



DİSKRET MORRİ FƏZALARINDA DİSKRET HİLBERT ÇEVİRMƏSİNİN XASSƏLƏRİ

AYNUR NOFƏL QIZI ƏHMƏDOVA

Sumqayıt Dövlət Universiteti
dissertant.aynur@gmail.com

Fərz edək ki, $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in l_p$, $p \geq 1$ ardıcılığı verilmişdir.

$$\tilde{b}_n = \sum_{m \neq n} \frac{b_m}{n-m}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

bərabərliyi ilə təyin olunan $\tilde{b} = \{\tilde{b}_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılığına $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılığının diskret Hilbert çevirməsi deyilir. M.Riss (bax: [4]) göstərmişdir ki, əgər $b \in l_p$, $p > 1$ olarsa, onda $\tilde{b} \in l_p$ olur və

$$\|\tilde{b}\|_{l_p} \leq C_p \|b\|_{l_p} \quad (1)$$

bərabərsizliyi ödənilir, burada C_p sabit ədəddir. $b \in l_1$ halında $\tilde{b}$ ardıcılığı ümumiyyətlə götürsək l_1 fəzasına daxil olmur. Bu halda R.Hunt, B.Muckenhoupt və R.Wheeden (bax: [3]) göstərmişlər ki, $\tilde{b}$ ardıcılığının $\tilde{b}(\lambda) := \sum_{\{n \in \mathbb{Z}: |\tilde{b}_n| > \lambda\}} 1$ paylanma funksiyası üçün

$$\forall \lambda > 0 \quad |\tilde{b}(\lambda)| \leq \frac{C_0}{\lambda} \|b\|_{l_1}$$

şəklində zəif bərabərsizlik ödənilir, burada C_0 sabit ədəddir.

$M_{\lambda,p}$, $0 \leq \lambda \leq d/p$, $1 \leq p < \infty$ klassik Morri fəzaları

$$\|f\|_{M_{\lambda,p}} = \sup_x \sup_{r>0} \left[r^{-\lambda} \|f\|_{L_p(B(x;r))} \right]$$

sonlu normasına malik $f \in L_{p,loc}(R^d)$ funksiyalarından təşkil olunmuş fəzaya deyilir. Xüsusi halda $\lambda = 0$ olarsa $M_{\lambda,p} = L_p$; $\lambda = d/p$ olarsa $M_{\lambda,p} = L_\infty$ fəzalarını alırıq. F.Chiarenza və M.Frasca göstərmişlər ki (bax: [1]), $p > 1$, $0 \leq \lambda < d/p$ halında Hardi-Litlvud maksimal operatoru, Riss potensialları və singulyar integrallar $M_{\lambda,p}$ Morri fəzalarında məhduddurlar. Buradan xüsusi halda alınır ki, Hilbert çevirməsi də klassik Morri fəzalarında məhduddur. Bu o deməkdir ki, $p > 1$, $0 \leq \lambda < 1/p$ halında ixtiyari $f(t) \in M_{\lambda,p}$ üçün

$$(Hf)(t) := \frac{1}{\pi} \int_R \frac{f(\tau)}{t-\tau} d\tau \in M_{\lambda,p}$$

olur və elə $C_{\lambda,p} > 0$ sabit ədədi var ki, ixtiyari $f(t) \in M_{\lambda,p}$ üçün

$$\|Hf\|_{M_{\lambda,p}} \leq C_{\lambda,p} \cdot \|f\|_{M_{\lambda,p}}$$

bərabərsizliyi ödənilir.

[2] məqaləsində müəlliflər Morri fəzalarının diskret analoqlarını düzəldərək onların xassələrini öyrənmişlər. $m \in \mathbb{Z}$ və $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ üçün $S_{m,n} = \{k \in \mathbb{Z} : |k-m| \leq n\}$ işarə edək. $|S|$ ilə S çoxluğunun cardinal ədədini işarə edəcəyik. Onda ixtiyari $m \in \mathbb{Z}$ və $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ üçün $|S_{m,n}| = 2n+1$ olar. Fərz edək ki, $0 \leq \lambda \leq \frac{1}{p}$, $1 \leq p < \infty$. Sonlu

$$\|b\|_{m_{\lambda,p}} = \sup_{m \in \mathbb{Z}} \sup_{n \in \mathbb{N} \cup \{0\}} \left[|S_{m,n}|^{-\lambda} \left(\sum_{k \in S_{m,n}} |b_k|^p \right)^{1/p} \right]$$

normasına malik $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılıqlarından təşkil olunmuş fəzaya $m_{\lambda,p}$ diskret Morri fəzası deyilir.

Qeyd edək ki, $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in m_{\lambda,p}$, $1 \leq p < \infty$, $0 \leq \lambda < 1/p$ olarsa, onda $\sum_{m \neq n} \frac{b_m}{n-m}$ sırası mütləq yığılır. Buna görə də $1 \leq p < \infty$, $0 \leq \lambda < 1/p$ halında $b \in m_{\lambda,p}$ ardıcılığının $\tilde{b}$ diskret Hilbert çevirməsi var.

Teorem. Fərz edək ki, $1 < p < \infty$, $0 \leq \lambda < 1/p$. İxtiyari $b \in m_{\lambda,p}$ üçün $\tilde{b} \in m_{\lambda,p}$ olur və elə $c_{\lambda,p} > 0$ sabit ədədi var ki, ixtiyari $b \in m_{\lambda,p}$ üçün

$$\|\tilde{b}\|_{m_{\lambda,p}} \leq c_{\lambda,p} \cdot \|b\|_{m_{\lambda,p}}$$

bərabərsizliyi ödənilir.

Ədəbiyyat

1. Chiarenza F., Frasca M.: Morrey spaces and Hardy–Littlewood maximal function. Rend. Mat. Appl. 7:3-4, 273–279 (1987).
2. Gunawan H., Kikiantu E., Schwanke C.: Inclusion properties of generalized Morrey spaces. Math. Nachr. 290:2-3, 332–340 (2017).
3. Hunt R., Muckenhoupt B., Wheeden R.: Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform. Trans. of Amer. Math. Soc. 176:2, 227–251 (1973).
4. Riesz M.: Sur les fonctions conjuguées. Mathematische Zeitschrift. 27, 218–244 (1928).