



PARAMETRLƏRDƏN ASILI MƏSƏLƏLƏRİN QRAFİK ÜSULLA HƏLLİ

FAİQ MİRZƏLİ OĞLU NAMAZOV, GÜLNARƏ MAHİR QIZI TAHİROVA,
RUXSARƏ BABA QIZI BUDAQLI

Bakı Dövlət Universiteti
neikoos@yahoo.com

Parametrdən asılı məsələlərin həlli şagirdlərin məntiqi təfəkkürünün inkişaf etdirilməsində əvəzolunmaz vasitədir. Onların həlli zamanı ən çətin mərhələ bütün mümkün halları nəzərə alan həll planının qurulmasıdır.

Məktəb riyaziyyat kursunda öyrənilən parametrdən asılı məsələləri aşağıdakılara bölmək olar [1]:

- 1) parametrin verilmiş çoxluqdan olan hər bir qiyməti üçün tənliyi, bərabərsizliyi və ya onların müxtəlif konstruksiyalarını həll etməyi tələb edən məsələlər;
- 2) parametrin verilmiş qiymətləri üçün tənliyin, bərabərsizliyin və ya onların müxtəlif konstruksiyalarının həlləri sayını tapmağı tələb edən məsələlər;
- 3) tənlik, bərabərsizlik və ya onların müxtəlif konstruksiyalarının verilmiş sayda həllinin olması üçün parametrin ala biləcəyi qiymətləri tapmağı tələb edən məsələlər;
- 4) tənlik, bərabərsizlik və ya onların müxtəlif konstruksiyalarının həlləri çoxluğunun verilmiş şərtləri ödəməsi üçün parametrin ala biləcəyi qiymətləri tapmağı tələb edən məsələlər və s.

Parametrdən asılı məsələlər, əsasən, analitik və qrafik üsulla həll olunur.

Parametrdən asılı tənlik və bərabərsizliyin qrafik təsvirinin bir sıra üstünlükləri vardır:

- 1) Tələb olunan qrafiki (və ya qrafikləri)qurduqdan sonra parametrin qoyulmuş məsələnin həllə təsirini görmək olur;
- 2) Bəzi hallarda qrafik təsvir qoyulmuş məsələnin həlli üçün zəruri və kafi olan şərtləri analitik ifadə etmək imkanı yaradır.
- 3) Bəzi teoremlər qrafik informasiya əsasında tənliyin (bərabərsizliyin) həlli haqqında kafi qədər ciddi olan hökmlər çıxarmağa imkan yaradır.

Məsələ və misalların qrafik üsulla həlli zamanı təbii olaraq həllin ciddiliyi sualı meydana çıxır. Nəzərə almaq lazımdır ki,qrafik üsulla həllin nəticəsi şübhə doğurarsa, onda alınan nəticəni analitik metodla əsaslandırmaq lazımdır.

İstifadə olunan analitik aparata aşağıdakı teorem və təklifləri şamil etmək olar [2]:

- I. Koşi teoremi: Əgər $[a;b]$ parçasında kəsilməz olan $f(x)$ funksiyası bu parçada müxtəlif A və B qiymətləri alırsa , onda $f(x)$ funksiyası A və B arasında olan istənilən C qiymətini alır.
- II. Koşi teoreminin nəticəsi: a) $[a;b]$ parçasında kəsilməz olan $f(x)$ funksiyası bu parçada özünün ən kiçik və ən böyük qiymətləri arasından olan istənilən qiyməti alır.



b) Əgər $[a; b]$ parçasında kəsilməz olan $f(x)$ funksiyası bu parçanın iki nöqtəsində əks işarəli qiymətlər alırsa, onda $f(x)$ funksiyası bu nöqtələr arasında olan heç olmasa bir nöqtədə sıfıra bərabər olan qiymət alır.

III. Əgər $[a; b]$ parçasında təyin olunmuş kəsilməz olan $f(x)$ funksiyası artan, bu parçada təyin olunmuş kəsilməz olan $g(x)$ funksiyası isə azalan olarsa və bu funksiyaların qrafikləri $x_0 \in [a; b]$ nöqtəsində kəsişərsə ($f(x_0) = g(x_0)$) onda belə nöqtə yeganə olar.

IV. Əgər $[a; b]$ parçasında $f(x)$ funksiyası kəsilməz və artan $g(x)$ funksiyası isə kəsilməz və azalan, $f(a) < g(a)$, $f(b) > g(b)$ olarsa, onda bu funksiyaların qrafiklərinin yeganə ortaq nöqtəsi olur.

