Pedaqoji Universitetin Xəbərləri. Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası – 2021, C. 69, №1, s. 30-47
Transactions of Pedagogical University. Series of mathematics and natural sciences – 2021, V. 69, №1, pp. 30-47

UOT 514

B.B.Əzizov[1], Z.A.Pənahova[2]
Azərbaycan Universiteti[1]
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti[2]
bah-aziz@rambler.ru
zumrudpanahova@gmail.com

AGEOGEBRA PROQRAM MÜHİTİNDƏ RİYAZİYYATDA HƏNDƏSİ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİNDƏ CƏBRİ AFFİN ÇEVİRMƏLƏRİN NƏZƏRİ TƏDQİQİ VƏ TƏTBİQ İMKANLARININ TƏHLİLİ

Açar sözlər: *riyaziyyat, həndəsə, interaktiv həndəsi təsvir, GeoGebra, inikas, inversiya, dönmə, paralel köçürmə, homotetiya, hərəkət*

Məqalədə GeoGebra proqramının xüsusiyyətlərindən istifadə edərək müstəvi üzərində fiqurların müxtəlif çevirmələrinin təsvirinin qurulmasına baxılmışdır. Geniş istifadə miqyası olan bu proqram kompüter proqramları arasında göstərilən istiqamətdə çox populyardır. GeoGebra proqramı vasitəsilə riyaziyyatda həndəsə məsələlərinin həllinin təsvirini göstərmək olur. Proqramın potensialından istifadə edərək riyaziyyatın affin çevirmələrinin öyrənilməsi, həndəsi təsvirlərin qurulması göstərilmişdir.

Б.Б.Азизов, З.А.Панахова

АНАЛИЗ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ АФФИННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИКИ В СРЕДЕ ПРОГРАММЫ GEOGEBRA

Ключевые слова: *математика, геометрия, интерактивные геометрические построкеия, GeoGebra, отражение, инверсия, вращение, перенос, гомотетия, сдвиги*

В статье рассматривается построение описаний различных преобразований фигур на плоскости с использованием возможностей программы GeoGebra. Эта программа, является наиболее широко используемой и очень популярна среди компьютерных программ. Программа GeoGebra может использоваться для описания решения геометрических задач математики. Используя возможности программы, показано изучение аффинных преобразований в математике, построение геометрических фигур.

B.B.Azizov, Z.A.Panahova

GEOGEBRA PROGRAM IN THE ENVIRONMENT MATHEMATICS IN SOLUTION OF GEOMETRIC PROBLEMS THEORY OF ALGERIA AFFIN TRANSFORMATION ANALYSIS OF RESEARCH AND APPLICATION OPPORTUNITIES

Keywords: *mathematics, geometry, interactive geometric drawings, GeoGebra, reflction, inversion, rotation, translation, homothety, shifts*

The article considers the construction of descriptions of various transformations of figures on a plane using the features of the program GeoGebra. This program, which is widely used, is very popular among computer programs. The GeoGebra program can be used to describe the solution of geometric problems in mathematics. Using the potential of the program, the study of affine transformations in mathematics, the construction of geometric figures is shown.

Son on ildə həndəsi fiqurların təsvirinin vizuallaşdırılmasında interaktiv həndəsi mühitin istifadəsinin çox inkişaf etdiyini görürük. İnteraktiv həndəsi mühit (IHM) dedikdə, təhsil məqsədləri üçün xüsusi hazırlanmış və həndəsi obyektlərdən ibarət kompüterdə həndəsi qurmaların yerinə yetirilməsinə və bu obyektlər arasında münasibətlərin qurulmasına imkan verən proqram təminatı başa düşülür. İnteraktiv həndəsi metodlar həndəsi fiqurları müəyyən əlaqələr daxilində dəyişdirmək imkanı verir. Kompüter vizualizasiyasından istifadə edərək "vizual abstraksiya" yaratmaq, yəni yalnız bu və ya digər real obyektlərin deyil, həm də elmi qanunların, nəzəriyyələrin, anlayışların dinamikasının vacib xüsusiyyətlərini göstərmək olur. İKT-nin istifadəsi əyani məlumatlarla çevik şəkildə işləməyə imkan verir. Effektiv vizuallaşdırma vasitəsi olan kompüter təhsil prosesinin bütün mərhələlərində, hər hansı fənn və kurs çərçivəsində həyata keçirilə bilər. Müxtəlif kompüter vizual vasitələrinin tətbiqi həndəsənin planimetriya və stereometriya kimi hissələrinin komponentlərinin tədrisində xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Belə tələbatı təmin etmək üçün müxtəlif proqram paketlərindən istifadə edilməlidir. Mümkün proqramlardan bəziləri "Canlı Riyaziyyat", "Riyazi Dizayner", "Stereometriya Toolbar", "GEOGEBRA" və s. göstərmək olar. Hal-hazırda riyazi məsələlər üçün onlarla proqram mövcuddur. Hamısı yalnız təfərrüatları ilə fərqlənir. GeoGebra proqramı bu gün xüsusilə populyardır. GeoGebra həndəsə, cəbr, fizika və digər əlaqəli fənlərin tədrisində istifadə üçün dinamik ("canlı") təsvirlər yaradan bir proqram təminatıdır [1.2.3]. Bu proqram təminatının əsas ideyası həndəsi, cəbri və ədədi ifadələrin interaktiv birləşməsidir. GeoGebra, həndəsədə teoremlərin isbatını nümayiş etdirmək, təqdimat rejiminin köməyi ilə həll olunan tapşırıqları görmək üçün istifadə edilə bilər. Paketin alətləri üç ölçülü koordinat sistemenində, üç ölçülü fiqurların iki ölçülü şəkillərinin göstərilməsinə və hər cür həndəsi çevrilmələrin aparılmasına imkan verir; kəsiklərin qurulması, təyini və s. Riyazi məsələləri həll etmək üçün kompüter və proqram mühiti həndəsi məsələlərin həllində faydalı bir vasitədir. Onun köməyi ilə eksperimental olaraq yeni maraqlı həndəsi faktları kəşf etmək olar. İnsan üçün isə ən vacib rol oynayan bu faktları isbat etməkdir.

Bölmə 1. Müstəvinin Afin çevirmələri. Bu bölmədə ücölcülü kopüter qrafikasına əsaslanan əsas nəzəri riyazi alətlər haqqinda qisa məllumat veriləcək.

Həndəsi cevirmələr nəzəriyyəsi həndəsənin formalaşmasında mühüm rol oynayır. Həndəsədə əsas anlayışlara teorem və təkliflərə nəzər salsaq görərik ki, həndəsi fiqurların elə xassələri var ki, həndəsi çevirmələr nəticəsində dəyişməz qalır. Daha doğrusu bu çevirmələr qrupuna nəzərən invariant qalır. Bu qruplar oxşar çevirmələr qrupu və ya hərəkət çevirmələri qrupu adlanır. Həndəsi cevirmələr nəzəriyyəsi, həndəsənin müxtəlif sahələri arasındakı fərqi və uyğunluğu tapmağa yaxından kömək edir.

