



1. Экланд И., Темам Р. Выпуклый анализ и вариационные проблемы. М.: Мир, 1979, 400 с.

QARIŞIQ MƏHDUDİYYƏTLİ OPTİMAL İDARƏTMƏ MƏSƏLƏSİ

MİSRƏDDİN ALLAHVERDİ OĞLU SADIQOV, ASUDƏ ƏKRƏM QIZI KƏRİMOVA

Bakı Dövlət Universiteti
asudekerimova313@gmail.com

Tutaq $F:[t_0, t_k] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}$, $f:[t_0, t_k] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}^n$ funk-siyaları verilmişdir, hər bir $(x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r$ üçün $F(t, x, y)$ və $f(t, x, y)$ funksiyaları t -yə nəzərən ölçüləndir, sanki bütün $t \in [t_0, t_k]$ olduqda $F(t, x, y)$ və $f(t, x, y)$ funksiyaları (x, y) -ə nəzərən kəsilməz diferensiallandı; $\varphi_i: \mathbb{R}^{(k+1)n} \rightarrow \mathbb{R}$, $K: \mathbb{R}^{(k+1)n} \rightarrow \mathbb{R}^d$, φ_i və K funksiyaları kəsilməz diferensiallandı, $\mathbb{R}^r$ fəzasına daxil olan C çoxluğu qabarıqdır və $\text{int} C \neq \emptyset$ şərti ödənilir, burada $n, d, r \in \mathbb{N}$, $i = 0, 1, \dots, m$, $X = W_{1,1}^n[t_0, t_k] \times L_\infty^r[t_0, t_k]$, $Y = L_1^n[t_0, t_k] \times \mathbb{R}^d$ işarə edək. İşdə ölçülən funksiyaların bərabərliyi və bərabərsizliyi sanki hər yerdə mənada başa düşülür.

Aşağıdakı

$$J(x, u) = \phi_0(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) + \int_{t_0}^{t_k} F(t, x(t), u(t)) dt \quad (1)$$

funksionalın

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), t \in [t_0, t_k] \quad (2)$$

$$\phi_i(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m,$$

$$K(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) = 0 \quad (3)$$

$$u(t) \in C \text{ p} \text{ t} \in [t_0, t_k], (x, u) \in X \quad (4)$$

şərtləri daxilində minimallaşdırılması məsələsinə baxaq.

$h: X \rightarrow Y$ və $h_i: X \rightarrow \mathbb{R}$ inikaslarına baxaq:

$$h(x, u)(t) = (\dot{x}(t) - f(t, x(t), u(t)), K(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k))),$$

$$h_i(x, u)(t) = \phi_i(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)), i = 1, 2, \dots, m.$$

Tutaq ki, $(x_0, u_0) \in X$. Əgər elə $\varepsilon > 0$ və $\rho(\cdot) \in L_1[0, t_k]$ varsa ki, $|x - x_0(t)| + |y - u_0(t)| < \varepsilon$, $\psi = F$ və ya $\psi = f$ olduqda $|\nabla \psi(t, x, y)| \leq \rho(t)$ olsun. Onda qeyd olunan şərtlər daxilində $J(x, y)$, $h_i(x, y)$, $i = 1, \dots, m$, və $h(x, y)$ inikasları $(x_0(\cdot), u_0(\cdot))$ nöqtəsində diferensiallandı və

$$J'(x_0, u_0)(x, u) = \phi'_0(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k))(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) + \int_{t_0}^{t_k} [F_x(t, x_0(t), u_0(t))x(t) + F_u(t, x_0(t), u_0(t))u(t)] dt,$$

$$h'(x_0, u_0)(x, u) = (\dot{x}(t) - (\hat{f}_x(t)x(t) + \hat{f}_u(t)u(t)),$$

$$K'(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k))(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)),$$

$$h'_i(x_0, u_0)(x, u) = \phi'_i(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k))(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)).$$

Tutaq ki, $f(t, x_0(t), u_0(t))$, $F(t, x_0(t), u_0(t))$ funksiyaları integrallandı.



