

UOT 51:37.016

M.S.Cəbrayilov, S.B.Kərimova
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
malikmammadcabrayilov@gmail.com
sabina.kerimova270@yandex.ru

RİYAZI ANALİZİN TƏDRİSİNDƏ TƏLƏBƏLƏRİN SƏRBƏST VƏ MÜSTƏQİL İŞLƏRİNİN YERİNƏ YETİRİLMƏSİ METODİKASI

Açar sözlər: Riyazi analiz, tələbənin sərbəst və müstəqil işləri, tədris planı, törəmə anlayışı, funksiyanın qrafiki, bakalavriat təhsil, Dövlət Strategiyası, dərs yükü, auditoriya saati, referat-təqdimatı

Gələcək müəllimlər peşə hazırlığının inkişafı üçün mövcud ədəbiyyatdan istifadə edərək ixtisaslarına uyğun təqdimatlar hazırlamaq bacarıqlarına malik olmalıdırlar. Bu bacarıqların qazanılmasında ixtisas-peşə istiqamət üzrə sərbəst işlər əhəmiyyətli rol oynaya bilər. Tələbənin sərbəst işi müəllimin auditoriyadan kənar rəhbərliyi ilə və müstəqil şəkildə həyata keçirilir. Müəllimin rəhbərliyi ilə aparılan hissə isə cari məsləhətlər, referat və ev tapşırıqlarının yoxlanmasından, eləcə də fənnin mənimsənilməsinə dair tapşırıq və tövsiyələrin verilməsindən ibarətdir.

Məqalədə Riyazi analiz fənni üzrə müəllimin rəhbərliyi ilə tələbələrin sərbəst və müstəqil işlərinin aparılması metodikasından danışılır. Müəlliflər təcrübələrindən danışır və bəzi təkliflər verirlər.

M.С.Джабраилов, С.Б.Керимова

МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ СТУДЕНТАМИ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Ключевые слова: Математический анализ, самостоятельная работа, учебная программа, понятие о производной, график функции, степень бакалавра, государственная стратегия, нагрузка урока, аудиторные часы, реферат-презентация

Будущие учителя должны владеть навыками подготовки самостоятельных работ в соответствии со своими специальностями, используя имеющуюся литературу для развития профессиональной подготовки. Самостоятельная работа студента осуществляется под руководством преподавателя вне аудитории и самостоятельно. Часть, проводимая под руководством учителя, состоит из проверки рефератов, домашних заданий, а

также заданий и рекомендаций по освоению предмета.

В работе рассматривается методика самостоятельной работы студентов под руководством преподавателя математического анализа. Авторы рассказывают о своем опыте и вносят некоторые предложения.

M.S.Jabrayilov, S.B.Karimova

METHODOLOGY OF TEACHING INDEPENDENT WORK OF THE STUDENTS OF MATHEMATICAL ANALYSIS

Keywords: *Mathematical analysis, independent work, curriculum, derivative approach, function schedule, bachelor's degree, State strategy, lesson load, classroom hours, essay presentation*

Future teachers should have presentation skills consistent with their own specialties, using existing literature to develop vocational training. Independent work of the student is carried out under the guidance of the teacher outside the classroom and independently. The part, conducted under the guidance of the teacher, consists of examination of essays, homework, as well as tasks and recommendations for the development of the subject.

The article discusses methodology of independent work of the students under the guidance of a teacher of mathematical analysis. The authors talk about their experience and make some suggestions about it.

Ümumiyyətlə, təhsilin nəticəsinin formalaşmasında ali təhsilin dörd əsas məqsədi nəzərə alınır: əmək bazarına uğurla daxil olmaq, fəal həyat mövqeyi qazanmaq, şəxsi inkişaf, qabaqcıl biliklərin geniş bazasını dəstəkləmək. Digər mütəxəssislər kimi müəllimlərin də bu tələbləri yerinə yetirməsi zəruridir.

