



DİSKRET ORLIÇ FƏZALARINDA DİSKRET HİLBERT ÇEVİRMƏSİNİN XASSƏLƏRİ

RƏŞİD ƏVƏZƏĞA OĞLU ƏLİYEV, FİRUZƏ VAHİD QIZI HƏŞİMOVA

Bakı Dövlət Universiteti
aliyevrashid@mail.ru , firuzehesimova1@gmail.com

l_p , $p \geq 1$ ilə sonlu $\|b\|_{l_p} = \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} |b_n|^p \right)^{\frac{1}{p}}$ normasına malik $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılıqlar fəzasını işarə edək, burada $\mathbb{Z}$ -tam ədədlər çoxluğu. $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in l_p$, $p \geq 1$ ardıcılığı verildikdə

$$\tilde{b}_n = \sum_{m \neq n} \frac{b_m}{n-m}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

bərabərliyi ilə təyin olunan $\tilde{b} = \{\tilde{b}_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılığına $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılığının diskret Hilbert çevirməsi deyilir. M.Riesz tərəfindən (bax:[1]) isbat olunub ki, $p > 1$ halında $b \in l_p$ münasibətindən $\tilde{b} \in l_p$ münasibətinin ödənilməsi alınır və yalnız $p > 1$ ədədindən asılı elə $c_p > 0$ ədədi var ki, ixtiyari $b \in l_p$ üçün $\|\tilde{b}\|_{l_p} \leq c_p \cdot \|b\|_{l_p}$ bərabərsizliyi ödənilir. $p=1$ halında isə $b \in l_1$ münasibətindən $\tilde{b}$ diskret Hilbert çevirməsinin $\bigcap_{p>1} l_p$ sinfinə düşməsi alınır,

lakin ümumiyyətlə götürsək $\tilde{b} \in l_1$ münasibəti ödənilmir. R.Hunt, B. Muckenhoupt və R. Wheeden tərəfindən göstərilib ki, bu halda b ardıcılığının $\tilde{b}$ diskret Hilbert çevirməsinin $\tilde{b}(\lambda) = \sum_{\{n \in \mathbb{Z}: |\tilde{b}_n| > \lambda\}} 1$ paylanma funksiyası üçün $|\tilde{b}(\lambda)| \leq \frac{c_0}{\lambda} \cdot \|b\|_{l_1}$ şəklində zəif bərabərsizlik ödənilir, burada c_0 mütləq sabitdir (bax:[3]).

Biz diskret Hilbert çevirməsinin diskret Orliç fəzalarında məhdudluq məsələlərini araşdırmışıq.

Tərif 1: Əgər qabarıq soldan kəsilməz $\phi: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ funksiyası

$$\lim_{r \rightarrow 0+} \phi(r) = \phi(0) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow +\infty} \phi(r) = +\infty$$

şərtlərini ödəyirsə, onda ϕ funksiyasına Yunq funksiyası deyilir.

Tərif 2: Fərz edək ki, ϕ – Yunq funksiyasıdır. Əgər elə $k > 0$ varsa ki, ixtiyari $r > 0$ üçün,

$$\phi(r) \leq k \cdot \phi(r), \quad \phi(r) \leq \frac{1}{2k} \phi(kr)$$

ödənilir, onda deyəcəyik ki, ϕ funksiyası $\Delta_2(\nabla_2)$ şərtini ödəyir və bunu $\phi \in \Delta_2$ ($\phi \in \nabla_2$) kimi işarə edəcəyik.



Tərif 3: Fərz edək ki, ϕ - Yunq funksiyasıdır. Müəyyən $k>0$ ədədi üçün $\sum_{n \in \mathbb{Z}} \phi(k \cdot |b_n|) < +\infty$ şərtini ödəyən $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılıqlar çoxluğuna diskret Orliç fəzası deyilir və l_ϕ kimi işarə olunur. l_ϕ fəzası $\|b\|_{l_\phi} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \sum_{n \in \mathbb{Z}} \phi\left(\frac{|b_n|}{\lambda}\right) \leq 1 \right\}$ norması ilə birlikdə Banax fəzası təşkil edir.

Teorem: Fərz edək ki, ϕ - Yunq funksiyası Δ_2 və ∇_2 şərtlərini ödəyir. Onda diskret Hilbert çevirməsi l_ϕ fəzasında məhdud operatorudur, yəni elə $c_\phi > 0$ ədədi var ki, $\|\tilde{b}\|_{l_\phi} \leq c_\phi \cdot \|b\|_{l_\phi}$ bərabərsizliyi ödənilir.

Ədəbiyyat

1. Riesz M. sur les fonctions conjuguées. Math. Z. 27 (1928), p.218-244.
2. Hunt R., Muckenhoupt B., Wheeden, R. Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform, Trans.Amer.Math.Sos.176:2(1973),p.227-251.