

UOT 16

*A.D.Zamanov<sup>1</sup>, Ə.B.Məmmədov<sup>2</sup>, İ.N.İsmayılov<sup>1</sup>*  
*Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti<sup>1</sup>*  
*Bakı Dövlət Universiteti<sup>2</sup>*  
*a\_zamanov@mail.ru*

## LÜTFİ ZADƏNİN NƏZƏRİ İRSİNDƏ QEYRİ-SƏLİS ÇOXLUQLAR NƏZƏRİYYƏSİNİN YERİ VƏ ROLU

*Açar sözlər: çoxluq, məntiq, qeyri-səlis, universum, mənsubiyyət funksiyası, sinqlton, təfəkkür, imkan, ehtimal, approksimasiya*

Məqalə Lütfi Zadə yaradıcılığında əhəmiyyətli yer tutan və tarixilik baxımından alman riyaziyyatçısı G.Kantorun çoxluqlar nəzəriyyəsinin ümumiləşdirilmiş və genişləndirilmiş halı kimi təqdim edilən Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin mahiyyətinin açılmasına, onun müasir riyazi təfəkkürün inkişafına təsir edən yeniliklərinin təhlilinə həsr olunmuşdur. Bu istiqamətdə mövcud olan bir sıra mübahisəli məsələlərə aydınlıq gətirilmişdir.

Məqalədə Lütfi Zadə nəzəriyyələrinin başqa nəzəriyyələrdən fərqi və üstünlüyünü nümayiş etdirmək üçün onun bəzi əsas anlayışlarının təhlili verilmiş və fəlsəfi mahiyyətləri araşdırılmışdır. Bu nəzəriyyələrin insan təfəkkürünün öyrənilməsi və modelləşdirilməsi istiqamətlərində əhəmiyyəti göstərilmişdir.

*A.Д.Заманов, А.Б.Мамедов, И.Н.Исмаилов*

## МЕСТО И РОЛЬ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В ТЕОРЕТИЧЕСКОМ НАСЛЕДИИ ЛЮТФИ ЗАДЕ

*Ключевые слова: множество, логика, нечеткий, универсум, функция принадлежности, синглтон, мышление, возможность, вероятность, аппроксимация*

Статья посвящена раскрытию сущности теории нечетких множеств, которая занимает значительное место в творчестве Лютфи Заде и представляется как обобщение и расширение теории множеств немецкого математика Г.Кантора. Анализируется влияния новых результатов этой теории на развитие современного математического мышления. Приводятся пояснения некоторым существующим спорным взглядам в этом направлении. Исследована философская сущность некоторых основных понятий научных теорий Лютфи Заде. Показаны их отличия и преимущества по сравнению с другими теориями, а также полезность этих теорий для изучения и моделирования человеческого мышления.

A.D.Zamanov, A.B.Mammadov, I.N.Ismayılov

## THE PLACE AND ROLE OF THE THEORY OF FUZZY SETS IN THE THEORETICAL LEGACY OF LUTFI ZADEH

**Keywords:** *set, logic, fuzzy, universe, singleton, membership function, thinking, possibility, probability, approximation*

This paper is devoted to discovery essence of fuzzy set theory, which occupies significant place in the works of Lotfi Zadeh and proposed as generation and extension of german mathematician G. Kantor's set theory, and analysis influence of his new results to development of modern mathematical thinking. Some problematic matters existing in this direction have been cleared up.

In the presented article in order to show the difference and advantage of Lotfi Zadeh's theory from other theories, the systematic analyses of their main conceptions and logical basis and philosophical essence have been investigated as well. The importance of these theories in the direction of learning of human thinkings and modeling is shown in the presented article.

Dünya mədəniyyəti xəzinəsinə bir sıra elmi yeniliklər bəxş etmiş, fundamental kəşfləri və heyrtləndirici ideyaları ilə müasirlərinin ruhunu ehtizaza gətirərək onlarda yeni təfəkkürün formalaşmasına səbəb olmuş Lütfi Zadə yaradıcılığının mahiyyətini anlamaq və onun ictimai şüura verdiyi yeni impuls və elmi istiqamətləri obyektiv dəyərləndirmək üçün, hər şeydən əvvəl, bu kəşflərin real məzmunu ilə yanaşı, fəlsəfi mahiyyətinə də varmaq lazımdır. Müasir elmi dairələrdə böyük nüfuz qazanmış bu dahi alimin və mütəfəkkirin nəzəri təfəkkürü, yeni rakursdan işıqlandırılan və insan idrakının üföqlərini Aristotelin ənənəvi, binar məntiqindən xeyli uzaqlara aparıb çıxaran qeyri-səlis məntiqi XX əsrin fundamental kəşflərindən biri və insanın təfəkkürlə yeni dialoqu kimi hazırda dünya alimləri tərəfindən heyranlıqla qarşılanmaqda və intensiv tədqiq edilməkdədir. Təsadüfi deyil ki, hazırda bu nəzəriyyə Yaponiya, ABŞ, Amerika, Rusiya, Çin, Türkiyə, Fransa və s. öklələrdə vaxtaşırı keçirilən beynəlxalq konfransların, simpoziumların, elmi sessiyaların geniş müzakirə obyektinə, dialoq predmetinə çevrilərək özünün coğrafi sərhədlərini xeyli genişləndirmiş, müasir fundamental kəşflər sırasında özünə əbədi yer almışdır. Elə bu faktın özü müasir dünya alimlərinin Lütfi Zadə nəzəriyyələrinə verdikləri yüksək dəyərin və obyektiv qiymətin ən yaxşı göstəricisidir.