İnformasiya axınının güclənməsi yeni ixtisasların yaranmasını, tədris planlarında yeni fənlərin meydana çıxmasını tələb edir. Zaman keçdikcə hansı ixtisasların yaranacağını, hansı biliklərə daha çox ehtiyac olacağını proqnozlaşdırmaq mümkün deyil. Lakin böyük ehtimalla müəllim ixtisaslarına ehtiyacın azalmayacağını, müəllimlik peşəsinin elmi-pedaqoji səviyyəsinə tələbatın daha da artacağını müşahidə edəcəyik.

Bu tələbatın ödənilməsinə ən səmərəli yol bu gün təhsil alanların daha mobil olmasını, yeniliyi sürətlə qavramasını, elmi və pedaqoji inkişafına yönəlmiş fəaliyyətinə müstəqil nail olmaq bacarığına malik olmasını, mütəxəssis bazarının tələbini hiss etməsidir.

İxtisasların və fənlərin müəyyən dəyişikliyə uğrayacağı qaçılmaz olsa da elə fundamental fənlər var ki, onların tədrisi bütün bu dəyişikliklərdə də baza rolunu oynayacaq. Belə fənlərdən biri də Riyazi analizdir.

Dünyanın qabaqcıl ali məktəblərində bu fənn müəllimlik ixtisasları kimi mühəndislik, iqtisadiyyat, hətta humanitar ixtisaslarda da tədris olunur. Təbii ki, bunun səbəbi fənnin tətbiq sahəsinin geniş olması mütəxəssisin təfəkkürünün və yaradıcılıq qabiliyyətinin inkişafına təsir etmək gücü ilə bağlıdır.

Riyaziyyat, informatika, fizika, kimya, biologiya müəllimliyi ixtisaslarında iş bu fənnin tədrisi isə bilavasitə peşənin tələbatından irəli gəlir.

Yeni fənlərin, tədris planlarına daxil edilməsi bu fənnin də dərslər saatlarının azalmasına səbəb olur. Fənnin tələb olunan səviyyədə öyrənilməsi üçün tələbələrin sərbəst və müstəqil işlərinin icrası xüsusi əhəmiyyət kəsb edir.

Ümumiyyətlə, orta təhsildə də, ali təhsildə də həmişə ev tapşırıqları olub və bu tələbənin müstəqil iş nümunəsidir. Görünür ki, informasiya axını ilə bağlı dərslər saatlarının azalması sərbəst və müstəqil işlərin əhəmiyyətini artırdığından bu işlərin mühüm dövlət sənədlərində də öz əksini tapmasına səbəb olmuşdur. Azərbaycan Respublikası Nazirlər kabinetinin 24 iyun 2010-ci il tarixli qərarı ilə təsdiq edilmiş “Bakalavriat təhsilinin (əsas (baza ali) tibb təhsilli) təhsilinin məzmununun təşkili qaydaları”nda deyildiyi kimi kredit sistemi ilə tədrisin təşkilində tələbənin sərbəst işi mühüm əhəmiyyət kəsb edir, mütəxəssis hazırlığının keyfiyyətinin yüksəldilməsinə xidmət edir [1].

Azərbaycan Respublikası Nazirlər kabinetinin 24 dekabr 2013-cü il tarixli 348 sayılı qərarında qeyd edilir ki, sərbəst və müstəqil işlərə ayrılan saatlar bütün növ dərslərin 1 (bir) akademik saatına 1(bir) saatından az olmayaraq müəyyənləşir, bunun 40 faizi müəllimin rəhbərliyi ilə həyata keçirilir. Tələbənin sərbəst işi müəllimin auditoriyadan kənar rəhbərliyi ilə və müstəqil şəkildə həyata keçirilir. Müəllimin rəhbərliyi ilə aparılan hissə isə cari məsləhətlər, referat və ev tapşırıqlarının yoxlanmasından eləcə də fənnin mənimsənilməsinə dair tapşırıq və tövsiyələrin verilməsindən ibarətdir.

Təhsil Nazirliyinin tələbələrin biliyinin qiymətləndirilməsinin çoxballı sistemi haqqında qəbul edildiyi sənəddə bu tapşırığın 10 bala qədər qiymətləndirilməsi nəzərdə tutulur.

