir. Burada

$$Im \varepsilon_1 = \min_i \{ Im \varepsilon_i > 0, \varepsilon_i^{2n} = -1 \}$$

$Q(x)$ operator əmsalının üzərinə qoyulmuş şərtlərdən alınır ki, L operatoru diskretspektrə malikdir. Tutaq ki, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n, \dots$ L operatorunun artma istiqamətində düzülmüş məxsusi ədədləri, $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x), \dots, \varphi_n(x), \dots$ isə L operatorunun bu məxsusi ədədlərə uyğun məxsusi vektor-funksiyalarıdır [3]. L operatoru qeyri-məhdud operator olduğundan $n \rightarrow \infty$ şərtində $\lambda_n \rightarrow \infty$ olur.

Təqdim edilmiş elmi işin əsas nəticəsi ondan ibarətdir ki, yuxarıda göstərilən şərtlər daxilində L operatorunun rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olması isbat edilir. Bu məqsədlə, Karleman-Titçmarş metoduna əsaslanaraq L operatorunun məxsusi ədədlərini, məxsusi vektor-funksiyalarını və L operatorunun Qrin funksiyasını əlaqələndirən mühüm bir bərabərlik alınır və teoremin isbatı bu bərabərlikdən istifadə etməklə aparılır.

Alınmış mühüm bərabərlik aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_k(x)}{\lambda_n + \mu} &= (-1)^n \int_0^\pi g(x, \xi; \mu) \varphi_k(\xi) d\xi + \frac{1}{\lambda_n + \mu} \int_0^\pi g(x, \xi; \mu) [Q(\xi) - Q(x)] \varphi_k(\xi) d\xi + \\ &+ \frac{l(x, \mu)}{\lambda_n + \mu} = a_k + b_k + c_k \end{aligned} \quad (3)$$

(3) bərabərliyindən istifadə edərək aşağıdakı əsas teorem isbat edilir.

Teorem. Əgər $Q(x)$ operator qiymətli əmsalı 1) - 4) şərtlərini ödəyərsə, onda (1) diferensial ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri ilə təyin edilmiş L operatorunun rezolventası Hilbert-Şmidt tipli integral operatorudur.

Teoremdən alınır ki, L operatorunun məxsusi ədədlərindən düzəlmiş

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2}$$

sırası yığılan sıradır.

Ədəbiyyat

1. Левитан Б.М. Исследование функции Грина уравнения Штурма-Лиувилля с операторным коэффициентом. Матем. сб. 1968, т.76, 118, №2, стр. 239-270.
2. Байрамоглу М. Асимптотика числа собственных значений обыкновенных дифференциальных операторов с операторными коэффициентами. В сб. " Функц. анализ и его приложения, Баку, "Элм", 1971, стр. 144-166.
3. Асланов Г.И. Асимптотика числа собственных значений обыкновенных дифференциальных уравнений операторными коэффициентами на полуоси. ДАН Азерб. ССР, 1976, т.32, №2, стр. 3-7