Lütfi Zadənin elmi-nəzəri irsinə münasibət istər-istəməz bir sıra suallarla müşayiət olunur: bu elmi yeniliklərin mahiyyəti nədən ibarətdir? Nə üçün dünya alimləri Zadə nəzəriyyələrinə bu qədər böyük önəm verirlər? Bu nəzəriyyələrin təfəkkür və çoxluqlar haqqında keçmiş və hazırkı nəzəriyyələrdən başlıca fərqi nədən ibarətdir? Onların müasir dünya praktikasına tətbiqi və elmi yenilikləri hansı səbəblərlə şərtlənir? Ehtimal ki,

düzgün cavablandırılması mühüm elmi və dünyagörüşü əhəmiyyəti kəsb edən bu suallar milyonlarla elm adamının maraq dairəsinə daxil olaraq onların narahat ruhunu düşündürməkdədir. Bu marağı nəzərə alaraq biz onlara aydınlıq gətirməyə çalışacağıq. Bu məqsədlə əvvəlcə Zadə nəzəriyyələrində özlərinə yer almış bir sıra mübahisəli məsələlərə diqqət yetirməyi məqsədəuyğun sayır və qeyd etmək istəyirik ki, belə mübahisəli məsələlərdən biri nəzəriyyənin “qeyri-səlis” sözü ilə ifadə olunan adı ilə bağlıdır. Məlumdur ki, hər bir nəzəriyyə ilə ilk tanışlıq onun adından başlanır. Bu kontekstdə oxucu diqqətini çəkən ilk sual belə səslənir: görəsən Zadə nəzəriyyələri nə üçün “qeyri-səlis” nəzəriyyələr (qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi, qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi və s.) adlanır? Maraqlıdır ki, türk tədqiqatçıları “qeyri-səlis məntiq” nəzəriyyəsini “bulanıq məntiq nəzəriyyəsi” başlığı altında təqdim edirlər. Adətən “qeyri-səlis”, “bulanıq” anlayışları mənası tam aydın olmayan, mahiyyəti bütünlüklə anlaşılmayan fenomenlərin ifadəsi üçün istifadə edilir. Halbuki, Zadə məntiqi həm aydın dərk olunan, həm də dərin düşüncələr fonunda bütünlüklə anlaşılan nəzəriyyədir. Bu nəzəriyyənin mahiyyətini anlamayan, yaxud reallığını qəbul etmək istəməyən bəzi alimlər onun adını əsas götürərək bildirirlər: madam ki, bu bilik sisteminin məzmunu qeyri-səlisdir, deməli, o, elmi deyil və buna görə də onu öyrənməyə və təbliğ etməyə dəyməz. Elmdə yalnız dəqiq, birmənalı, tam aydın olan anlayışlar qəbul edilə bilər. Bəs bu nəzəriyyə ilə bağlı həqiqət nədən ibarətdir? Məsələ ondadır ki, nəzəriyyənin müəllifi onu adlandırarkən müəyyən yanlışlığa yol vermişdir. “Qeyri-səlis” ifadəsi həqiqətdə nəzəriyyənin özünə yox, onun hədudlarında tədqiqat obyektini kimi öyrənilən təfəkkürə, çoxluqlara aid edilməlidir. Nəzəriyyənin özünə gəldikdə isə, o, kifayət qədər səlis, dəqiq və elmidir. Bu fikri Lütfi Zadə 2008-ci ildə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasındakı çıxışı zamanı özü də etiraf etmiş və bildirmişdir ki, yeni nəzəriyyəyə ad verərkən ingilis dilində “fuzzy” sözünü tapmış və onun baxılan çoxluqların mahiyyətini əks etdirdiyini əsas götürərək rus dilinə “нечеткий” sözü kimi tərcümə etmişdir. Rus dilində “нечеткий” kimi səslənən bu söz Azərbaycan dilinə “qeyri-səlis” söz birləşməsi kimi tərcümə edilmişdir. Beləliklə, yeni nəzəriyyənin adının uğurlu seçilməməsi bəzi alimlərin ona şübhə və ehtiyatla yanaşmalarının başlıca səbəbi olmuşdur.

Lütfi Zadənin qeyri-səlis məntiq və qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyələri ilə bağlı ikinci mübahisəli məqam bundan ibarətdir ki, Zadə kəşfinin əsas mənası öz ifadəsini sıfırla vahid (0,1) arasında yerləşən ədədlər çoxluğunda tapır. Qeyd edək ki, sıfırla vahid arasında yerləşən kəsir ədədlər çoxluğu mülahizəsi Lütfi Zadənin şəxsi kəşfi olmayıb, eramızdan xeyli əvvəllər qədim Babil və Misir riyaziyyatçıları tərəfindən tətbiq edilmişdir. Bəs Lütfi Zadənin ortaya qoyduğu fundamental elmi yenilik, dünyanın yeni elmi mənzərəsini açıqlayan kəşfi nədən ibarətdir? Bu sualla əlaqədar müasir elmin fundamental kəşfləri sırasına mühüm paradigmlər kimi daxil olmuş ilk böyük kəşf: qeyri-səlis məntiq və

qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi haqqında aşağıda müfəssəl məlumat veriləcəkdir. Qeyd etmək yerinə düşər ki, Zadənin 1965-ci ildə çap etdiriyi “Fuzzy sets” adlı məqaləsi yeni nəzəriyyəni elmi ictimaiyyətə təqdim edən ilk məqalə olmuşdur [2]. Bu məqalədə “fazzi” – çoxluqlar anlayışı ilk dəfə elmə daxil edilmiş və bu kontekstdə möhtəşəm bir nəzəriyyənin idrakı əsasları qoyulmuşdur. Lakin Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi qara örtüyə bürünmüş naməlum bir obyekt kimi saxlanılaraq mürəkkəbliyi və çətin dərk edilənliyi üzündən geniş təhlillər və dərin tədqiqatlar müstəvisinə çıxarılmamışdır. Məqsədimiz qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsini təhlil edib, bir sıra məsələlərə aydınlıq gətirməkdir. Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi və onun fəlsəfi mahiyyəti haqqında fikir yürüdərkən hesab edirik ki, “fazzi çoxluq nədir?”dən başlamaq məqsədəuyğundur.

