



OPERATORLAR YARIMQRUPU VƏ DISSIPATİVLİK XASSƏSİ

HÜMMƏT KAZIM OĞLU MUSAYEV, AİŞƏ FUAD QIZI FƏRMANOVA

Bakı Dövlət Universiteti
gkm55@mail.ru,fermanova.aise@gmail.com

Tutaq ki, E Banax fəzası $L(E)$ isə E -də təsir edən xətti məhdud operatorlar çoxluğudur. Qiymətləri $L(E)$ -də olan $\{U(t): t \in R_+\}$ operator funksiyalar çoxluğu aşağıdakı şərtlər ödəndikdə güclü kəsilməz birparametrlı operatorlar yarımqrupu adlanır. (və ya C_0 yarımqrupu)

1. $U(t)U(s) = U((t+s))$ bütün $t, s \in R_+$ -lər üçün
2. $U(0) = I$
3. $U(t)u_0 \in C(R_+, E) \forall u_0 \in E$

Əgər bütün $U(t)$ operatorları sıxılmış olarsa, yəni $\|U(t)\| \leq 1 \forall t \in R_+$ olarsa, E -də olan C_0 yarımqrupları $\{U(t)\}$ operatorlarının sıxılmış C_0 yarımqrupu adlanır. Koşi məsələsinin həlli zamanı A operatoruna görə $\{U(t)\}$ yarımqruplarını qurmaq olur. Eyni zamanda $\{U(t)\}$ yarımqruplarına görə A operatorunu da ifadə etmək olar. Bu zaman A operatoru $\{U(t)\}$ yarımqrupları üçün generator adlanır.

Hille-İosid teoreminin köməyi ilə isbat olunur ki, A operatorunun C_0 sıxılmış yarımqrupunun generatoru olması üçün aşağıdakı şərtlərin ödənməsi zəruri və kifidir.

- a) A qapalıdır, yəni $A = \bar{A}$
- b) A sıx təyin olunmuşdur, $\overline{D(A)} = E$
- c) $\rho(A) -$ dan olan $\forall \lambda > 0$ üçün $\|\lambda(A - \lambda I)^{-1}\| \leq 1$.

E fəzası H Hilbert fəzası olduqda yəni $E=H$ olduqda Hille-İosid teoremi sıxılmış operatorlar yarımqrupu üçün skalyar hasilin köməyi ilə təyin olunur. Bu halda uyğun yarımqrupların generatoru dissipativlik xassəsinə malik olur.

H Hilbert fəzasında təyin olunan və təyin oblastı $D(A)$ H -da sıx olan xətti A operatoru üçün $\operatorname{Re}(Au, u), \forall u \in D(A)$ olarsa onda A operatoru dissipativ operator adlanır. Əgər A operatorunun trivial olmayan dissipativ genişlənmələri yoxdursa, onda maksimal dissipativ operator adlanır. Trivial genişlənmə operatorun qapayıcısıdır. Asanlıqla isbat olunur ki, dissipativ operatorun həmişə qapayıcısı var və o da dissipativ operatorudur. Doğrudan da tutaq ki, $u_n \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$), $u_n \in D(A)$, $Au_n \in v \in H$. Göstərək ki, $v=0$, yəni A operatorunun qapanması var. $\forall u \in D(A) \forall x \in C$ (C kompleks ədədlər çoxluğu) olduqda alırıq ki, $\operatorname{Re}(A(u + \alpha u_n), u + \alpha n) \leq 0$. $n \rightarrow \infty$ olduqda limitə keçsək alırıq ki,



$$\begin{aligned}\operatorname{Re}(A(u + \alpha v), u) &= \operatorname{Re}(Au + \alpha Au_n, u) = \operatorname{Re}(Au + \alpha v, u) = \\ &= \operatorname{Re}(Au, u) + \operatorname{Re}(\alpha(vu)) \leq 0\end{aligned}$$

Alınan sonuncu bərabərsizlik $\forall \alpha$ kompleks ədədi üçün ödəndiyindən alırıq ki, $(v, u) = 0$.

$D(A)$ H -da $\forall u \in D(A)$ üçün sıx olduğundan $v = 0$, yəni A -nın qapayıcısı var. İndi göstərək ki, A operatorunun qapayıcısı dissipativdir.

$\operatorname{Re}(Au_n, u) \leq 0, u_n \in D(A), Au_n \rightarrow Au, u_n \rightarrow u$ alırıq ki,

$\operatorname{Re}(\overline{Au}, u) \leq 0$.

A operatorunun maksimal dissipativliyi üçün aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem. H Hilbert fəzasında təsir edən A operatorunun $\{U(t)\}$ sıxılmış C_0 yarımqruplarının generatoru olması üçün zəruri və kafi şərt maksimal dissipativ olmasıdır.

Ədəbiyyat

1. С.Г.Крейн. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве.- М.: Наука, 1967. -464с
2. Э.Хилле, Р.Филлис. Функциональный анализ и полугруппы. М.:ИЛ,1962.-830С.
3. Musaev H.K., Boundary value problems for convolution differential operator equations on the half line., //Proceedings Book, Operators in general Morrey-Type spaces and applications, Turkey .-2019.p.57-60