Əvvəlcə sadə parametrdən asılı məsələ və misallara baxaq.

a) $f(x) > a$ ($<$; $\leq$; $\geq$) şəklində olan bərabərsizlik və tənlikləri həll etmək üçün $y = f(x)$ və $y = a$ qrafiklərini OXY

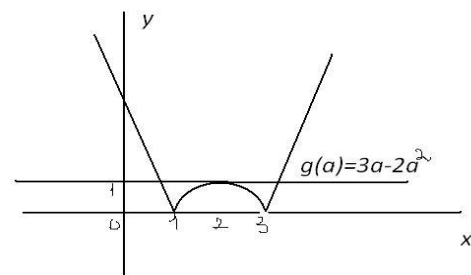
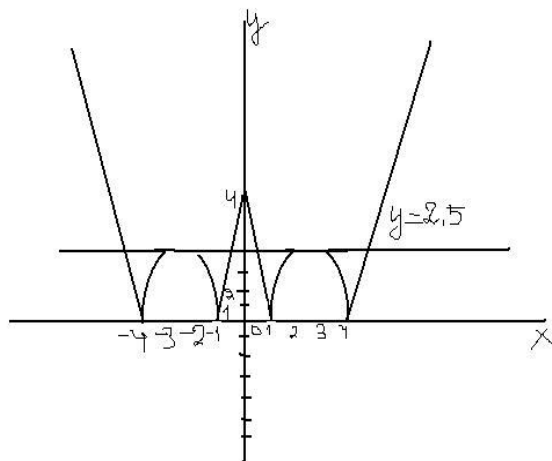
müstəvisində qurmaq lazımdır. Bu zaman $f(x) = a$ tənliyinin kökləri qrafiklərin kəsişmə nöqtələrinin absisləri olar. $f(x) > a$ ($f(x) < a$) bərabərsizliyinin həlləri $f(x)$ qrafikinin $y = a$ düz xəttindən yuxarıda (aşağıda) yerləşən nöqtələrinin absisləri çoxluğu olur.

Misal. $f(x) = |x^2 - 5x + 4| = a$ tənliyini həll etməli

$$\text{Həlli. } f(x) = \begin{cases} |x^2 - 5x + 4|, & x \geq 0 \\ |x^2 + 5x + 4|, & x < 0 \end{cases}$$

$y = f(x)$ funksiyasını

$$y = \begin{cases} (x - 2,5)^2 - 2,25, & x \geq 0 \\ (x + 2,5)^2 - 2,25, & x < 0 \end{cases}$$



Elementar çevirmələrdən istifadə etməklə funksiyanın qrafikini quraq.

Qrafikdən görünür ki, $0 < a < 2,5$ olduqda $f(x) = a$ tənliyinin 8 kökü $a = 2,5$ olduqda 6 kökü, $2,5 < a < 4$ olduqda tənliyin 4 kökü, $a = 0$ olduqda 4 kökü, $a > 4$ olduqda isə 2 kökü olur.

Misal. $|x^2 - 4x + 3| = 3a - 2a^2$ tənliyinin köklərinin sayını tapmalı.

Həlli. $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$ və $g(a) = 3a - 2a^2$ qrafiklərinin qarşılıqlı vəziyyətlərinə

baxaq:

Qrafikdən görüldüyü kimi



$g(a) = 3a^2 - 3a^2 = A < 0$ olduqda f və g funksiyalarının qrafikləri kəsişmir. $A = 0$ və $A > 1$ olduqda qrafiklərin 2 ortaq nöqtəsi olur.

$0 < A < 1$ olduqda qrafiklərin 4 ortaq nöqtəsi, $A = 1$ olduqda isə, 3 nöqtəsi olur.

Qrafiklərin qarşılıqlı vəziyyətini araşdırmaqla aşağıdakıları alarıq:

- 1) $3a - 2a^2 < 0$ ($a \in (-\infty; 0) \cup (1, 5; +\infty)$) olduqda tənliyin
- 2) $3a - 2a^2 = 0$ və ya $3a - 2a^2 > 1$ ($a \in (1, 5; 1) \cup \{0; 1, 5\}$) olduqda tənliyin 2 kökü var;
- 3) $3a - 2a^2 = 1$ ($a \in \{0, 5; 1\}$) olduqda tənliyin 3 kökü olur;
- 4) $0 < 3a - 2a^2 > 1$ ($a \in (0; 0, 5) \cup (1; 1, 5)$) olduqda tənliyin 4 kökü var.

$f(x) > g(x) + a$ ($<; \geq; \leq$) şəklində olan məsələlərin qrafikin OY oxu istiqqa-metində paralel köçürməklə həll etmək olar.

Belə məsələlərin həlli zamanı $g_a(x)$ funksiyasının qrafikini OY oxuna paralel köçürmək lazım gəlir.

Ədəbiyyat

1. Крамор В.С. Задачи с параметрами и методы их решения. М.: Мир и образование, 2007, 416 с.
2. Натяганов В.Л., Лукина Л.М. Методы решения задач с параметрами. М.: МГУ, 2003, 368 с.