Fazzi və ya qeyri-səlis çoxluq elə çoxluqdur ki, onun sərhədləri dəqiq olmayıb, qeyri-müəyyəndir, necə deyirlər, bu sərhəd qeyri-səlisdir [2, 338-353]. Məlum olduğu kimi, çoxluqlar nəzəriyyəsi XIX əsrin 80-ci illərində məşhur alman riyaziyyatçısı Georq Kantor tərəfindən yaradılmışdır. Riyaziyyatda yeni bir istiqamətin əsasını qoymuş bu böyük zəka sahibi bütün riyazi əməliyyatların çoxluqlar üzərində aparılan əməliyyatlar dilində təsvirini mümkün saymışdır. Hazırda çoxluqlar nəzəriyyəsi müasir riyaziyyatın bir çox bölməsinin əsasını təşkil edən fundamental riyazi nəzəriyyədir. Çoxluq – onun predmetləri adlanan elementlərin məcmusudur. Çoxluq anlayışı riyaziyyatın əsas çıxış anlayışı olduğundan ona formal məntiq qaydası əsasında tərif vermək mümkün deyil. Buna görə də çoxluğa ancaq onu təşkil edən elementlərin ümumi xassəsinin verilməsi (məsələn, tam ədədlər çoxluğu, natural ədədlər çoxluğu, rəşional ədədlər çoxluğu, Günəş sisteminə daxil olan planetlərin çoxluğu və s.), yaxud çoxluğa daxil olan elementlərin ardıcılıqla sayılması yolu ilə verilə bilər. Məlumdur ki, hər hansı bir  $X$  elementinin  $A$  çoxluğuna daxil olması riyazi olaraq  $X \in A$  şəklində, həmin elementin  $B$  çoxluğuna daxil olmaması isə  $X \notin B$  şəklində ifadə olunur. Əgər  $X \in A$  – *dan*  $X \in B$  alınarsa,  $A$  çoxluğu  $B$  çoxluğunun altçoxluğu, yaxud onun hissəsi adlanır və  $A \in B$  kimi yazılır. Elementi olmayan çoxluq boş çoxluq adlanır. Boş çoxluq ixtiyari çoxluğun alt çoxluğu sayılır.  $\{X\}$  çoxluğu yalnız  $X$  elementindən,  $\{x, y, z\}$  çoxluğu isə  $x, y, z$  kimi 3 elementdən təşkil olunur. Çoxluqlar nəzəriyyəsinin məzmununu açıqlayan anlayışlar içərisində çoxluqların kəsişməsi, birləşməsi, sonlu sayda elementlərdən təşkil olunan çoxluq, sonsuz sayda elementlərdən təşkil olunan çoxluq, hesabi çoxluq, qeyri-hesabi çoxluq və s. anlayışlar da mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Ümumiyyətlə, müasir riyaziyyatda istifadə olunan bütün çoxluqlar Kantor çoxluqlardır. Sonrakı əsrdə Kantor nəzəriyyəsi onun ardıcılıqları tərəfindən xeyli inkişaf etdirilsə də, onun təsvir etdiyi çoxluqlar yalnız dəqiq sərhədli, klassik çoxluqlar kimi mövcud olmuşdur. Kantorun qəti inamına görə, çoxluğun hər bir

elementi ya onun daxilində, ya da xaricində ola bilər, ancaq aralıq vəziyyətdə ola bilməz [3, 12]. Halbuki, Zadənin çoxluqlar nəzəriyyəsi əvvəllər mövcud olmuş bütün çoxluq nəzəriyyələrindən kəskin fərqlənir. Məsələn bundadır ki, Zadənin qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinə qədər mövcud olmuş bütün çoxluq nəzəriyyələrində “çoxluq” anlayışı yalnız birtərəfli, kəmiyyət mənasında başa düşülmüş, onun keyfiyyət tərəfi isə nəzərə alınmamışdır. Zadənin təklif etdiyi qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi isə çoxluq anlayışına yönəldilən köhnə stereotipləri aradan qaldıraraq ümumvəhdət prinsipi əsasında sübut etdi ki, çoxluq anlayışının məzmununda kəmiyyət və keyfiyyət elementləri vəhdət təşkil edir və onları bir-birindən ayırmaq olmaz. Dünyanın bütün hadisələri kimi çoxluq anlayışı da birqütblü olmayıb, dialektik əksliklərin vəhdətindən ibarətdir. Beləliklə, aydın olur ki, nəzəri fikir tarixində “çoxluq” anlayışının məzmununda kəmiyyət və keyfiyyət tərəflərinin vəhdəti ideyası ilk dəfə Zadənin qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsində verilmişdir.

Danılmaz həqiqətdir ki, hər bir nəzəriyyənin məzmun açılışı onun elmi aparatını təşkil edən anlayışların təhlili ilə başlanır. Elmdə artıq qəbul edilmiş bu ənənəni pozmadan oxucuda qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinin məzmunu ilə tanışlıq yaratmaq məqsədilə, ilk növbədə, onun anlayışlar aparatına müraciət etməyi vacib bilirik. Bu məqsədlə müraciət etmək istədiyimiz ilk anlayış qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinin məzmununda mərkəzi yerlərdən birini tutan “universum” anlayışıdır.

Lütfi Zadə elm tarixində çoxluq anlayışının yeni mənasını açıqlamaqla çoxluğun Kantor konsepsiyasını yeni məcraya yönəltdi. Bu məqsədlə o, “universum” anlayışından istifadə edərək onun tərifini verdi. Müəyyən kontekstdə qoyulmuş problemlərin həlli üçün istifadə olunan mümkün elementlər çoxluğunu o, universum adlandırdı. Misallara müraciət edək. Məsələn, əgər biz qrupda ən yaxşı tələbə axtarırsaq, deməli, bu halda universum anlayışı qrupun bütün tələbələrini, əgər fakültədə ən yaxşı tələbə axtarırsaq, universum anlayışı bütün fakültə tələbələrini, əgər universitetdə ən yaxşı tələbə axtarırsaq, universum anlayışı bütün universitet tələbələrini ehtiva edəcəkdir.