Tərif 1.1. Fərz edək ki, G hər hansı boş olmayan çoxluq və bu çoxluğun hər hansı iki elementi üçün üçüncü element təyin olunub.

$G \neq 0\,,\ \forall a \in G,\ \ \forall b \in G,\ a \circ b \in G$

$\prec G, \circ \succ$ cütlüyünə baxaq bu cütlük o vaxt qrup adlanar ki, aşağıdakı üç şərt (aksiomlar) ödənilsin. [7,8,9]

1) G çoxluğunun müxtəlif $a, b, c \in G$ elementləri üçün

$$a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$$

şərti ödənilsin

2) G çoxluğunundа elə e (neytral element) var ki, G çoxluğunun ixtiyari a elementi üçün $a \circ e = a$.

3) G çoxluğunun ixtiyari a elementi üçün elə a' (simmetrik element) elementi var ki,

$$a \circ a' = e\ .$$

Cəbr kursunda göstərilir ki, hər bir a elementi üçün neytral və simmetrik element yeganədir, $a \circ e = e \circ a$ və $a \circ a' = a' \circ a$. Çox vaxt simmetrik elementi a^{-1} kimi işarə edirlər.

Tərif 1.2. Boş olmayan X çoxluğunun özü-özünə biyektiv (qarşılıqlı birqiymətli) inikasına çevirmə deyilir.

Əgər X - nöqtələr çoxluğu olarsa, bu çevirmələr həndəsi çevirmələr adlanır.

Tərif 1.3. Fərz edək ki , π müstəvisinin özü-özünə inikası $f\colon \pi \to \pi$ bir neçə affin koordinat sisteminə nəzərən xətti cırlaşmayan sistem şəklində verilmişdi

$$\begin{cases} x' = c_{11}x + c_{12}y + x_0, \\ y' = c_{21}x + c_{22}y + y_0, \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

Bu ifadələri matris formada da yaza bilərik,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}.$$

Belə inikasa müstəvinin özü-özünə xətti inikası deyilir. Bu o deməkdir ki, elə affin koordinat sistemi var ki, bu sistemə nəzərən hər hansı $M(x, y)$ nöqtəsinə qarşı qoyulan $M'(x'y')$ nöqtəsinin koordinatları verilmiş düsturlar vasitəsilə tapılır. Belə xətti inikaslar, daha doğrusu müstəvinin qarşılıqlı birqiymətli inikasları (biyeksiyalar) müstəvinin çevirmələri adlanır.

Boş olmayan nöqtələr çoxluğunu $S, S \neq 0$ ilə işarə edək. S çoxluğundakı bütün çevirmələr çoxluğunu isə G_S ilə işarə edək. G_S çoxluğunda *kompozisiya (superpozisiya, vurma)* əməli təyin edək. Bu əməli "∘" kimi işarə edək. Fərz edək ki, $f \in G_s$, $g \in G_s$ və S çoxluğundan götürülmüş hər bir x, $(\forall x \in S)$ elementi üçün $f \circ g$ çevirməsi qarşı qoymaq olar $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

Kompozisiyanın tərifinə əsasən $f \circ g$ çevirməsi S çoxluğunun özü özünə qarşılıqlı birqiymətli inikasıdır: $(f \circ g) \in G_S$. Tərifə əsasən çevirmə nəticəsində x elementini $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ elementinə çevmək üçün əvvəlcə g sonra isə f çevirməsi tətbiq olunur. Bu çevirmə $f \circ g$ şəklində göstərilir, f və g çevirmələrinin kompozisiyası adlanır. "∘" təyin olunmuş "∘" kompozisiya əməli binar əməldir. [9,10]

Teorem 1.1. $(G_s,\circ)$ cütlüyü "∘" kompozisiya əməlinə nəzərən qrup təşkil edir. π müstəvisinin özü-özünə xəti inikasları müstəvinin affin çevirmələri adlanır.

Müstəvinin bütün affin çevirmələrini A_π ilə işarə edək. Müstəvinin Afin çevirmələr üçün aşağıdakı təkliflər doğrudur.

1. Affin çevirmənin tərsi də Affin çevirmədir.
2. İstənilən affin sistemə nəzərən affin çevirmələr xətti cırlaşmayan sistem vasitəsilə verilir
3. Affin çevirmələrin kompozisiyası da affin cevirmədir.

GeoGebra-nın interaktiv metodlarından istifadə edərək həndəsi məsələlərin həllində şagirdlərə tapşırıqları yerinə yetirərkən düzgün və dəqiq şəkil çəkməyin vacibliyinə diqqət yetirməyə imkan verir, tələbələrin qrafik mədəniyyətinin formalaşmasına kömək edir və nəticədə həndəsədəki problemlərin düzgün həllinin effektivliyini artırır. Aşağıda təqdim edilən məsələlərə baxaq:

Misal 1. Ümumi dekart koordinat sisteminə nəzərən affin çevirmənin koordinatlarla ifadəsi verilir.

$$x' = 2x - y + 2$$
$$y' = x + 3y - 1$$

$A(-1{,}2)$; $\vec{a}(-3{,}2)$ $B'(2{,}4)$; $\vec{b}'(-1{,}3)$ nöqtələrinin və vektorlarının çevirmə nəticəsindəki obrazlarını və proobrazlarını tapın.
A'-in koordinatlarını tapaq

$$x' = 2x - y + 2 = 2 \cdot (-1) - 2 + 2 = -2$$
$$y' = x + 3y - 1 = -1 + 3 \cdot 2 - 1 = 4$$

$A \xrightarrow{f} A'$, A-nın obrazı $A'(-2{,}4)$ olar.

İndi isə $\vec{a}'$-nın koordinatlarını tapaq.

$$a_1' = 2x - y + 2 = 2 \cdot (-3) - 2 + 2 = -6$$
$$a_2' = x + 3y - 1 = -3 + 3 \cdot 2 - 1 = 2$$

$\vec{a} \xrightarrow{f} \overrightarrow{a'}$, $\vec{a}$-nın obrazı $\overrightarrow{a'}$(-6,2) olar.

Afin çevirmə nəticəsində obrazı $B'(2{,}4)$; olan nöqtənin proobrazını tapaq

$$\begin{cases} 2x - y + 2 = 2 \\ x + 3y - 1 = 4 \end{cases}$$

Sistem tənliyi həll etsək $x = 5/7,\ y = 10/7$ alınar. Deməк B' in proobrazı $B(5/7{,}10/7)$ olar.