Fərz olunur ki, əgər vektor matrisə və ya vektora vurularsa, onda vektor sətir vektordur, əgər matris vektora vurularsa, onda vektor sütun vektordur.

Əgər $a \in \mathbb{R}^d, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m \in \mathbb{R}, \mu = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m, a)$ olarsa,

$$\gamma(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k), \mu) = \sum_{i=0}^m \alpha_i \phi_i(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) + \langle a, K(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) \rangle$$

və $t \in [t_0, t_k]$ olduqda

$$H(t, x, u, \alpha_0, \lambda(\cdot)) = \alpha_0 F(t, x, u) - \lambda(t) f(t, x, u)$$

işarə edək.

Aşağıdakı məsələyə baxaq :

$$\dot{\lambda}(t) = H_x(t, x_0(t), u_0(t), \lambda(t)), t \in [t_0, t_k], \quad (5)$$

$$\lambda(t_0) = \frac{\partial \gamma(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k), \mu)}{\partial x(t_0)}, \quad (6)$$

$$\lambda(t_j + 0) - \lambda(t_j - 0) = \frac{\partial \gamma(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k), \mu)}{\partial x(t_j)}, j = 1, \dots, k - 1, \quad (7)$$

$$\lambda(t_k) = - \frac{\partial \gamma(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k), \mu)}{\partial x(t_k)}. \quad (8)$$

Teorem 1. Əgər $(x_0, u_0) \in X$ (1)-(4) məsələsinin minimum

nöqtəsi olarsa, elə $\varepsilon > 0$ ədədi və $\rho(\cdot) \in L_1[t_0, t_k]$ funksiyası varsa ki, $\psi = F$ və ya $\psi = f$, $|x - x_0(t)| + |y - u_0(t)| < \varepsilon$ olduqda $|\nabla \psi(t, x, y)| \leq \rho(t)$ olsun, $h'(x_0, u_0)(x, u)$ inikası suryektiv və $i = 1, \dots, m$ olduqda $h_i(x_0, u_0) = 0$ olsun, C çoxluğu $\mathbb{R}^r$ fəzasında qabarıq çoxluq və $\text{int } C \neq \emptyset$ olsun, onda eyni zamanda sıfır olmayan elə $a \in \mathbb{R}^d$ vektoru, $\alpha_0 \geq 0, \alpha_1 \geq 0, \dots, \alpha_m \geq 0$ ədədləri və (5)-(8) məsələsinin $\lambda(t)$ həlli var ki, $u \in C$ olduqda $\langle H_u(t, x_0(t), u_0(t), \lambda(t)), u - u_0(t) \rangle \geq 0$ bərabərsizliyi ödənilir.

Əgər $T_C(u_0(t)) = \text{cl}_{\lambda > 0} \frac{1}{\lambda}(C - u_0(t))$ işarə etsək, $u \in C$ olduqda

$\langle H_u(t, x_0(t), u_0(t), \lambda(t)), u - u_0(t) \rangle \geq 0$ bərabərsizliyinin ödənməsindən $u \in T_C(u_0(t))$ olduqda

$\langle H_u(t, x_0(t), u_0(t), \lambda(t)), u \rangle \geq 0$ bərabərsizliyinin ödənməsi alınır.

Əgər $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $x(t_0) = x_0, x(t_1) = x_1, \dots, x(t_k) = x_k$,

$h(x_0, u_0)(x, u) = (\dot{x}(t) - Ax(t) - Bu(t), x(t_0) - x_0, x(t_1) - x_1, \dots, x(t_k) - x_k)$

və $\text{rank}[B, AB, \dots, A^{n-1}B] = n$ olarsa, onda $h'(x_0, u_0)(x, u)$ inikası suryektivdir.

Ədəbiyyat

1. Садыгов М.А. Необходимые условия в задачах оптимального управления. International scientific review of the problems and prospects of modern science and education, Boston USA, 2020, 3(16), с.17-30.