Məlum olduğu kimi, Zadə nəzəriyyələrinin əsas tətbiq obyektini insan təfəkkürünün modeli olduğundan, universum anlayışı məhz təfəkkürdə cərəyan edən prosesləri əks etdirir. Buna görə insan hər hansı bir problemin həlli üzərində düşünərkən, ilk növbədə, fikrində həmin problemə aidiyyəti olan bütün elementləri ehtiva edən universal bir çoxluq müəyyənləşdirib bütün düşüncələrini onun daxilində yürütməyə çalışır. Buna görə də Zadə özünün qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsində universumun bütün elementlər çoxluğunu müəyyənləşdirərək onu məhz bu çoxluqlar əsasında inkişaf etdirmişdir. Deməli, bütün çoxluqlar universum daxilində yerləşir. İndi isə universumu ixtiyari bir A alt çoxluğuna nəzərən təsvir edək. Bu halda universumun bütün elementlərini A

alt çoxluğuna görə üç qrupa ayırmaq olar: birinci qrupa A çoxluğuna daxil olmayan elementlər, ikinci qrupa A-ya daxil olan elementlər, üçüncü qrupa isə A-ya qismən daxil olan elementlər aid edilə bilər. Məsələn, “dünya azərbaycanlıları” çoxluğuna nəzər salaq. Bu çoxluq üçün universum çoxluq dünyada yaşayan bütün insanlar (təxminən 7,7 milyard) toplumdur. Halbuki, dünyada elə insanlar var ki, onların azərbaycanlılarla heç bir qohumluq münasibəti yoxdur. Məsələn, ingilis, fransız, rus millətləri bu qəbildəndir. Buna görə də biz qətiyyətlə deyə bilərik ki, bu millətlər “azərbaycanlı” çoxluğuna daxil deyil. İkinci çoxluğa digər millətlərlə heç bir qohumluq əlaqəsi olmayan azərbaycanlılar daxildir. Üçüncü qrupa nəsillərində bu və ya digər dərəcədə başqa millətlərin iştirak etdiyi azərbaycanlılar daxildir. Məsələn, atası, yaxud anası, babası və yaxud nənəsi, hətta ulu babası və ya nənəsi digər millətin nümayəndəsi olan azərbaycanlılar. Belə insanları biz üçüncü qrupa daxil etməliyik. Deməli, üçüncü qrupun hər bir elementinin azərbaycanlılar çoxluğuna daxilolma dərəcəsi vardır.

Beləliklə, hökm edə bilərik ki, azərbaycanlı çoxluğu qeyri-səlis, yəni fazzi çoxluqdur. Bu çoxluğun böyük bir hissəsinin elementlərinin “azərbaycanlılar” çoxluğuna mənsubiyyət dərəcəsi vahidə bərabərdir. Bu hissəyə qeyri-rəsmi çoxluğun nüvəsi deyilir. Çoxluğun digər hissəsinin elementlərinin “azərbaycanlılar” çoxluğuna mənsubiyyət dərəcəsi isə vahidlə sıfır arasında yerləşən hər hansı bir həqiqi ədədə bərabər olacaqdır. Bu elementlər çoxluğu sərhəd elementləri adlanır. Çoxluğun sərhəd elementlərinə mənsub olan azərbaycanlılar isə bu və ya başqa dərəcədə digər millətlərlə qohumluq əlaqəsi olan insanlardır. Bu misal əyani şəkildə göstərir ki, fazzi çoxluğu elə çoxluqdur ki, onun elementlərinin bir hissəsi bu çoxluğa tam şəkildə, digərləri isə yalnız müəyyən dərəcədə daxildir.

Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin elementləri sırasında “mənsubiyyət funksiyası” adlanan kəmiyyət də özünə yer almışdır [4, s.32]. Bu kəmiyyət çoxluğun elementlərinin ona daxil olma dərəcəsini göstərir. Qeyd etməliyik ki, Zadə nəzəriyyələrinin əsas gücü və mənası da məhz bu funksiya ilə təmin olunur. Bu funksiyanın irəli sürülməsi və praktiki fəaliyyətə tətbiqi dünya elmində ciddi sıçrayışa səbəb olmuşdur.

Mənsubiyyət funksiyası xətti və qeyri-xətti, kəsilən və kəsilməz ola bilər. Məsələnin sadələşdirilməsi nəminə çox vaxt bu funksiyanı xətti və kəsilməz qəbul edirlər. Fazzi ədədlər nəzəriyyəsində bu funksiyanın qarşısına yuxarıdan kəsilməzlik məhdudiyəti qoyulur.

Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin elmi aparatını zənginləşdirən anlayışlardan biri də “sinqlton” terminidir. Bu terminlə tanış olmaq üçün bir daha xatırladaq ki, Zadə məntiqi klassik, ənənəvi məntiq olmayıb, sinergetik mahiyyətli postqeyri-klassik məntiqdir. Sinqlton – çoxluğun bölünməz elementləri, mənsubiyyət funksiyası isə bu elementlərin bir çoxluq halında

birləşdirilməsi vasitəsidir. Sinqltonlar universumun ən kiçik və bölünməz elementləridir. Universum sinqltonlar məcmusudur. Hər bir sinqltonun çoxluqda iştirakı mənsubiyyət funksiyası ilə təmin edilir. Beləliklə, fazzi çoxluqlar əslində sinqltonların sinerjisindən, yəni birliyindən yaranan çoxluqdur. Bu çoxluqda hər bir element yalnız müəyyən dərəcədə iştirak edir.

Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin məntiqi əsasını onun yaradıcılığından qırmızı xətlə keçən və Aristotelin binar məntiqindən kəskin fərqlənən qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi – Fazzi məntiqi təşkil edir. Buna görə də qeyri-səlis məntiqi qeyri-səlis çoxluğun mühüm elementlərindən biri kimi təqdim edib, bəzi məqamları diqqətə çatdırmağı məqsəduyğun hesab edirik.