İndi isə $\vec{b}'(-1{,}3)$ -in koordinatlarını tapaq.

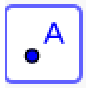
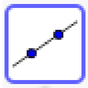
$$\begin{cases} 2x - y + 2 = -1 \\ x + 3y - 1 = 3 \end{cases}$$

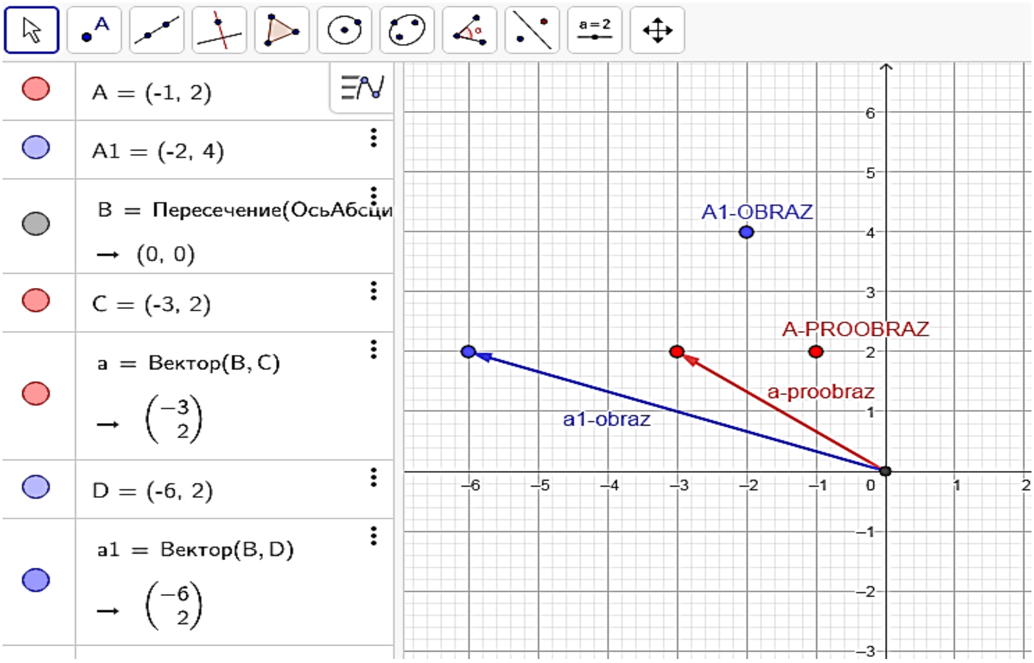
Sistem tənliyi həll etsək $x = 5/7,\ y = 10/7$ alınar. Demək $\vec{b}'(-1{,}3)$-in proobrazı $\vec{b}(-5/7{,}11/7)$ olar.

GeoGebra proqramı köməyilə məsələnin qrafikinin qurulması instruksiyası cədvəl 1-də verilmişdir.

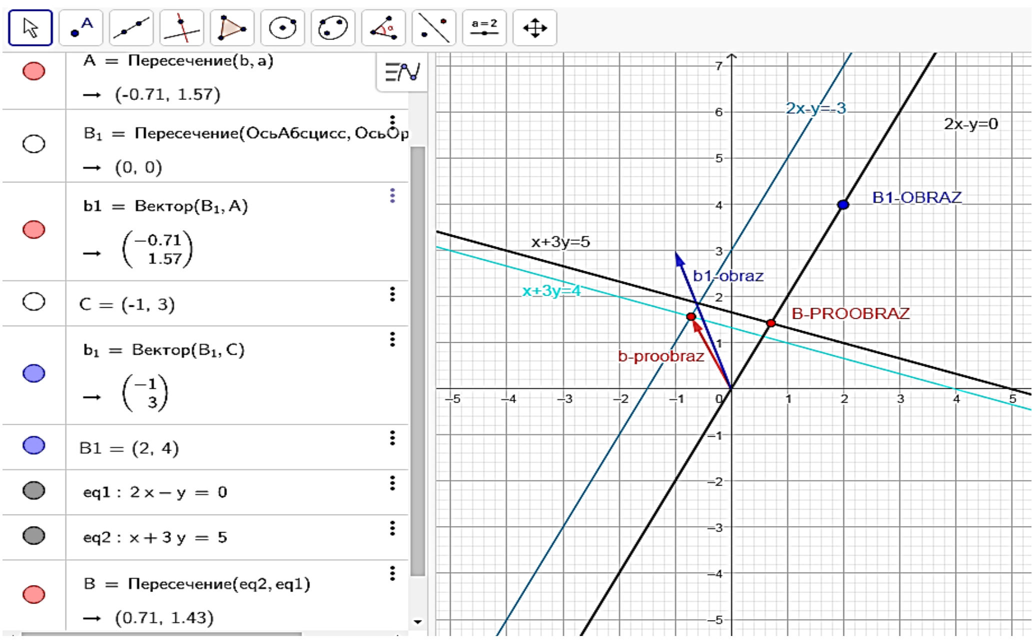
Cədvəl 1

***Misal 1* üçün qrafikinin qurulması instruksiyası**

Addımlar №	**Alətlər**	**Quruluş üçün şərhlər**
1		A(-1;2) və B1(2;4) həmçinin A1(-2;4) və B(5/7;10/7) nöqtələrini koordinat sistemində qurun.
2	 Düz xətt  Vektor	**1)** Menyuda Düz xətt işarəsini aktivləşdirərək – Vektor alətini seçərək $\vec{a}(-3{,}2)$ və obrazını $\overrightarrow{a'}$(-6,2) vektorunu qurun. **2)** Eyni qayda ilə $\vec{b}'(-1{,}3)$ və proobrazını $\vec{b}(-5/7{,}11/7)$ vektorunu qurun. Şəkil 1. a), b).



a)



b)

Şəkil 1. Misal 1 üçün rəsm a), b)

Misal 2. Ümumi dekart koordinat sisteminə nəzərən affin çevirmənin ümumi formulası $\begin{cases} x' = x - 3y + 2 \\ y' = 2x + y - 3 \end{cases}$ verilir. 7x+7y+2=0 düz xəttinin obrazının tənliyini tapın.

$$x = \frac{1}{7}x' + \frac{3}{7}y' + 1\ ,\ \ y = -\frac{2}{7}x' + \frac{1}{7}y' + 1$$

$$7x+7y+2=0$$

$$7\left(\frac{1}{7}x' + \frac{3}{7}y' + 1\right) + 7\left(-\frac{1}{7}x' + \frac{3}{7}y' + 1\right) + 2 = 0$$

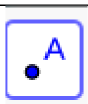
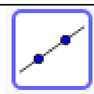
Sadələşdirsək verilmiş düz xəttin obrazının tənliyini almış olarıq.

