



HİLBERT FƏZASINDA VOLTERRA İNTEQRO-DİFERENSİAL TƏNLİYİ İLƏ BAĞLI OPERATOR-FUNKSİYANIN SPEKTRAL XASSƏLƏRİ

TOFIQ BABULLA OĞLU ƏSƏDOV, FƏRİDƏ NAİB QIZI CABBARLI

Bakı Dövlət Universiteti
tofig-as@mail.ru, feride.cabbarli@gmail.com

Bir çox tətbiqi məsələlər operator əmsallı inteqro-diferensial tənliklərin öyrənilməsinə zəruri edir. Hal-hazırda inteqro-diferensial tənliklərin Banax fəzalarında, o cümlədən Hilbert fəzalarında həllinə həsr olunmuş çoxlu elmi işlər mövcuddur. Qeyd etmək lazımdır ki, operator əmsallı inteqro-diferensial tənliklərin spektral məsələlərin tədqiqi ilə bağlı öyrənilməsi həm elmi, həm də nəzəri-praktiki əhəmiyyətə malikdir.

Bəzi birinci və ikinci tərtib Volterra tipli operator əmsallı inteqro-diferensial tənliklərlə bağlı spektral məsələləri tədqiqi zamanı operator dəstələri spektral nəzəriyyəsi istifadə olunur ki, bu da öz növbəsində Hilbert fəzasında təsir edən operator üçün məxsusi qiymətlərə dair klassik məsələdən spektral parametmə nəzərən çoxhədli olan operator-funksiya üçün spektral məsələyə keçməyə imkan verir. Baxılan operatorların spektral xassələrini öyrənmək üçün operatorlar nəzəriyyəsinin və operator-funksiyaların spektral metodları, kompleks analizin, eləcə də diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin metodları istifadə edilmişdir.

Aşağıdakı kimi bir tərtibli inteqro-diferensial tənliklə bağlı spektral məsələnin H Hilbert fəzasında tədqiqinə baxaq.

$$A \frac{du}{dt} + Fu + \sum_{k=1}^m \int_0^t e^{-\gamma_k(t-s)} C_k u(s) ds = f(t), \quad u(0) = u^0, \quad (1)$$

Burada A öz-özünə qoşma müsbət operatorudur, $u(t)$ funksiyası qiymətləri $D(A^{-1/2}) \subset H$ Hilbert fəzasından olan axtarılan funksiyalardır, γ_k – lar müsbət sabitlərdir, $0 < \gamma_1 < \dots < \gamma_m < \infty$, $f(t)$ qiymətləri $D(A^{-1/2}) \subset H$ Hilbert fəzasından olan verilmiş funksiyalardır, F və C_k operatorları təyin oblastları $D(C_k)$, $k = \overline{1, m}$, $D(C_k) = D(F)$ olan öz-özünə qoşma qeyri-məhdud müsbət operatorlardır.

Teorem. Əgər $C_k = \alpha_k F$, $\alpha_k > 0$, $k = \overline{1, m}$ olarsa, (1) tənliyi ilə bağlı olan $L(\lambda)$ operator-funksiyası aşağıdakı kimi olar.

$$L(\lambda) := I - \lambda A^{1/2} F^{-1} A^{1/2} + \sum_{k=1}^m (\gamma_k - \lambda)^{-1} \alpha_k I$$

Onda $L(\lambda)$ operator dəstəsinin bütün məxsusi qiymətlərini aşağıdakı xarakteristik tənlikdən tapmaq olar.



$$\varphi(\lambda) := \sum_{k=1}^m \frac{\alpha_k}{\gamma_k - \lambda} + 1 = \lambda \cdot \lambda_n(A^{1/2}F^{-1}A^{1/2}), \quad n = 1, 2, \dots$$

Burada $\{\lambda_n(A^{1/2}F^{-1}A^{1/2})\}_{n=1}^\infty$ ədədləri $A^{1/2}F^{-1}A^{1/2}$ müsbət operatorunun məxsusi qiymətləridir. Bu halda $L(\lambda)$ operator-funksiyasının spektri $+\infty$ və m sonlu sayda $\varphi(\beta_k)$, $k = \overline{1, m}$, $0 < \gamma_1 < \beta_1 < \dots < \gamma_m < \beta_m < \infty$ nöqtələrini çıxmaqla, diskretdir.

Ədəbiyyat

1. Бирман М.Ш. Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. 2-ое изд. Санк-Петербург. Лань, 2010, 464 с.
2. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. М., Наука, 1982, 304 с.