Məlum olduğu kimi, bəşəriyyətin nəzəri fikir tarixində məntiqi təsəvvürlərin inkişafına başlanğıc vermiş Aristotelin klassik, binar məntiqi öz məzmununa görə xətti, formal xarakter daşımış və məntiqi anlayışların kəmiyyət dərəcələrinə toxunmadan onların yalnız keyfiyyət halını qəbul etmişdir. Dünyanı bir rəngli görən Aristotel məntiqinin bu xüsusiyyəti öz qabarıq ifadəsini onun ali prinsiplərindən sayılan “qeyri-ziddiyyətlik” ideyasında tapmışdır. Məsələn, binar məntiqə görə, cism eyni zamanda həm böyük, həm də kiçik ola bilməz, o ya böyük, ya da kiçik olmalıdır. Bu, o deməkdir ki, binar məntiqə görə, biz cismi əksliklərin vəhdəti halında deyil, yalnız bir halda: ya böyük, ya da kiçik halda qəbul etməliyik. Bu misaldan aydın olur ki, cismin “böyük” və ya “kiçik” kimi keyfiyyət hallarının kəmiyyət xarakteristikası, başqa sözlə, şiddətləndirmə dərəcələri Aristotelin klassik məntiqində öz ifadəsini tapmır. Bununla da Aristotel məntiqində baxılan anlayışın dərəcə müxtəlifliyi üzərindən sükutla keçilərək onun spektr xarakteri nəzərə alınmır. Məsələn, Aristotel məntiqinə görə “qırmızı” ancaq qırmızı, “qara” isə ancaq qaradır. Göründüyü kimi, burada anlayışlara xətti yanaşıldığından, onların dərəcələrə görə təsnifatı aradan qaldırılır. Halbuki, Zadənin qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsində eyni bir anlayışın nəinki müxtəlif mənə çalarlarına, həm də müxtəlif kəmiyyət xarakteristikalarına fikir verildiyindən burada onların müxtəliflik dərəcələrinə görə qruplaşdırılmasına imkan yaranır.

Bu fikrin dalğalarında Zadə elmə yeni linqvistik və qeyri-səlis dəyişən anlayışları daxil edir [4, s.58-71]. Bu bilik sahəsində baxılan anlayışın qeyri-xəttilik rakursundan öyrənilməsi onun müxtəlif dərəcələrini aşkara çıxarmağa və onları riyazi olaraq (0,1) çoxluğunda təsvir etməyə imkan verir. Deməli, Aristotel məntiqi xətti, Zadə məntiqi isə qeyri-xətti dünyanı öyrənir. Lakin aralarındakı bir sıra kəskin fərqlərə baxmayaraq hər iki məntiq nəzəriyyəsi həqiqətdir. Belə ki, dünya vahiddir, ancaq o, eyni zamanda həm xətti, həm də qeyri-xəttidir. Xətti dünyanın qanunauyğunluqları klassik rasionallıqda, qeyri-xətti dünyanın qanunauyğunluqları isə qeyri-klassik rasionallıqda öyrənilir. Aristotel məntiqi mahiyyət etibarilə metafizik nəzəriyyəyə olub, cismin ziddiyyət

təşkil edən iki halından (cism qaradır, cism qara deyil”) yalnız birini (məs., “cism qaradır”) qəbul edərək ikinci halı (“cism qara deyil”) inkar edir. Deməli, Aristotel məntiqi dünyanı yalnız biqütblü qəbul edən və bununla da onu dialektik ziddiyyətlərdən kənarlaşdıran binar məntiqdir. Halbuki, dünya və onun tərkib hissələrindən (təbiət, cəmiyyət və düşünən ruh, təfəkkür) birini təşkil edən təfəkkür vahid olub, öz-özünü tənzimləyən mürəkkəb koqnitiv sistemdir. İnsan şüuru bu təfəkkürü müxtəlif metodlarla – sadə və mürəkkəb yanaşma üsulları ilə öyrənir. Fikrimizcə, Aristotel və Zadə məntiqlərinin də başlıca fərqi məhz bu metodun, təfəkkür proseslərinə yanaşma üsulunun seçilməsindədir. Aristotel məntiqi dünyanı sadə, Zadə məntiqi isə daha mürəkkəb metodla öyrənir. Məhz dünyaya yanaşma üsullarının fərqi Aristotel və Zadə məntiqi arasında yaranan belə bir fərqlə başlanğıc verir ki, binar məntiqdə anlayışın məna çalarları çoxluq təşkil etdiyi halda (bu məsələ artıq semantikada öyrənilir), qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsində anlayışların həm məna çalarları, həm də dərəcələri çoxluq təşkil edir.

Aristotel və Zadə məntiqlərinin fərqiindən danışarkən bir mühüm məsələyə də toxunmaq yerinə düşər. Bu məsələ insan düşüncələrində özlərinə yer alan imkan və ehtimal kateqoriyalarının nisbəti ilə bağlı düşünəcəldir. Belə ki, dünyanın qanunauyğunluqlarının açıqlanmasını qarşısına məqsəd qoyan insan gerçəkliyin proses və hadisələri haqqında düşüncələrinə yol açarkən həm imkanlar, həm də ehtimallar formasında fikirləşir. Binar məntiqə söykənən insan dünya haqqında yalnız ehtimallar formasında, qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsində isə eyni zamanda həm ehtimallar, həm də imkanlar formasında fikirləşir.

Beləliklə, Aristotel məntiqi elm tarixində yaradılmış ilk məntiq modeli olaraq insan təfəkkürünü heç də kifayət qədər dəqiq təsvir edə bilmir. Qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi isə digər məntiq modellərindən (Lukaşeviç məntiqi, Post məntiqi) insan təfəkkürünü, onun düşüncə prosesini daha adekvat əks etdirməsi ilə fərqlənir. Bununla əlaqədar bəzi müəlliflər qeyri-səlis məntiqin Aristotel məntiqinin tamamilə inkarı qənaətindədirlər. Fikrimizcə, bu fikir kökündən yanlışdır. Əslində Zadə məntiqi Aristotel məntiqini imkar etmir, hüdudlarında insanın təfəkkür prosesi ilə yeni dialoqa başladığı bu məntiq “uyğunluq prinsipinə” söykənməklə, sadəcə onu özünün xüsusi halına çevirir. Bu halda Zadə məntiqinə Aristotel məntiqinin ümumiləşdirilmiş halı kimi baxmaq olar. Bu kontekstdə hər iki məntiq həqiqətdir, fərqlə isə yalnız ondadır ki, Aristotel məntiqi düşüncə prosesləri üçün nisbətən kobud və sadə model olduğu halda, Zadə məntiqi daha zəngin, dəqiq və inandırıcı modeldir. Bu modeldə fikrin xaotikliyi ilə nizamlılığı arasındakı kəskin fərqlə aradan qaldırılaraq xaotik düşüncələrin nizamlı fikrə daha çox yaxınlaşması təmin edilir.



Qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi riyaziyyatın da inkişafından yan keçməmişdir. Belə ki, 60-cı illərdən başlayaraq təbiət və cəmiyyətin mürəkkəb sistemlərinin, o cümlədən özünü təşkil edən qeyri-xətti, açıq, dissipativ sistemlərin inkişaf qanunauyğunluqlarının intensiv və ekstensiv tədqiq edilib öyrənilməsi ilə əlaqədar Lütfi Zadə sübut etmişdir ki, bu sistemlərin qanunauyğunluqlarının dərki üçün nə Aristotelin binar məntiqi, nə də təfəkkür tərzii bütövlükdə bu sistemə söykənən klassik riyaziyyat yetərli deyil. Bu məqsədlə özünün qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi ilə sinergetika arasında əlaqə yaratmağa çalışan Zadə belə bir ideyaya başlanğıc vermişdir ki, özünü təşkil edən qeyri-xətti sistemləri öyrənmək üçün yeni məntiq, yeni riyaziyyat formalaşdırılmalıdır. Müasir elmi idrakın inkişaf dinamikası göstərir ki, bu məntiq qeyri-səlis məntiq, bu riyaziyyat isə qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi olmalıdır. Lakin elmi idrakın bu həddə çatması o demək deyil ki, binar məntiq və xətti riyaziyyat, o cümlədən Kantorun məşhur çoxluqlar nəzəriyyəsi bəşər mədəniyyətindən uzaqlaşdırılmalı, artıq elmi idrakda özünə yer almayan arxaik biliklər sırasına keçirilməlidir. Məsələnin mahiyyəti ondadır ki, insanı əhatə edən təbii və sosial problemlər həm xətti, həm də qeyri-xətti, həm səlis, həm də qeyri-səlis ola bilər. Xəttilik və səlislik uzun illərdir ki, klassik məntiqin və klassik riyaziyyatın atributları olaraq intensiv və ekstensiv öyrənilməkdədir. Bu nəzəri sistemlərdə yalnız sadə və bir o qədər də mürəkkəb olmayan özünü tənzimləyən sistemlərin qanunauyğunluqları tədqiq edilməkdədir. Bəşəriyyət XX yüzilliyin 70-ci illərindən başlayaraq özünü təşkil edən mürəkkəb, açıq, qeyri-xətti, dissipativ (maddə, enerji və informasiyanı səpən) sistemlərin öyrənilməsinə keçmiş və dünyanın yeni qanunauyğunluqlarının öyrənilməsi sahəsində heyrətamiz nailiyyətlər qazanmışdır. Mürəkkəb, özünü təşkil edən sistemlərin özəl məntiqi və spesifik riyaziyyatı vardır və həm də bu nəzəri sistemlər qeyri-xəttidir. Sadə və nisbətən mürəkkəb sistemləri səlis məntiq prinsipləri əsasında izah etmək mümkün olduğu halda, özünü təşkil edən mürəkkəb sistemlər üçün belə bir təsvir mümkünsüzdür. Özünü təşkil edən mürəkkəb sistemlər üçün belə təsvir yalnız qeyri-səlis məntiq və qeyri-səlis riyaziyyat üzərində qurula bilər. Zadənin qeyri-səlis məntiqi xətti dünyadan qeyri-xətti dünyaya çıxır açmaqla təfəkkürün məntiqi imkanlarını xeyli genişləndirmiş, insanın təfəkkürlə yeni dialoqa girməsindən ötrü geniş imkanlar yaratmışdır.

Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi riyaziyyatın inkişafına yeni impuls vermiş fundamental bir nəzəriyyədir. Təsadüfi deyil ki, artıq riyaziyyatın əksər sahələrində Zadə məntiqinin xeyli rəşional görünən ideyaları geniş tətbiq edilməkdədir. Qeyd etmək yerinə düşər ki, məşhur rus riyaziyyatçısı, akademik V.İ. Arnold hələ iyirmənci yüzilliyin sonlarında sosial proseslərin təsviri üçün “yumşaq” modellərdən istifadə etməyi tövsiyə etmişdir. Halbuki, yumşaq modellərin yaradılmasının ən mükəmməl və rəşional üsulunun

Zadənin təklif etdiyi qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin köməyi ilə mümkün olması fikrini dünyanın elmi ictimaiyyəti bu təklifdən xeyli əvvəl qəbul etmişdi.