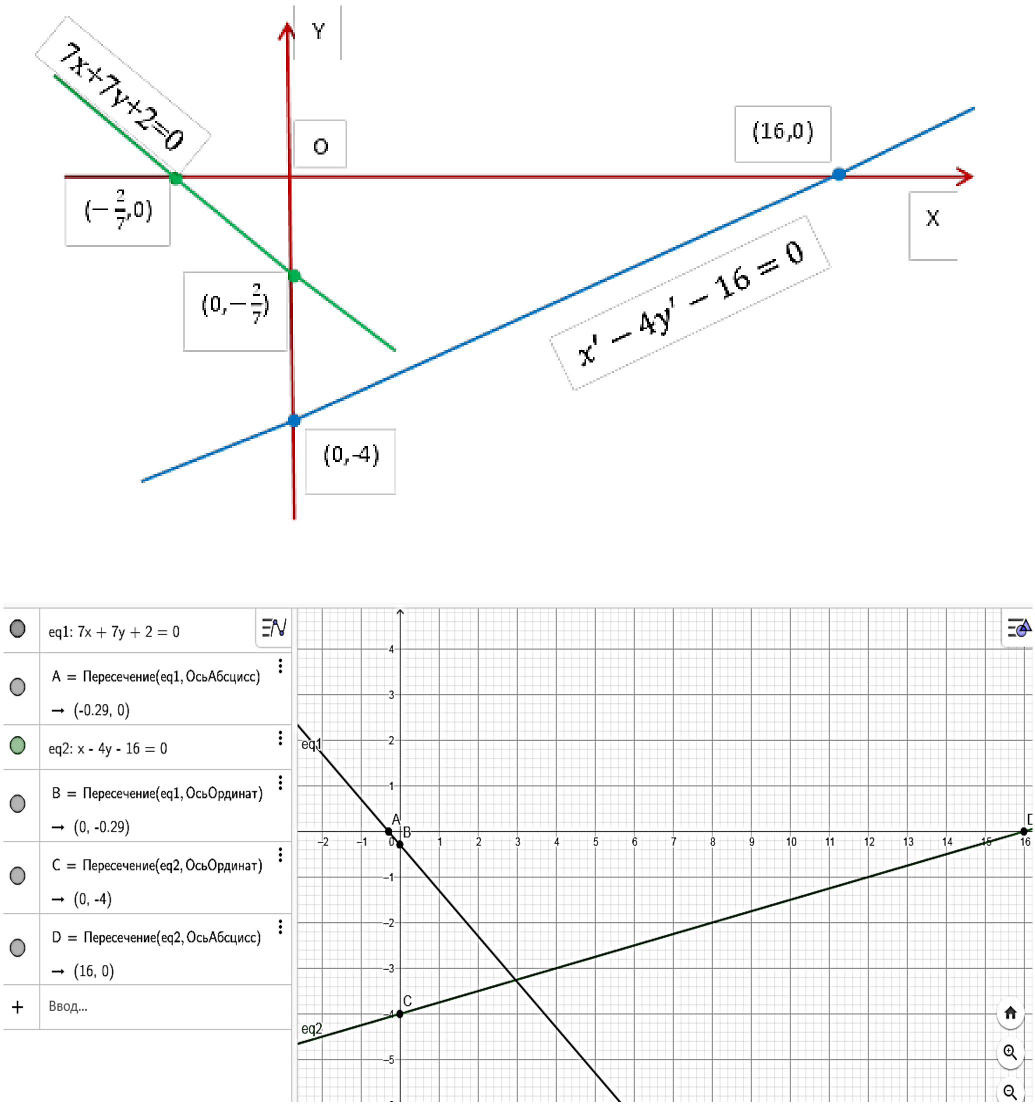
$$x' - 4y' - 16 = 0$$

GeoGebra proqramı köməyilə məsələnin qrafikinin qurulması instruksiyası cədvəl 2-də verilmişdir.

Cədvəl 2

Misal 2 **üçün qrafikinin qurulması instruksiyası**

Addımlar №	**Alətlər**	**Quruluş üçün şərhlər**
1		A(-2/7;0) və B(0;-2/7) həmçinin C(0;-4) və D(16;0) nöqtələrini koordinat sistemində qurun.
2		A və B; həmçin C və D; nöqtələrindən keçən düz xəttləri çəkin.



Şəkil 2. Misal 2 üçün rəsm

Bölmə 2. Müstəvinin hərəkəti. Müstəvinin hərəkətlər qrupu

Tərif 2.1. Hərəkət (köçürmə) π müstəvisinin elə f çevirməsinə deyilir ki, bu çevirmə zamanı nöqtələr arasındakı məsafə dəyişmir.
Müstəvisinin bütün hərəkətlər çoxluğunu H_π ilə işarə edək.

Teorem 2.1. π Müstəvisinin bütün hərəkətlər çoxluğu olan H_π çevirmələrin kompozisiya əməlinə nəzərən qrup təşkil edir.

İsbatı: Göstərək ki, H_π çoxluğu çevirmələrin "$\circ$" kompozisiya əməlinə nəzərən qapalıdır və tərs elementin varlığını göstərək. π müstəvisinin f və g hərəkətlərinə baxaq. Onda $f \circ g$ kompozisiya əməlinə nəzərən hərəkət olar.

$$(f \circ g)([AB]) = f(g([AB]))$$

məntiq simvollarından istifadə etsək $\forall\, f, g \in D_\pi \implies (f \circ g) \in D_\pi$

f və g hərəkətdir və hər iki çevirmə iki nöqtə arasındakı məsafəni saxlayır, ona görə də $f \circ g$ – də hərəkətdir.

1) f hərəkətdirsə onun əksi olan f^{-1} baxaq. A və B nöqtələri arasındakı məsafəni $|AB|$ kimi işarə edək f hərəkəti nəticəsində

$|AB| = |A'B'|, \implies f^{-1}$- də hərəkətdir.

Bu halda $(H_\pi, \circ) \subset (G_\pi, \circ)$. [9,10]

Müstəvinin hərəkətinə aid bəzi nümünələrə baxaq: paralel köçürmə, dönmə, ox simmetriyası.

Bölmə 3. Müstəvinin paralel köçürməsi

Tərif 3.1. π müstəvisinin $\vec{v}$ vektoru üzrə paralel köçürməsi elə $T_{\vec{v}}: \pi \to \pi$ inikasına deyilir ki, aşağıdakı kimi göstərilsin.

$$\forall M \in \pi,\ T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow MM' = \vec{v}\ .$$

Əgər $\vec{v} = 0$, onda $T_{\vec{v}} = e$ (eynilik çevirməsi).

