



DİRİXLƏ MƏSƏLƏSİNİN -RADIAL-SİMMETRİK MÜSBƏT HƏLLİ HAQQINDA

MURĞUZƏLİ İSLAM OĞLU ƏLİYEV, ARZU İSLAM QIZI ƏMİRAGAYEVA

Bakı Dövlət Universiteti

aliyevm@list.ru, arzu.emiragayeva98@icloud.com

Tutaq ki, λ oblastı E_n evklid fəzasında məhdud oblastdır. Bu oblastın ixtiyari $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ nöqtəsi üçün $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ işarə edək.

Bu məqalədə

$$\Delta u + f(r, u) = 0$$

şəklində qeyri-xətti elliptik tənliyi üçün qoyulmuş Dirixle məsələsinin radial-simmetrik müsbət həllərinin varlığı məsələsi ilə məşğul olacağıq.

Tutaq ki, λ oblastı E_n evklid fəzasında mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən r_1 və r_2 radiuslu sfera səthləri ilə əhatə olunmuş dairəvi oblastdır.

$$\lambda = \{0 < r_1 < r < r_2\}$$

Bu oblastda aşağıdakı kimi Dirixle məsələsinə baxaq.

$$\Delta u + f(r, u) = 0, \quad (1)$$

$$U|_{r=r_1} = U|_{r=r_2} = 0 \quad (2)$$

burada $f(r, u)$ funksiyası λ oblastında təyin olunmuş kəsilməz funksiyadır.

Fərz edəcəyik ki, $f(r, u)$ funksiyasının λ oblastında $\frac{\partial f}{\partial u}$ kəsilməz xüsusi törəməsi var və bu oblastda

$$\frac{\partial f(r, u)}{\partial u} \geq 0 \quad (3)$$

$$a(r)u^\rho \leq f(r, u) \leq b(r)u^\rho, \rho \geq 1 \quad (4)$$

şərtləri ödənilir, burada $a(r), b(r)$ funksiyaları λ oblastında mənfi olmayan və $a(r) \leq b(r), a(r) \neq 0$ şərtlərini ödəyən funksiyalardır.

Şərtə görə $f(r, 0) = 0$ şərti ödəyəndiyindən $u \equiv 0$ (1), (2) məsələsinin həllidir. Bununla belə (3), (4) şərtləri daxilində bu məsələnin yeganə müsbət radial-simmetrik həlli var. Məsələnin həllini

$$U = \varphi(r)$$

şəklində axtaraq. Onda (1), (2) məsələsinin həlli

$$\varphi'' + \frac{n-1}{r} \varphi' + f(r, \varphi) = 0 \quad (5)$$

$$\varphi(r_1) = \varphi(r_2) = 0 \quad (6)$$

məsələsinə gətirilir.

Əvvəlcə fərz edək ki, $n = 2$. Bu halda



$$t = \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (7_1)$$

əvəzləməsi vasitəsilə (5),(6) məsələsi

$$\psi'' + F_1(t, \psi) = 0, 0 < t < 1 \quad (8_1)$$

$$\psi(0) = \psi(1) = 0 \quad (9_1)$$

məsələsinə gətirilir, burada

$$\psi(t) = \varphi(r_1^{1-t} r_2^t),$$

$$F_1(t, \psi) = r_2^{2t} r_1^{2-2t} f(r_1^{1-t} r_2^t)$$

İndi $n > 2$ halına baxaq. Bu halda

$$t = \frac{r^{2-n} - r_1^{2-n}}{r_2^{2-n} - r_1^{2-n}} \quad (7_2)$$

əvəzləməsi aparaq. Bu zaman (1),(2) məsələsi

$$\phi'' + F_2(t, \phi) = 0, 0 < t < 1 \quad (8_2)$$

$$\phi(0) = \phi(1) = 0 \quad (9_2)$$

məsələsinə gətirilir, burada

$$\phi = \varphi(z), F_2(t, \phi) = \left(\frac{r_2^{2-n} - r_1^{2-n}}{n-2} \right)^2 z^{2(n-1)} f(z, \phi)$$

$$z = [r_1^{2-n} + t(r_2^{2-n} - r_1^{2-n})]^{\frac{1}{2-n}}$$

Beləliklə, $n > 2$ əvəzləməsi (5), (6) məsələsinə (8₂), (9₂) məsələsinə gətirir.

Göstərmək olar ki, (8₁), (8₂) tənliklərindəki $F_1(t, \psi)$, $F_2(t, \phi)$ funksiyaları uyğun (3) və (4) şərtlərini ödəyəcək.

Bu deyilənləri nəzərə alsaq, (1),(2) məsələsinin ψ bir müsbət həllinin varlığını və yeganəliyini hökm edə bilərik. [1,2,3].

Ədəbiyyat

1. Абдурагимов Э.И. Единственность положительного решения одной нелинейной двухточечной краевой задачи и численный метод его нахождения. Изв.Вуз.Математика, 1998, №11, стр 3-7.
2. Абдурагимов Э.И. Положительно радиально симметрическое решение задачи Дирихле в кольцевой области для одного нелинейного эллиптического дифференциального уравнения второго порядка. Дагестанский Мат. Сборник, Т11, 2006, стр 7-9.
3. Похожаев С.И. Об одной подходе к нелинейным уравнениям, ДАН СССР, 1997, Т.247, №6, с 1327-1331.