Göründüyü kimi, qeyd edilən sənədlərdə bu işin aparılmasının faydalı olması əhatə dairəsinin genişliyi ilə yanaşı qiymətləndirilməsi müəyyən çətinliklərlə bağlıdır. Bu çətinliklər hər bir ali məktəb işçisinə məlumdur. Ona görə də təhsil işçiləri arasında ümumiyyətlə, bu qiymətləndirmənin mümkünsüzlüyünü qeyd edənlər və onun uyğun sənəddən çıxarılmasını təklif edənlər də var. Sərbəst və müstəqil işlərin 10 bala qədər qiymətləndirilməsi tələbənin yekun balına da ciddi təsir etmədiyindən tələbələrin də bu işə marağı kifayət qədər deyil. Halbuki, tələbənin sərbəst və müstəqil işləri yerinə yetirərkən qazandığı bacarıq və vərdislər onların gələcək fəaliyyətində müstəsna əhəmiyyətə malikdir.

Təcrübə göstərir ki, tələbələrin sərbəst və müstəqil işləri aparılmasında referat-təqdimatların forma və məzmununu dəyişməklə səmərəsini artırmaq və

qiymətləndirməni dəqiqləşdirmək mümkün olar. Qiymətləndirmənin ləğv edilməsi isə müəllimin sərbəst işlərə sərf olunan vaxtın səmərəsiz keçməsinə səbəb ola bilər. Nəzərə alsaq ki, müəllimin dərs yükündə auditoriya saatları 300-dən az olmamalıdır. Bəzi hallarda bu 400 saatdan çox olur. Onda müəllimin fəaliyyətində 120-160 saat tələbələrin sərbəst işinə sərf edilməlidir. Bu vaxtdan səmərəli istifadə edilərsə tələbənin peşə hazırlığına çox müsbət təsir göstərə bilər. Sərbəst və müstəqil işlərin qiymətləndirilməsinə ayrılan balı seminar məşğələlərindəki fəallığa görə verilən balı azaltmaqla 20-dək artırılması da tələbələrin bu işə məsuliyyətini artırma bilər.

Referat-təqdimatların hazırlanması onların qələcək fəaliyyətləri zamanı müstəqil çalışmaları üçün zəmin hazırlanmış olar.

Tələbənin sərbəst işi öyrənilən hər hansı mövzu üzrə sistemli şəkildə olarsa, bu, mövzunu daha yaxşı mənimsəməyə, öyrənməyə, mövzunun əhəmiyyətini dərk etməyə və bununla da onun motivasiya qazanmasına səbəb ola bilər. Yaxşı olar ki, müəyyən bir mövzu üzrə sərbəst işi icra etməzdən əvvəl tələbə bu mövzunu mənimsəmək üçün zəruri olan bilikləri əldə etsin. Mövzunun öyrənilməsi üçün zəruri olan anlayış və faktları qeyd etsin və bu faktları öyrənməklə daha hansı bilikləri əldə edəcəyini müəyyənləşdirsin və mövzu üzrə referat təqdimat hazırlasın. Qiymətləndirmə bu referat təqdimatla müəyyənləşdirilsin.

Nümunə olaraq, Riyaziyyat fakültəsinin I kurs tələbələrinin Riyazi analiz fənninin “Funksiyanın törəməsi” bölməsinə aid mövzular üzrə sərbəst işin referat-təqdimatını qeyd edək:

Bilirəm	Funksiya və onun təyin oblası, verilmə üsulları, elementar funksiyalar və onların xassələri. Funksiyanın nöqtədə limiti və kəsilməzliyi. Tərs funksiyanın varlığı və kəsilməzliyi. Dövrü, tək və cüt, məhdud və qeyri-məhdud funksiyalar.
Öyrənirəm	Funksiyanın nöqtədə törəməsi və diferensialı, törəməsi olan funksiyalar üzərində hesab əməlləri. Elementar funksiyaların törəmə düsturları cədvəli. Tərs funksiyanın törəməsi. Parametrik şəkildə verilmiş funksiyanın törəməsi. Mürəkkəb funksiyanın törəməsi və diferensialı. Yüksək tərtibli törəmə və diferensiallar. Diferensial hesabının əsas teoremləri.
Tətbiq edirəm	Funksiyanın monotonluq və sabitlik şərtləri. Qabarıqlıq və çöküklük xassəsi, əyilmə nöqtəsi. Asimptotlar. Funksiyanın qrafikinə qurulması.