Tərifdən görünür ki, paralel köçürmə nöqtələr arasındakı məsafəni saxlayır.

Paralel köçürmələr çoxluğu kompozisiya əməlinə nərən qrup təşkil edir. [8,10] Belə ki,

$$T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{v}} = T_{\overrightarrow{u+v}} \text{ və } T_{\vec{v}}^{\,-1} = T_{-\vec{v}}\ .$$

Afin koordinat sistemində paralel köçürmənin analitik ifadəsini verək.

Fərz edək ki, M(x,y) nöqtəsi və $\vec{v}\ (x_0, y_0)$ – paralel köçürmə vektoru verilmişdir.

$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} + \vec{v} = \overrightarrow{OM'}$$

Onda paralel köçürmənin analitik xətti ifadəsi bu şəkildə olar.

$$T_{\vec{v}}: \begin{cases} x' = x + x_0 \\ y' = y + y_0 \end{cases}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 > 0\,,$$

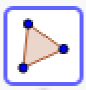
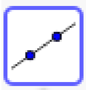
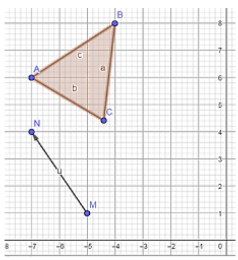
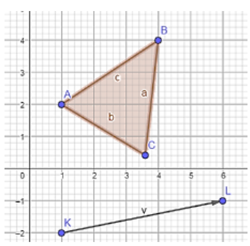
Bu isə onu göstərir ki, Paralel köçürmə affin çevirmədir və müstəvinin orientasiyasını təyin edir.

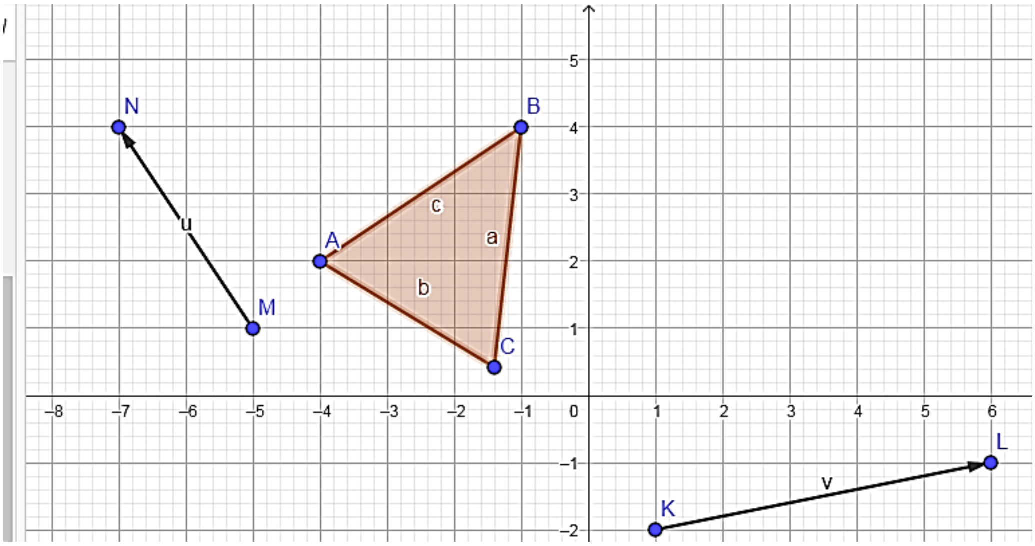
Misal 3. ΔABC –üçbucağının. $\overrightarrow{MN}$ və $\overrightarrow{KL}$ vektorlara görə paralel köçürmə əməliyyatını aparın.

GeoGebra proqramı köməyilə məsələnin qrafikinin qurulması instruksiyası cədvəl 3-də verilmişdir.