Bir sıra mütəxəssislər belə güman edirlər ki, Zadənin elmə gətirdiyi ən böyük yenilik sıfırla vahid arasında yerləşən və müxtəlif çoxluqlarda elementlərin mənsubiyyət dərəcəsini ifadə edən ədədlərdir. Fikrimizcə, bir sıra hallarda elmi ədəbiyyatda özünə yer alan bu fikir Zadə nəzəriyyəsinə bəsit, primitiv münasibətin nəticəsi olub, həqiqətdən tamamilə uzaqdır. Daha doğrusu, belə baxışlar Zadə ideyalarının mahiyyətini açıqlaya bilməyən yanlış mülahizələrdən başqa bir şey deyildir. Sıfırla vahid arasında yerləşən ədədlər çoxluğu, faiz anlayışı və elementlərin mənsubiyyət dərəcəsi anlamı alimlərə çoxdan məlum olan həqiqətlərdir. Bu halda yeni bir sualla qarşılaşırıq: bəs Zadənin möhtəşəm kəşfi, əvvəllər insan zəkasını narahat etməyən elmi yenilik nədən ibarətdir? Əlbəttə, unutmaq olmaz ki, Zadə özünün uzunmüddətli intensiv elmi fəaliyyətində nəzəri təfəkkürün çox mühüm elmi yeniliklərinə başlanğıc vermişdir. Zadəni məşhurlaşdıran və sonralar digər alimlər tərəfindən yaradıcılıqla inkişaf etdirilən əsas ideya ondan ibarətdir ki, çoxluqdakı elementlərin mənsubiyyət dərəcələrinin özləri qeyri-səlis çoxluqdur. Belə çoxluqlar elmdə “ikinci növ fazzi çoxluqlar” adlanır. Zadə məntiqinin əsas gücü ondadır ki, burada təkliflərin doğruluq qiymətləri (0,1) intervalında nöqtə ilə yox, müəyyən intervallarla verilə bilər. Belə ki, intervalların hər bir nöqtəsinə mənsubiyyət funksiyası vasitəsilə konkret bir dərəcə verilir ki, bu sonuncular da dildə “bir az doğru”, “yalana oxşar doğru”, “bir az yalan”, “lap doğru”, “azacıq həqiqət”, “demək olar ki, doğru” və s. ifadələri ilə modelləşdirilir. Qeyd edək ki, 1967-ci ildə amerikalı alim P.E.Mur yeni bir interval analizi yaratmışdır. Lakin bu riyazi sistemdə intervaldaxili nöqtələr bir-birindən fərqlənmədiyindən onların hamısında mənsubiyyət funksiyası eyni qiymət alırdı. Bu baxımdan əslində Murun yaratdığı riyazi sistemə Zadə riyaziyyatının xüsusi halı kimi baxmaq olar. Ümumi halda isə, Aristotel, Lukaşeviç, Postun məntiq nəzəriyyələri Zadə məntiqinin tərkib hissələridir.

Bəzi mütəxəssislərin fikrincə, insanların əksəriyyəti Aristotel məntiqi ilə fikirləşir. Elə düşünür ki, bu fikir həqiqətə adekvat deyil. Belə ki, biz heç olmasa bircə adam da tapa bilmərik ki, o yalnız Aristotel məntiqi ilə düşünsün. Belə bir keyfiyyət yalnız kibernetik maşınlara, robotlara şamil edilə bilər. Halbuki, hazırda dünyanın bir sıra qabaqcıl ölkələrində Zadə məntiqi ilə düşünən robotlar hazırlanmaqdadır. Əgər insanlar yalnız Aristotel məntiqi ilə düşünsəydilər, o halda bütün yaxşılar onlar üçün eyni, onların doğruluq qiymətləri isə vahidə bərabər olardı. Sözsüz ki, bu halda onlar vahidləri fərqləndirib, müqayisə etdiyi əşyaları nizamlaya bilməzdi. Beləliklə, Zadə nəzəriyyəsinin tətbiqi subyektin düşüncə tərzində baş verən əməliyyatları riyazi dilə çevirməyə imkan verir. Bu isə öz növbəsində insan fikirlərini

obyektivləşdirməyə, kompüterlərdə qurulmuş modelləri praktikada tətbiq etməyə, insan fikirlərini, səbəb-nəticə əlaqələrini açıqlamağa zəmin yaradır.

Məlum olduğu kimi, insan hər hansı bir fikri söylərkən onun həm doğruluq, həm də inamlılıq dərəcəsini intuitivcəsinə müəyyənləşdirməyə çalışır. Fikrin inamlılıq dərəcəsi onun doğru olmasının ehtimalıdır. Əslində (0,1) parçasında ehtimalın özü də qeyri-səlis ədəddir. Beləliklə, insanın hər bir fikrinin iki istiqamətdə qeyri-müəyyənlik ölçüsü vardır. Bunlardan biri fikrin doğruluq dərəcəsi, digəri isə əminlik dərəcəsidir. Bu dərəcələrin hər iksini qeyri-səlis ədədlərlə (fazzi ədədlər) təsvir etmək mümkündür.

Lütfi Zadənin qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinin dərin fəlsəfi mənası vardır. Bu nəzəriyyənin fəlsəfi mənasını açıqlamaq üçün, ilk növbədə, elmə məlum hərəkət formalarının riyaziyyatla əlaqəsini izləmək lazımdır.

Məşhur alman filosofu F.Engels hərəkətin 5 əsas formasının təsnifatını vermiş və onları mürəkkəblik dərəcəsinə görə aşağıdakı ardıcılıqla yerləşdirmişdir: *mexaniki, fiziki, kimyəvi, bioloji və sosial* hərəkətlər. Mexaniki hərəkət hərəkətin ən sadə, sosial hərəkət isə onun ən mürəkkəb formasıdır. İnsanın istifadəsində olan klassik riyaziyyat yalnız aşağı səviyyəli hərəkət formaları üçün (mexaniki, fiziki, kimyəvi) effektiv olub, daha mürəkkəb səciyyəli yuxarı hərəkət formaları, o cümlədən, bioloji, psixi, təfəkkür üçün öz gücünü itirir. Zadənin qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsinin sistemli təhlili göstərir ki, hərəkətin yüksək formalarının öyrənilməsində bu nəzəriyyə daha yüksək rasionallıq nümayiş etdirdiyindən daha adekvat nəticələr verə bilər.

Lütfi Zadənin qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi haqqında araşdırmalarımızı yekunlaşdırarkən daha bir məsələyə – insanın düşüncə modelinə də toxunmağı məqsəduyğun hesab edirik. Məsələnin mahiyyəti bundan ibarətdir ki, Aristotel məntiqi ilə Zadə məntiqi arasında paralellər aparan bir sıra tədqiqatçılar binar məntiqin zəif, ziyanlı, qeyri-səlis məntiqin isə güclü, rasionol olması iddiasındadırlar. Bu nəzəriyyələrin müqayisəsi göstərir ki, bu qəbildən olan iddialar kökündən səhvdir. Bəs, əsl həqiqət nədən ibarətdir? İnsan hansı məntiqlə düşünür: binar məntiqlə, yoxsa qeyri-səlis məntiqlə?