Belə bir sxemin varlığı tələbənin öyrənəcəyi mövzunu təsəvvür etməsinə və ona uyğun hazırlıq işi aparmasına kömək edir.

Tələbənin “Törəmə” mövzusunun mənimsəməsi üçün ona lazım olan anlayış və faktları bilməsi ona törəmə mövzusunun öyrənməsinə kömək edir, törəmənin tətbiq ediləcəyi məsələlər isə onda motivasiya yaradacaqdır.

Tələbə misalları mövzuların ardıcılığı üzrə öz bacarığına uyğun şəkildə seçməklə mövzunu mənimsəməsini, misal həll etməklə bilik və bacarığını nümayiş etdirər, yazdığı referat hesabat isə onun gördüyü işin müəllim tərəfindən qiymətləndirilməsinin obyektivliyini təmin edir [2, s.403].

Bəzi misal nümunələrinə diqqət edək.

$$\text{Misal 1. a) } f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \text{ olduqda,} \\ 0, & x = 0 \text{ olduqda,} \end{cases}$$

funksiyasının $x = 0$ nöqtəsində törəməsini tapın.

Həlli. $\Delta x \neq 0$ olsun. Funksiyanın artımını hesablayaq.

$$\Delta f(0) = f(0 + \Delta x) - f(0) = \Delta x^2 \sin \frac{1}{\Delta x}$$

$$f'(0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 \sin \frac{1}{\Delta x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x \sin \frac{1}{\Delta x} = 0$$

b) $f(x) = |x^3|$ funksiyasının $x = 0$ nöqtəsində törəməsi varmı?

Həlli. $\Delta x \neq 0$ olsun. Funksiyanın artımını hesablayaq.

$$f(0 + \Delta x) = |\Delta x^3|, \Delta f(0) = f(0 + \Delta x) - f(0) = |\Delta x^3|.$$

Bilavasitə tərifi tətbiq etməklə araşdıraq.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{|\Delta x^3|}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x^2 |\Delta x|}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x |\Delta x| = 0.$$

Baxılan funksiyanın $x = 0$ nöqtəsində törəməsi “0” bərabərdir.

Bu tip misallar tələbənin törəmə anlayışını daha yaxşı başa düşməsinə, bəzi hallarda törəmənin olmadığı halları müəyyən etməkdə kömək göstərir.

Tələbənin törəmə düsturlarını bildiyini müəyyən etmək üçün qeyd edilən tipli misalların həllinə nümunələr göstərməsi də məqsədəuyğundur.

$$\text{a) } y = e^{3x} \sin 2x + \frac{1}{1+x^2} \arcsin x^2, y'(x) = ?$$

$$\text{b) } y = e^{x \sin x} + (\operatorname{tg} x)^{\cos x} + \left(1 + \sqrt[3]{x^2}\right)^{x+1}, y'(x) = ?$$

Referatda törəmənin tətbiqini göstərən misalların verilməsi onlarda motivasiya yaratmaq baxımından məqsədəuyğundur. Bu tələbələrin mövzuya marağını artırır.

Misal 2.

$$\frac{1}{2} + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx = \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)x}{2 \sin \frac{x}{2}}, \quad x \neq 2k\pi \quad (1)$$

olduğunu bilərək $\sin x + 2 \sin 2x + \dots + n \sin nx$ cəmi üçün düstur çıxarın.