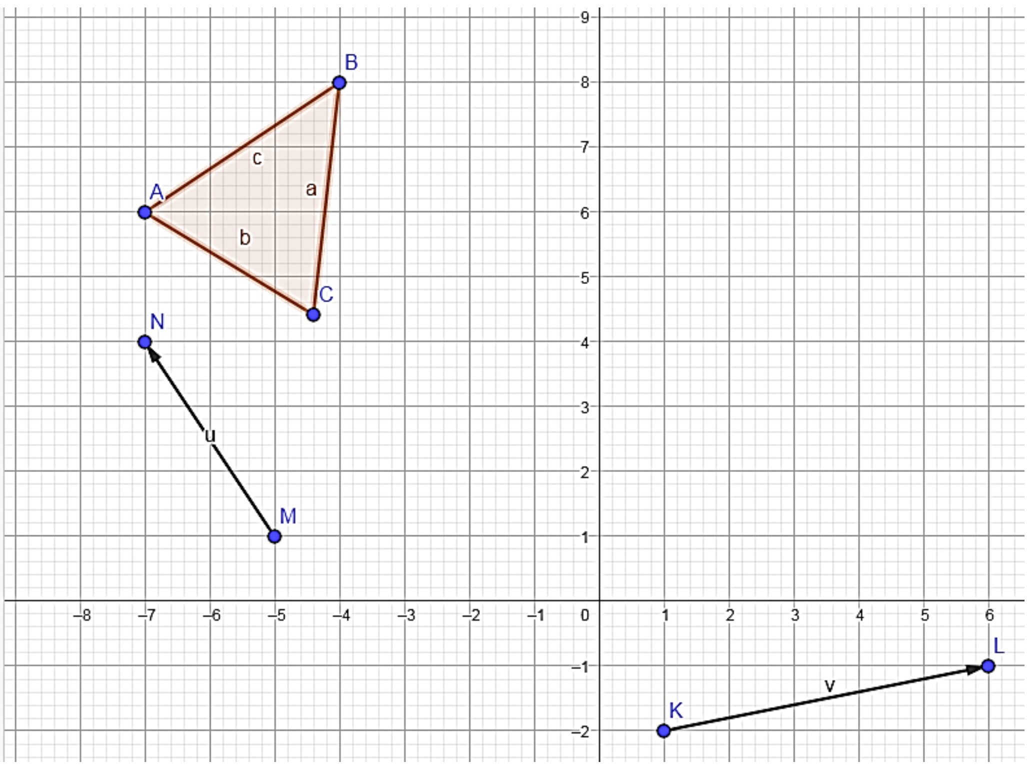
Cədvəl 3

***Misal 3* üçün qrafikinin qurulması instruksiyası**

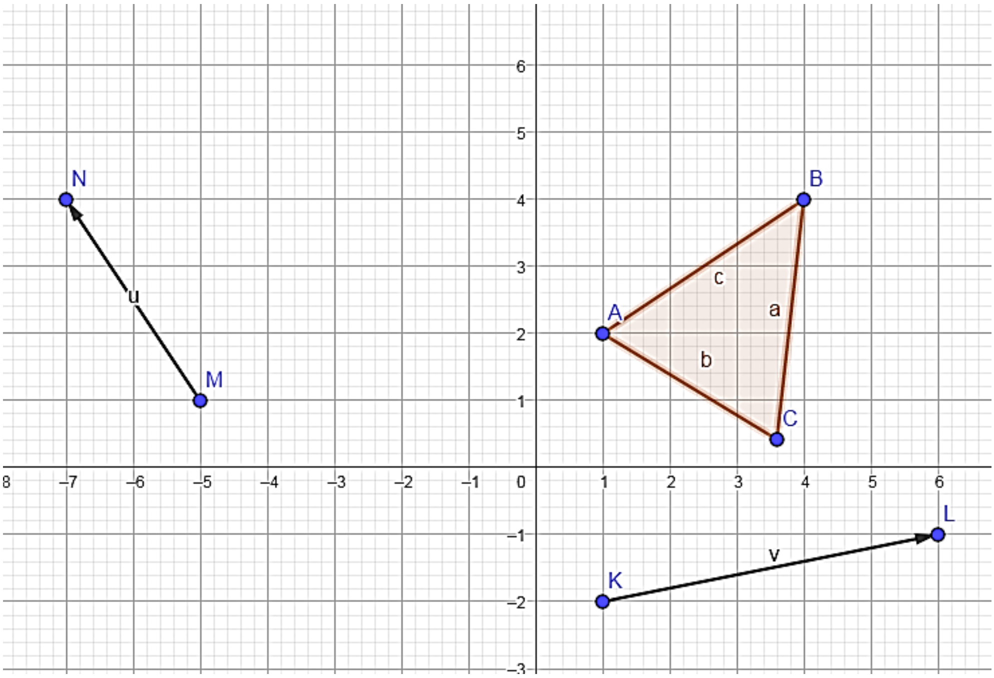
Addımlar №	Alətlər	Quruluş üçün şərhlər
1		A; B; C- üc nöqtəyə görə üicbucaqlı qurun Şəkil 2. a).
2	 Düz xətt  Vektor	**1)** Menyuda Düz xətt işarəsini aktivləşdirərək – Vektor alətini seçərək ixtiyarı $\overrightarrow{MN}$ vektorunu qurun. **2)** Eyni qayda ilə $\overrightarrow{KL}$ vektorunu qurun. Şəkil 2. a).
3		**1)** ΔABC – Obyektinin üzərində “Mausun” sol düyməsini sıxaraq aktivləşdirin. **2)** Sonra $\overrightarrow{MN}$ vektorunun uzərində “Mausun” sol düyməsini sıxaraq aktivləşdirin **3)** ΔABC – Obyetinin üzərində “Maus”-la vektor istiqamətimdə hərəkət edirik. Şəkil 2.b).
4		**3-cü addimda** $\overrightarrow{KL}$ vetoru üçün eyni əməliyyatları təkrarrlıyırıq. Şəkil 2. c).
5	A. Translate[obj, vec]	A komandası ilə **obj** –obyektin **vec**- vektoruna görə parallel köçürməsi icra olunur.



a)



b)



c)

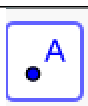
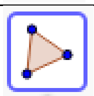
Şəkil 3. Misal 3 üçün rəsm a), b), c)

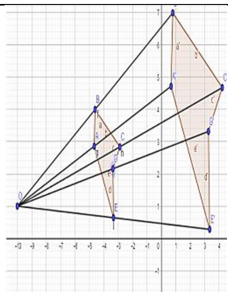
Misal 4. □ABCD – dördbucaqlısının O (mərkəz) nöqtəsinə və k=2 əmsalına görə oxşar dördbucaqlısını homotetik qurun.

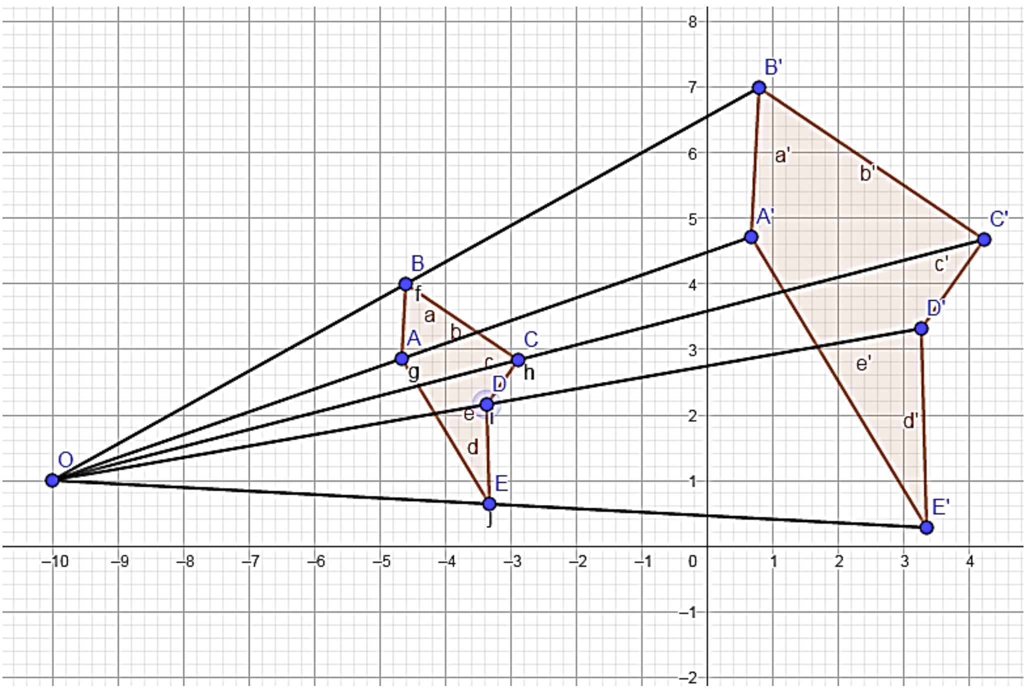
GeoGebra proqramı köməyilə məsələnin qrafikinin qurulması instruksiyası cədvəl 4-də verilmişdir.

