



BƏZİ FUNKSIONAL-TRANSENDENT TƏNLİKLƏRİN HƏLLİ METODİKASI

ELMAĞA AĞAQASIM OĞLU QASIMOV, CƏMİLƏ QIZI ALLAHVERDİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti
gasymov-elmagha@rambler.ru

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

tənliyinə baxaq. Bu tənliyin təyin olunma oblastını, yəni $y = f(x)$ funksiyanın təyin olunma oblastını Ω ilə işarə edək. Fərz edək ki, Ω oblastı birrəbitəli qapalı oblastdır.

1⁰. Tutaq ki, $f(x) \in C^2(\Omega)$. Onda $\forall x \in \Omega$ və $c \in \Omega$ üçün

$$f(x) - f(c) = f'(c)(x - c) + \frac{f''(\xi)}{2}(x - c)^2, \quad (2)$$

eyniliyi doğrudur; $\xi = \xi(x, c)$, $\xi \in (x, c)$ müəyyən nöqtədir.

2⁰. Fərz edək ki, $f''(x) \neq 0$, $\forall x \in \Omega$.

Əgər $x = c$ ədədi (1) tənliyinin kökü olsa, yəni $f(c) = 0$ olsa, onda (2)-dən

$$\frac{f''(\xi)}{2}(x - c)^2 + f'(c)(x - c) - f(x) = 0, \quad \forall x \in \Omega \quad (3)$$

bərabərliyini alırıq. (3) bərabərliyinə $(x - c)$ -yə nəzərən kvadrat tənlik kimi baxsaq

$$c = x - \frac{-f'(c) \pm \sqrt{(f'(c))^2 + 2f''(\xi) \cdot f(x)}}{f''(\xi)}, \quad \forall x \in \Omega. \quad (4)$$

Teorem 1. 1⁰ və 2⁰ məhdudiyyətləri daxilində əgər $x = c$ ədədi (1) tənliyinin köküdürsə, onda $\forall x \in \Omega$ üçün (3) və yaxud (4) eynilikləri doğrudur.

(4) eyniliyinin əsasında (1) tənliyinin kökünü tapmaq üçün aşağıdakı rekurent münasibəti yazmaq olar

$$x_{n+1} = x_n - \frac{-f'(x_n) \pm \sqrt{(f'(x_n))^2 + 2f''(x_n) \cdot f(x_n)}}{f''(x_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

$\pm$ işarəsi onu göstərir ki, əgər $f'(x_n) \geq 0$ olduqda “+” işarəsini, $f'(x_n) < 0$ olduqda “-” işarəsi götürülür, $x_0 \in \Omega$, və müəyyən mənada x_0 - “ixtiyarı” götürülür.

3⁰. Fərz edək ki, $\forall x_n \in \Omega$, ($n = 0, 1, 2, \dots$) və $\{x_n\}$ ədədlər ardıcılığı yığılandır, yəni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \quad a \in \Omega.$$

Teorem 2. 1⁰-3⁰ şərti daxilində $x = a$ ədədi (1) tənliyinin köküdür.

İsbatı. (5) rekurent düsturunda $n \rightarrow \infty$ limitə keçsək, alırıq



$$a = a - \frac{-f'(a) \pm \sqrt{(f'(a))^2 + 2f''(a) \cdot f(a)}}{f''(a)}.$$

$\pm$ işarəsi onu göstərir ki, kökaltı ifadə mənfi olmadıqda “ + ” işarəsini, kökaltı ifadə mənfi olduqda isə “ – ” işarəsi götürülür.

Buradan

$$-f'(a) \pm \sqrt{(f'(a))^2 + 2f''(a) \cdot f(a)} = 0,$$

olduğunu alırıq. Axırncı bərabərliyin doğru olması üçün zəruri və kafi şərt

$$2f''(a)f(a) = 0$$

bərabərliyinin doğru olmasıdır.

2^0 şərtindən çıxır ki, $f''(x) \neq 0$ -dir. Deməli, axırncı bərabərlikdən $f(a) = 0$ olduğunu alırıq. Bu isə onu göstərir ki, $x = a$ ədədi (1) tənliyinin köküdür.

Teorem isbat olundu.