Həlli. $x \neq 2k\pi$ nöqtələrində (1) bərabərliyindən törəmə alaq

$$\begin{aligned} -\sin x - 2 \sin 2x - \dots - n \sin nx &= \left(-\frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)x}{2 \sin \frac{x}{2}} \right)' = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\cos\left(n + \frac{1}{2}\right)x \sin \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin\left(n + \frac{1}{2}\right)x \cos \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}}; \end{aligned}$$

Bərabərliyin sağ tərəfini sadələşdirsək alırıq

$$\sum_{k=1}^n k \sin kx = \frac{(n+1) \sin x - n \sin(n+1)x}{2(1 - \cos x)};$$

Misal 3. İsbat edin ki, $xy = a^2$ hiperbolasının toxunan koordinat oxları ilə sahəsi sabit olan üçbucaq əmələ gətirir.

Həlli. $xy = a^2$ olduğundan hiperbola 1-ci yaxud 4-cü rübdə yerləşir. İxtiyari nöqtədə toxunan OX və OY oxlarını kəsməklə düzbucaqlı üçbucaq əmələ gətirir. Bu üçbucağın katetləri OX və OY oxlarının hissələridir və birbirinə perpendikulyardır. Bu üçbucağın sahəsi $S = \frac{xy}{2}$. Məsələnin şərtinə görə

$S = a^2$. Təqdimatda yüksək tərtibli törəmələrə, parametrik şəkildə verilmiş funksiyaların törəməsinə aid misallar da daxil etmək lazımdır. Bu tipli misallar tələbələri diferensial tənlik anlayışı ilə birinci kursdan tanış olmasını təmin edir.

Misal 4.

a) $y = e^x \sin x$. İsbat edin ki,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

b) $y = a \cos \ln x + b \sin \ln x$

İsbat edin ki,

$$x^2 \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + x \cdot \frac{dy}{dx} + y = 0$$

Bu tipli misallar tələbələrin diferensial tənlik anlayışı ilə I kursdan tanış olmasına imkan verir.

Misal 5. İsbat edin ki, $x \in [0,1]$ olduqda $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{və} \quad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{olduğundan}$$

$$(\arcsin x + \arccos x)' = 0.$$

Törəməsi "0" olan funksiya sabit olduğundan

$$\arcsin x + \arccos x = C$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ olsun. Onda } \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}, \quad \arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} \text{ olduğundan. } C = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2} \text{ olsun, onda } \arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arccos x \text{ olduğundan } c = \frac{\pi}{2}$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Dərs prosesində törəməsi olan funksiyalar üzərində hesab əməlləri öyrənilir. Sərbəst iş olaraq qeyd edilən misallara baxılması onların həmin teoremləri daha yaxşı başa düşməsinə təmin edir.

Misal 6. a) Fərz edək ki, $f(x)$ funksiyasının x_0 nöqtəsində törəməsi var, $g(x)$ funksiyasının isə x_0 nöqtəsində törəməsi yoxdur.

$F(x) = f(x) + g(x)$ funksiyasının x_0 nöqtəsində törəməsinin varlığını hökm edə bilərikmi?

b) $f(x)$ və $g(x)$ funksiyalarının hər ikisinin x_0 nöqtəsində törəməsi olmadıqda $F(x)$ funksiyasının x_0 nöqtəsində törəməsi ola bilərmi?

a) Törəmənin tərifinə əsasən

$$F'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x_0 + \Delta x) - F(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x_0)}{\Delta x}.$$

Məsələnin şərtinə görə

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0), \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x_0)}{\Delta x} - \text{isə yoxdur.}$$

Onda $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x_0)}{\Delta x}$ də yoxdur. Əgər olsaydı

$$\frac{\Delta g(x_0)}{\Delta x} = \frac{\Delta F(x_0)}{\Delta x} - \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x}$$

olduğundan $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x_0)}{\Delta x}$ limiti də olardı. $F(x)$ funksiyanın x_0 nöqtəsində törəməsi yoxdur.

b) Fərz edək ki, $f(x)$ və $g(x)$ funksiyanın hər ikisinin x_0 nöqtəsində törəməsi yoxdur. $\varphi(x)$ - x_0 nöqtəsində törəməsi olan funksiya olsun.