Cədvəl 4

***Misal 4* üçün qrafikinin qurulması instruksiyası**

Addımlar №	Alətlər	Quruluş üçün şərhlər
1		O(x;y) – ixtiyarı nöqtəni dekart koordinat sistemində qurun.
2		A; B; C; D; E- nöqtələrinə görə çoxbucaqlı qurun.
3		**1)** Menyuda *Düz xəttə görə əks etdirmə* işarəsini aktivləşdirərək –*Homotetiya* alətini seçirik

4		**1)** ABCDE çoxbucaqlısının – *Obyektinin* üzərində “Mausun” sol düyməsini sıxaraq aktivləşdirin. **2)** Açılan pəncərədə *k*–əmsalını qiymətləndiririk. **3)** Sonra O(*x*;*y*) nöqtəsinin uzərində “Mausun” sol düyməsini sıxaraq *Obyektin* böyüdülmüş *Homotetiyasını* –kopyasını alırıq.
5	A. Dilate[obj,k, P]	A komandası ilə **obj** –obyektin *k*-əmsalı olan O(*x*;*y*) nöqtəsinə ğörə böyüdülmüş kopyasını alırıq



Şəkil 4. Misal 4 üçün rəsm. ABCDE –çoxbucaqlının k=2 əmsalı və O mərkəzi olan homotetiyası

Bölmə 4. Müstəvinin dönməsi (çevrilməsi).

Tərif 4.1. Fərz edək ki, π mütəvisi üzərində O nöqtəsi verilmişdi və $\alpha \in (-\pi; \pi)$. Orientasiya edilmiş müstəvi üzərində belə inikas təyin edək.

$V_O^{\alpha}: \pi \to \pi$ (O nöqtəsi ətrafında α bucağı qədər dönmə)

1) Əgər $M = 0$, onda $V_O^\alpha(M) = 0$, əgər O nöqtəsi özü - özünə keçir və çevirmənin tərpənməz nöqtəsi adlanır.

2) Əgər $M \neq 0$, onda $V_O^\alpha(M) = M'$: $|OM| = |OM'|$; $(\widehat{OM; OM'}) = \alpha$.

Bu halda O nöqtəsi dönmənin mərkəzi, α-dönmə bucağı adlanır. Burada dönmənin mərkəzi və dönmə bucağı birqiymətli təyin olunur.

Dekart koordinat sisteminə nəzərən dönmənin analitik ifadəsini verək. Koordinat sistemini elə seçək ki, koordinat başlanğıcı O nöqtəsi dönmə mərkəzi ilə üst-üstə düşsün.

V_O^α dönməsi nəticəsində $M(x, y)$ nöqtəsi $M'(x'y')$ nöqtəsinə keçir. Obrazın koordinatlarını proobrazın koordinatları ilə ifadə edək.

$$|OM| = |OM'| = \rho,$$

$$(\widehat{\vec{\imath}; \overrightarrow{OM'}}) = \varphi \ ,$$

$$(\widehat{OM; OM'}) = \alpha \ .$$

Onda M nöqtəsinin kooordinatları aşağıdakı sistemi ödəyər.

$$\begin{cases} x = \rho cos\varphi \ , \\ y = \rho sin\varphi \ . \end{cases}$$

$M'(x'y')$ nöqtəsinin koordinatları isə bu şəkildə olar:

$$\begin{cases} x' = \rho\cos(\varphi + \alpha) \ , \\ y' = \rho sin(\varphi + \alpha) \ . \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = \rho \cos \varphi cos\alpha - \rho \sin \varphi sin\alpha \ , \\ y' = \rho sin\varphi cos\alpha + \rho \cos \varphi sin\alpha \ . \end{cases}$$

M nöqtəsinin koordinatlarının düsturundan istifadə etsək alarıq ki,

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - ysin\alpha \ , \\ y' = xsin\alpha + y \cos \alpha \ . \end{cases}$$

Bu düsturlar müstəvinin afin çevirmələrini təyin edir.

$$\begin{vmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{vmatrix} = 1 > 0 \, .$$

Olduğundan çevirmə birinci növ olub müstəvinin orientasiyasını dəyişmir.

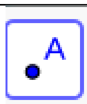
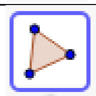
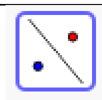
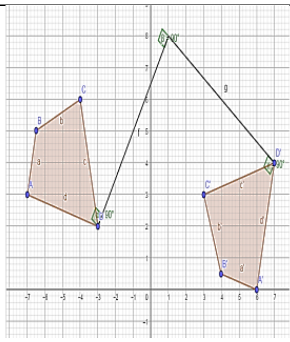
Dönmə nöqtələr arasındakı məsafəni dəyişmir demək hərəkət çevirməsidir. Müstəvinin çevirməsi birinci növ hərəkətdir.

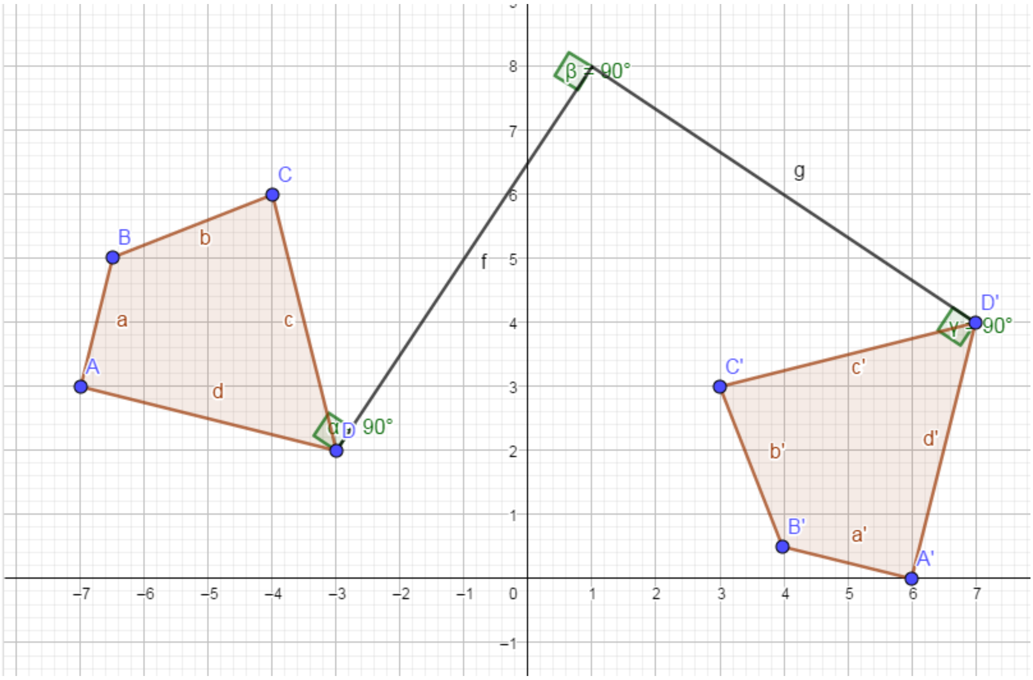
Misal 5. □ABCD –çoxbucaqlının O (mərkəz) nöqtəsinə və α– bucağina görə çevrilməsini qurun.

GeoGebra proqramı köməyilə məsələnin qrafikinin qurulması instruksiyası cədvəl 5-də verilmişdir.

