



BİR QEYRİ-XƏTTİ MƏSƏLƏNİN BİRTƏRƏFLİ ASİMPTOTİK QLOBAL BİFURKASIYASI HAQQINDA

YAQUT NƏCƏF QIZI ƏLİYEVƏ

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu
yaqutaliyeva12@gmail.com

Aşağıdakı qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq:

$$(p(x)y'')'' - (q(x)y')' = \lambda r(x)y + f(x, y, y', y'', y''', \lambda), \quad 0 < x < l, \quad (1)$$

$$y'(0) \cos \alpha - y''(0) \sin \alpha = 0, \quad (2a)$$

$$y(0) \cos \beta + Ty(0) \sin \beta = 0, \quad (2b)$$

$$y'(l) \cos \gamma + y''(l) \sin \gamma = 0, \quad (2c)$$

$$(a\lambda + b)y(l) - (c\lambda + d)Ty(l) = 0, \quad (2d)$$

burada $\lambda \in \mathbb{R}$ – parametr, $Ty \equiv y''' - qy'$, $p \in C^2([0, l]; (0, +\infty))$, $q \in C^1([0, l]; [0, +\infty))$, $r \in C([0, l]; (0, +\infty))$, $\alpha, \beta, \gamma, a, b, c, d$ – həqiqi sabitlərdir, belə ki, $\alpha, \beta, \gamma \in [0, \pi/2]$ və $\sigma = bc - ad > 0$. Bundan başqa, $f \in C([0, l] \times \mathbb{R}^5; \mathbb{R})$ və aşağıdakı şərti ödəyir: elə müsbət M və χ sabitləri var ki,

$$\left| \frac{f(x, y, s, \vartheta, w, \lambda)}{y} \right| \leq M, \quad x \in [0, l], (y, s, \vartheta, w) \in \mathbb{R}^4, \quad (3)$$

$$|y| + |s| + |\vartheta| + |w| \geq \chi, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Məlumdur ki, $f \equiv 0$ olduqda (1)-(2) məsələsindən $f \equiv 0$ olduqda alınan xətti məsələnin məxsusi ədədləri həqiqi və sadədir və sonsuz artan $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ ardıcılığını əmələ gətirirlər, belə ki, $k \geq 3$ olduqda $\lambda_k > 0$ olur [1].

Qeyd. Sərhəd şərtlərinin əmsallarını elə seçək ki, ixtiyari $k \in \mathbb{N}$ üçün $\lambda_k > 0$ olsun.

(1), (2) məsələsinin həllərinin sıfırdan global bifurkasiyası [2] işində araşdırılmış, həllər çoxluğunun bifurkasiya parçalarından budaqlanan əlaqəli komponentlərinin strukturu və özlərini necə aparmaları tədqiq olunmuşdur. Hazırki işdə (3) şərti ödəniləndə (1), (2) məsələsinin həlləri çoxluğunun sonsuzluqda bifurkasiya parçalarından budaqlanan alt çoxluqlarının strukturu və özlərinin necə aparmaları tədqiq olunur.

(2) sərhəd şərtlərini ödəyən funksiyalar sinifini $B.C.$ kimi işarə edək. Tutaq ki, $E = C^3[0, l] \cap B.C.$ – Banax fəzasında norma $\|u\|_3 = \sum_{k=0}^3 \|y^{(k)}\|_{\infty}$, $\|y\|_{\infty} = \max_{x \in [0, l]} |y(x)|$, kimi verilmişdir. Qeyd edək ki, [2] işində E -də yerləşən və (1), (2) məsələsindən $f \equiv 0$ olduqda alınan xətti məsələnin məxsusi funksiyalarının və onların törəmələrinin osilyasiya xassələrinə malik S_k^{ν} , $k \in \mathbb{N}$, $\nu \in \{+, -\}$, sinifləri qurulmuşdur.



Lemma 1. (1)-(2) məsələsinin $R \times S_k^\nu$, $k \in \mathbb{N}$, $\nu \in \{+, -\}$, çoxluqları üzrə asimptotik bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil.

Lemma 2. Əgər (λ, ∞) nöqtəsi (1)-(2) məsələsinin asimptotik bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda $\lambda \in I_k$, burada

$$I_k = [\lambda_k - M/r_0, \lambda_k + M/r_0], r_0 = \min_{x \in [0,1]} r(x).$$

Hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün D_k^ν ilə (1), (2) məsələsinin trivial olmayan həlləri çoxluğunun $I_k \times \{\infty\}$ -dakı bifurkasiya nöqtələrindən budaqlanan bütün əlaqəli komponentlərinin birləşməsini işarə edək.

İşin əsas nəticələri aşağıdakılardan ibarətdir.

Teorem 1. Hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün D_k^ν çoxluğu boş deyil və $I_k \times \{\infty\}$ -un $R \times E$ -də elə Q_k^ν ətrafı var ki, D_k^ν üçün aşağıdakı hökmlər doğrudur:

(i) $D_k^\nu \cap Q_k^\nu \subset R \times S_k^\nu$;

(ii) ya elə $(k', \nu') \neq (k, \nu)$ var ki, D_k^ν çoxluğu $I_{k'} \times \{\infty\}$ parçasını $R \times S_{k'}^{\nu'}$ çoxluğu üzrə kəsir, ya elə $(\lambda, 0)$ nöqtəsi var ki, D_k^ν çoxluğu $R \times \{0\}$ çoxluğunu $(\lambda, 0)$ nöqtəsində kəsir, ya da D_k^ν çoxluğunun $R \times \{0\}$ çoxluğuna proyeksiyası qeyri-məhduddur.

Teorem 2. Tutaq ki, (3) şərti ixtiyari $(y, s, \vartheta, w) \in R^4$ üçün ödənilir. Onda hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün D_k^ν çoxluğu $I_k \times S_k^\nu$ zolağında yerləşir və bu çoxluq üçün teorem 1-in (ii) hökmünü 3-cü alternativini doğrudur.

Ədəbiyyat

1. N.B. Kerimov, Z.S. Aliyev. On the basis property of the system of eigenfunctions of a spectral problem with spectral parameter in the boundary condition \\\ Diff. Equat. 2007. vol. 43, no. 7, p. 905-915.
2. Z.S. Aliyev, X.A. Asadov. Global bifurcation from zero in some fourth-order nonlinear eigenvalue problems \\\ Bull. Malays. Math. Sci. Soc. 2021. vol. 44, no. 2, p. 981–992.