a) bəndinə əsasən $g(x) = \varphi(x) - f(x)$ funksiyanın x_0 nöqtəsində törəməsi yoxdur.

$$F(x) = f(x) + g(x) = f(x) + (\varphi(x) - f(x)) = \varphi(x)$$

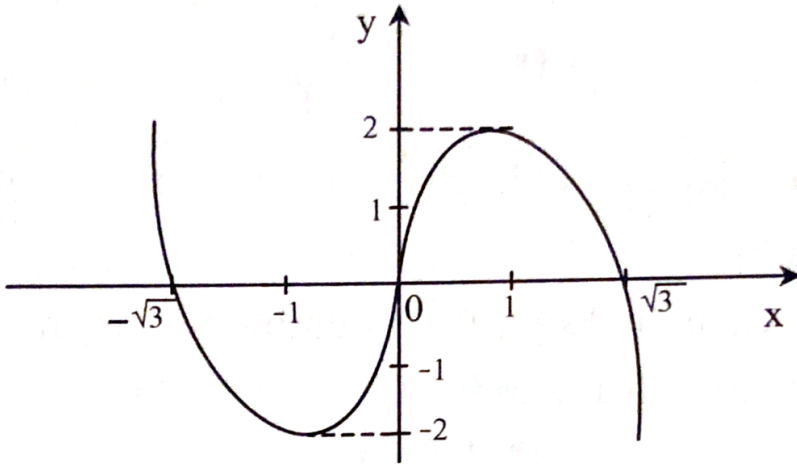
funksiyanın x_0 nöqtəsində törəməsi var.

Tələbə referat-təqdimatın sonunda verilmiş funksiyanın qrafikinin diferensial hesabının tətbiqi ilə qurulmasına aid misal həll etməklə funksiyanın tədqiqi ilə bağlı bilik və bacarıqlarını nümayiş etdirə bilər.

Misal 7. $f(x) = 3x - x^3$ funksiyanın qrafikini qurun.

1. Funksiya bütün ədəd oxunda təyin olunub və kəsilməzdir.
2. $f(-x) = -f(x)$ olduğundan təkdir. Ona görə də qrafik koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.
3. Şaquli və maili asimptotları yoxdur.
4. $f(x)$ funksiyanın $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ aralıqlarında azalan $(-1; 1)$ aralığında artandır.
5. $x = -1$ nöqtəsi ciddi lokal minimum nöqtəsidir. $f(-1) = -2$, $x = 1$ nöqtəsi ciddi lokal maksimum nöqtəsidir $f(1) = 2$.
6. $f(x)$ -in qrafiki $(0, +\infty)$ aralıqlarında qabarıq, $(-\infty, 0)$ aralıqlarında çökükdür. $M(0, 0)$ nöqtəsi əyilmə nöqtəsidir.
7. $f(x)$ funksiyanın qrafiki $x = 9$, $x = -\sqrt{3}$ və $x = \sqrt{3}$ nöqtələrində sıfır qiymətini alır, yəni OX oxu ilə kəşir.

Bu araşdırma qrafikin qurulması ilə yekunlaşar. Hesabatın bu şəkildə tərtibatı tələbənin mövzunu tam mənimsədiyini nümayiş etdirir.



ƏDƏBİYYAT

1. <https://e-qanun.az/framework/27030>
Bakalavriat (əsas (baza ali) tibb təhsili) təhsilinin məzmunu və təşkili Qaydaları”nın təsdiq edilməsi haqqında.
2. Cəbrayilov M.S., Əliyev B.Ə. Riyazi analiz (Birdəyişənli funksiyanın diferensial hesabı). Dərs vəsaiti. Bakı: Çapaşoğlu, 2006.-428 səh.
3. Davidov N.A., Korovkin P.P., Nikolski V.N. Riyazi analizdən məsələlər (rus dilindən tərcümə), Bakı 2010.

Redaksiyaya daxil olub 06.04.2022