Cədvəl 5

***Misal 5* üçün qrafikinin qurulması instruksiyası**

Addımlar №	**Alətlər**	**Quruluş üçün şərhlər**
1		O(*x;y*) – ixtiyarı nöqtəni dekart koordinat sistemində qurun.
2		A; B; C;D;- nöqtələrinə görə çoxbucaqlı qurun.
3		**1)** Menyuda *Düz xəttə görə əks etdirmə* işarəsini aktivləşdirərək – *nöqtəyə görə cevrilmə* alətini seçirik 
4		**1)** ABCDE çoxbucaqlısının – *Obyetinin* üzərində “Mausun” sol düyməsini sıxaraq aktivləşdirin. **2)** Açılan pəncərədə α-bucaqını qiymətləndiririk. **3)** Sonra O(*x;y*) nöqtəsinin uzərində “Mausun” sol düyməsini sıxaraq *Obyetin* O(*x;y*) nöqtəsinə görə çevrilməsini alırıq.
5	A. Rotate[obj,α O]	A komandası ilə **obj** –obyektin α - bucaqı olan O(*x;y*) nöqtəsinə görə çevrilməsini alırıq



Şəkil 5. Misal 5 üçün rəsm. ABCD çoxbucaqlısının α -90^0 bucaqı olan O(x;y)– nöqtəsinə ğörə çevirməsini alırıq.

Hal-hazırda, kompüter təliminin *ən aktual problemlərdən biri*, ixtisaslaşmış tətbiqi proqram paketlərindən tədris vasitəsi kimi istifadəsidir.

MatLab, MatCad, Maple, Mathematica, Statistica, Derive, SciLab, Octave, Maxima və bu kimi ixtisaslaşmış tətbiqi proqramlar paketləri - müasir tədris, təhsil və təlim texnologiyaların istifadəsində qarşıya çıxan problemlərin həlli üçün geniş istifadə edilən vasitələr kimi çıxış edirlər [4, 5, 6]. İxtisaslaşmış tətbiqi proqram paketlərindən - tədris fəaliyyətinin müxtəlif mərhələlərində həm şagirdlərin auditoriya məşğələ dərslərində həm də fərdi dərslərində istifadə oluna bilər. Bir qayda olaraq, belə proqramlarla iş, istifadəçi və proqramla dialoq əsasında qurulur və müəllim müdaxiləsi tələb olunmur. Lakin, əgər ixtisaslaşmış tətbiqi proqram paketlərini istifadəçisi - müəllimdirsə, onda o tədrisdə, nümayiş üçün kompüter modelindən istifadə edə bilər və bu onun pedaqoji yaradıcılığında geniş imkanlar aça bilər.

Aktuallıq: Müasir dövrdə İKT-n təliminin ən aktual problemlərdən biri kompüter texnologiyaları və düzgün seçilmiş tədris, təhsil və təlim texnologiyaların birgə istifadəsindən ibarətdir. Elm və onun inkişafını təmin edən tədris və təhsil sahələrində informasiyalaşdırıma, kompüter, ən müasir

İKT sistemlərinin tətbiqi yeni səviyyədə və keyfiyyətdə biliklərin alınmasına geniş imkanlar yaradır.

Yenilik: Ali təhsil müəssisəsinin məzunu olan bir mütəxəssis, lazımı riyazi aparat və hesablama vasitələrindən istifadə edərək, praktiki iş sahəsindəki problemləri həll etməyi bacarmalıdır. Buna görə də, riyaziyyat kursunun ümumi texniki və xüsusi fənlər dövrünün tam öyrənilməsi, tələbə tərəfindən peşə təhsilinin alınmasında əsas olmalıdır.

Praktiki əhəmiyyət: Kompüter texnologiyalarının hesablama, qrafik, interaktiv, arayış və məlumat təbiətli proqramlarının bir ixtisaslaşmış tətbiqi proqramlar paketi kimi təqdim etdiyi imkanlar sayəsində, peşəkar fəaliyyətin müxtəlif sahələrinə aid tətbiq olunan problemlərin həlli üçün kompleks yanaşma yaratmaq real olur, bu da riyaziyyat kursunun mənimsənilməsinin keyfiyyətini əhəmiyyətli dərəcədə artırmağa imkan verir.

ƏDƏBİYYAT

1. Обучение математике с использованием возможностей GeoGebra / *М.В.Шабанова, О.Л.Безумова, Е.Н.Ерилова и др.* − Москва: Перо, 2013. − 128 с.
2. *Безумова, О.Л.* Обучение геометрии с использованием возможностей GeoGebra: учебно-методическое пособие / О.Л. Безумова. – Архангельск: Изд-во «КИРА», 2011. ‒ 140 с.
3. Официальный сайт программы GeoGebra [Электронный ресурс]. − Режим доступа: http://www.geogebra.org (дата обращения: 27.09.20).
4. *Əzizov B.B., Manafov R.R., Alagözöva Z.M.* Ali məktəblərdə riyaziyyat fənn bloku tədrisində ixtisaslaşmış riyaziyyat tətbiqi proqram paketlərinin istifadəsində kompleks yanaşma /İnternational Conferens on Sustainable Development and Actual Problems of Humanitarian Sciences./Beynalxalq konfrans. Davamlı inkişaf və humanitar elmlərin aktual problemləri./ Bakı Azərbaycan Universiteti, May 14−15, 2018, səh.633-636
5. *Əzizov Bəhram, Qafarova, Nigar Qasımova Çinarə.* Ali məktəblərdə riyaziyyat fənni tədrisində informasiya və kommunikasiya texnologiyalarının tətbiqində innovativ yanaşma.Azərbaycan Texniki Universiteti. AzTU-nin Elmi Əsərləri Jurnalı, 2019, № 2, səh.136-143.
6. *Азизов Б.Б, Гафарова Н.Фаиг, Гасимова Ч.Н.* Комплексный подход обучения математике в Высших Учебных Заведениях с использованием информационных и коммуникационных технологий. /III Международная очно-заочная научно-практическая конференция “Проблемы и перспективы современного физико-математического, информационного и технологического образования”/ город Новокузнецк, 15 февраля 2019 г. с. 167-180.

7. *Вазылев Т., Дуничев К.И., Иваничкая В.И.* Геометрия, ч. I. М., Просвешение. 1974.
8. *Paşayev X.X., Nəcəfov M.A.* Analitik həndəsədən mühazirələr. Çaşıoğlu, Bakı, 2002.
9. *Куликов Л.Я.* “Алгебра и теория чисел” Москва. 1979.
10. *Спевакова Н.Ю., Мозговая М.А.* “Аффинные преобразования плоскости”. Армавир, 2018.

Redaksiyaya daxil olub 04.02.2021