

P DƏRƏCƏDƏN İNTEQRALLANAN FUNKSIYALAR FƏZASINDA HİLBERT ÇEVİRMƏSİNİN APPROKSİMASİYALARI

LALƏ Ş. ƏLİZADƏ

Bakı Dövlət Universiteti, Odlar Yurdu Universiteti
lala.alizada@bsu.edu.az

$L_p(R)$, $1 \leq p < \infty$ ilə R həqiqi ədədlər çoxluğunda ölçülən və sonlu $\|u\|_{L_p(R)} = \left(\int_R |u(\tau)|^p d\tau \right)^{1/p}$ normasına malik funksiyalar fəzasını işarə edək.
 $u \in L_p(R)$, $1 \leq p < \infty$ funksiyasının Hilbert çevirməsi

$$(Hu)(t) = \frac{1}{\pi} \int_R \frac{u(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad t \in R$$

funksiyasına deyilir, burada integral Koşinin baş qiymət mənasında başa düşülür.

Məlumdur ki (bax:[1]), $u \in L_p(R)$ funksiyasının Hilbert çevirməsi sanki hər bir $t \in R$ nöqtəsində sonludur. $1 < p < \infty$ halında Hilbert çevirməsi $L_p(R)$ fəzasında məhdud təsir göstərir və $H^2 = -I$ operator bərabərliyi ödənilir. $p = 1$ halında isə Hilbert çevirməsi $L_1(R)$ fəzasından zəif $L_1(R)$ fəzasına məhdud təsir edir.

Məhdud çoxluqlar halında singulyar integral operatorların approksimasiyasına çox sayda məqalələr həsr olunsa da, qeyri-məhdud çoxluqlar üçün singulyar integral operatorların approksimasiyasına həsr olunmuş işlər yox dərəcəsindədir.

[2] məqaləsində $\{z \in C : |Imz| < \alpha\}$ zolağında analitik olan və müəyyən əlavə şərtləri ödəyən u funksiyasının Hilbert çevirməsi $\frac{1}{\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(t + k\delta)}{-k}$ operatorları ilə approksimasiyası verilir və göstərilir ki, $\delta \rightarrow 0$ olduqda bu ardıcılıq $(Hu)(t)$ funksiyasına müntəzəm yığılır. Qeyd edək ki, biz bu operatorları

$$(H_\delta u)(t) = \frac{1}{\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(t + (k + 1/2)\delta)}{-k - 1/2}, \quad \delta > 0$$

şəklində göstərə bilərik.

[3] məqaləsində $L_2(R)$ fəzasında Hilbert çevirməsinin H_δ operatorları vasitəsilə approksimasiyası verilmişdir. Biz isə $L_p(R)$, $1 < p < \infty$ fəzasında Hilbert çevirməsinin H_δ operatorları ilə approksimasiyasını veririk.

Teorem 1 [3]. İxtiyari $\delta > 0$ üçün H_δ operatorları $L_p(R)$, $1 < p < \infty$ fəzasında məhdud təsir göstərilir və bu fəzada

$$H_\delta^2 = -I$$



operator bərabərliyini ödəyirlər.

Teorem 2. İxtiyari $\delta > 0$ üçün $\{H_{\delta/n}\}$ operatorlar ardıcılığı $L_p(R)$, $1 < p < \infty$ fəzasında H operatoruna güclü yığılır, yəni ixtiyari $u \in L_p(R)$ funksiyası üçün

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|H_{\delta/n}u - Hu\|_{L_p(R)} = 0$$

bərabərliyi ödənilir.

Ədəbiyyat

1. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции. М.: Мир. 1984. 469 с.
2. Kress V.R., Martensen E. Anwendung der rechteckregel auf die reelle Hilbert transformation mit unendlichem interval // Z. Angew. Math. Mech. 1970. Vol.50.p.61-64.
3. Алиев Р.А., Гаджиева Ч.А. Об аппроксимации преобразования Гильберта // Труды ИММ УрО РАН. 2019. т. 25, №2. с. 30-41.