Fikrimizcə, əsl həqiqət belədir: insan ilk yaranışından ona genetik əsaslar üzrə verilmiş və zaman-zaman təkmilləşərək qədim insanların hissi-obrazlı təfəkküründən müasir insanın elmi-obrazlı təfəkkürünə yüksəlmiş təfəkkür sisteminə malikdir. Yaradıcı insan varlığında düşünən, fəaliyyət göstərən, qərarlar verən, nəzərdə tutulan məqsədə çatmaq üçün durmadan mübarizə aparan bu fenomen məhz təfəkkür sistemidir. İnsanın bütün yaradıcılıq fəaliyyəti, qazandığı bütün uğurlar, həll etdiyi problemlər silsiləsi məhz bu sistem üzərində qurulur. Təfəkkür düşünən ruhdur, mənəvi prosesdir, gerçəkliyin insan beynində az-çox adekvat inikasıdır. Məntiq isə təfəkkürü öyrənən, onun qanunauyğunluqlarını açıqlayan, ona yanaşma üsulunu seçən

fundamental elmdir. İnsanlar tarixi inkişafın müxtəlif dövrlərində təfəkkürə müxtəlif üsullarla yanaşmış və bu üsulun rasionallıq dərəcəsiindən asılı olaraq təfəkkürün obyektiv qanunauyğunluqlarını müxtəlif səviyyədə öyrənmişlər. Bu sahədə ilk addımı atmaq və təfəkkür haqqında elmin ilk konturlarını müəyyənləşdirmək şərəfi qədim yunan alimi Aristotelə nəşib olmuşdur. Tarix boyu alimlər bu nəzəriyyəni öyrənərək onu təkmilləşdirməyə çalışmışlar. Nəhayət, Lütfi Zadə təfəkkürün öyrənilməsinə yeni prizmadan yanaşaraq Aristotel məntiqinin tarixi dəyərini azaltmadan onun haqqında daha mükəmməl nəzəriyyə yaratmışdır [6, s.28]. Deməli, Aristotelin binar məntiqi ilə Zadənin qeyri-səlis məntiqi arasında onların intellektual məziyyətlərini qoruyub saxlayan varislik əlaqəsi mövcuddur. Onların hər iksinin ali məqsədi insan məntiqinin təxmini modelini yaradaraq onun işləmə prinsipini izah etməkdir. Danılmaz həqiqətdir ki, hazırda mövcud olan təfəkkür modellərindən ən rasionali təfəkkürün qanunauyğunluqlarını daha mükəmməl, daha adekvat əks etdirəni Lütfi Zadənin qeyri-səlis məntiq modelidir. Bununla belə, bəşəriyyətin intellektual inkişafında Aristotel məntiqinin rolunu nə azaltmaq, nə də inkar etmək olar. Elmin tarixi inkişafına Aristotel məntiqinin təsiri çox böyük və əhəmiyyətli olmuşdur. Unutmaq olmaz ki, elmi ədəbiyyatın əksəriyyəti hələ də Aristotel məntiqi üzərində qurulur. Bu, o deməkdir ki, hər iki məntiq bəşəriyyətin intellektual həyatına sədaqətlə xidmət etməkdədir: elə məsələlər var ki, onların həllində Aristotel məntiqi, elə məsələlər də var ki, onların həllində fəzzi məntiq daha keyfiyyətli nəticələr verir.

Zadənin müasir elmin mühüm paradigmalarına çevrilmiş qeyri-səlis məntiq və qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi yalnız nəzəri deyil, həm də mühüm praktiki əhəmiyyət kəsb edir.

İstər məntiq, istərsə də riyaziyyat elminin inkişafına yol açaraq onların yeni formasını ortaya qoyan bu nəzəriyyələrin praktiki tətbiqləri artıq göz önündədir. Hər iki nəzəriyyə XXI əsrin ruhuna tam uyğun gələn yeni texnologiyaların yaradılmasında önəmli rol oynayır. Bu baxımdan həmin nəzəriyyələrin əsasında yaranmış səsli idarə olunan helikopterlər, pultla idarə olunan maşınlar, super kompüterlər və s. yeniliklər müasir cəmiyyətin ictimai həyatında mühüm rol oynayır.

Beləliklə, qeyri-səlis çoxluq nəzəriyyəsi üzrə araşdırmalarımızı yekunlaşdıraraq deyə bilərik ki, Zadə nəzəriyyələrinin əsas fəlsəfi mahiyyəti onların insan təfəkkürünü daha dürüst əks etdirməsindən, reallığa daha çox adekvat olmasından ibarətdir. Tarixin obyektiv gedişinə uyğun olaraq Lütfi Zadə öz bacarığı, fəhmi, dərrakəsi ilə insan təfəkkürünün işləmə prinsiplərinin və bu sistemdə fəaliyyət göstərən obyektiv qanunauyğunluqların mahiyyətini daha yaxşı dərk edərək onların riyazi modellərini müvafiq simvollarla daha adekvat əks etdirə bilmişdir.

### ƏDƏBİYYAT

1. *A.E.Алтунин, М.В.Семухин.* Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. Изд. Тюменского государственного университета, 2002
2. *L.A.Zadeh.* Fuzzy sets. Information and control. 1965, v.8 №3, pp.338-353
3. *П.Вопенка.* Математика в алтернативной теории множеств. М.: Мир, 1983
4. *Л.Заде.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976, 167 с.
5. *V.Kosko.* Fuzzu thinking. The New science of fuzzy logic. New York, 1993
6. *L.A.Zadeh.* Outline of a New approach to the Analysis of Complex Sistem and Decision Processes – JEEE Trans, syst. Man. Cubern, vol SMC-3, 1973, Jan. pp.28-44