



ASİMPTOTİK METODLARIN TƏTBİQİ İLƏ BİR TRANSENDENT TƏNLIYIN HƏLLİ

ELMAĞA AĞAQASIM OĞLU QASIMOV, GÜNAY ƏLİQULU QIZI RƏŞİDOVA

Bakı Dövlət Universiteti
gasyimov-elmagha@rambler.ru

Xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qeyri-requlyar sərhəd şərtli qarışıq məsələlərin həlli zamanı aşağıdakı növ transendent tənliklə rastlaşılır

$$e^{\sqrt{-1}\lambda} = a\lambda + b, \quad (1)$$

burada a ($a > 0$), b - həqiqi ədədlər, λ - kompleks ədədlər. Bu işdə aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem. (1) transendent tənliyin sonsuz sayda λ_k həlləri var. k -nın böyük qiymətlərində λ_k üçün aşağıdakı asimptotik düstur doğrudur

$$\lambda_k = \left(2\pi k + O\left(\frac{\ln k}{k}\right) \right) + \sqrt{-1} \left(-\ln(2\pi a k) + O\left(\frac{\ln k}{k^2}\right) \right), \quad k \gg k_0, \quad (2)$$

k_0 - müəyyən natural ədəddir.

İsbatı. (1) tənliyində $\lambda = x + \sqrt{-1}y$ yazsaq

$$e^{-y+\sqrt{-1}x} = a(x + \sqrt{-1}y) + b$$

olar. Buradan

$$e^{-y}(\cos x + \sqrt{-1}\sin x) = ax + b + \sqrt{-1}ay.$$

Kompleks ədədlərin bərabərliyi şərtlərindən aşağıdakı transendent tənliklər sistemi alınır:

$$\left. \begin{aligned} e^{-y} \cos x &= ax + b, \\ e^{-y} \sin x &= ay. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(3) sisteminin ikinci tənliyindən alırıq

$$\sin x = aye^y. \quad (4)$$

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} (aye^y) = +\infty \quad \text{və} \quad \lim_{y \rightarrow -\infty} (aye^y) = 0$$

olduğu üçün (4) tənliyinin $y < -y_0$ (y_0 - müəyyən müsbət ədəddir) olduqda həlli var və bu həll $x = (-1)^m \arcsin(aye^y) + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$ (tam ədədlər çoxluğu) (5) düsturu ilə tapılır. $m = 2k$ olduqda (5)-dən alırıq

$$\begin{aligned} x &= \arcsin(aye^y) + 2\pi k; \\ \cos x &= \cos(\arcsin(aye^y)). \end{aligned} \quad (6)$$

(3) sisteminin birinci tənliyindən



$$e^{-y} = \frac{ax+b}{\cos x} = \frac{2\pi ka+b+a \cdot \arcsin(aye^y)}{\cos(\arcsin(aye^y))} \quad (7)$$

alırıq. φ -nin kiçik qiymətində aşağıdakı asimptotik formulalar doğrudur [1]:

$$\arcsin \varphi \sim \varphi; \quad \cos(\arcsin \varphi) \sim 1 + \frac{\varphi^2}{2}; \quad \frac{1}{1-\varphi} \sim 1 + \varphi.$$

Bu asimptotik düsturlardan istifadə edərək alırıq

$$x = 2\pi k + O\left(\frac{\ln k}{k}\right), \quad y = -\ln(2\pi ka) + O\left(\frac{\ln k}{k^2}\right),$$

$k \gg k_0$ (k_0 - müəyyən natural ədəddir). Axırıncı bərabərlikləri

$$\lambda = x + \sqrt{-1}y$$

bərabərliyində nəzərə alsaq (2) düsturunun doğruluğunu alırıq.

Teorem isbat olundu.

Ədəbiyyat

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т.1, 1969.